

ВПЛИВ ПОЗДОВЖНИХ І ПОПЕРЕЧНИХ СИЛ НА РЕЗУЛЬТАТИ РОЗРАХУНКУ МІЦНОСТІ ТА ЖОРСТКОСТІ СТАТИЧНО НЕВИЗНАЧУВАНИХ АРОК

Виконано теоретичні дослідження визначення впливу поперечних і поздовжніх зусиль на величину розпору, а також внутрішніх зусиль при розрахунку міцності та жорсткості статично невизначуваних арок залежно від співвідношення стріли підйому арки (f) до її прольоту (ℓ). Порівняно точний метод розрахунку зі спрощеними. Установлено межі співвідношень f/ℓ , при яких можливе використання спрощених методів розрахунків без урахування поперечних і поздовжніх зусиль.

Ключові слова: міцність, жорсткість, переміщення, статична невизначеність, арка, двошарнірна арка, стріла підйому, проліт, навантаження.

Постановка проблеми. На сучасному етапі виконання інженерних розрахунків статично невизначуваних систем, котрі мають криволінійне окреслення елементів і сприймають розпір, суттєвим є спрощення складних розрахунків міцності й жорсткості. До таких конструкцій належать і статично невизначувані арки, які широко застосовуються у будівництві. Одним із шляхів спрощення таких розрахунків є неврахування поперечних і поздовжніх зусиль при обчисленні переміщень статично невизначуваних конструкцій, урахування котрих значно ускладнюють розрахунки.

Аналіз останніх досліджень. Розрахункам міцності та жорсткості статично невизначуваних арок присвячена ціла низка літературних джерел [1 – 4 та ін.]. Зокрема, більш детально розрахункам двошарнірних арок приділена увага в роботі [2].

Виділення не розв'язаних раніше частин загальної проблеми. На сьогодні в існуючих літературних джерелах, присвячених розрахункам міцності та жорсткості статично невизначуваних арок, відсутні рекомендації щодо спрощення розрахунків двошарнірних арок і чіткого встановлення меж застосування інженерних методів розрахунків, при яких можливе неврахування поперечних і поздовжніх зусиль залежно від широкого спектра співвідношень f/ℓ та різного характеру прикладання навантаження. Установлення впливу поперечних і поздовжніх сил при виконанні таких розрахунків у межах допустимої 5-відсоткової точності є актуальною задачею.

Метою роботи є кількісна оцінка впливу поздовжніх і поперечних сил на розрахунок міцності та жорсткості статично невизначуваних двошарнірних арок і розробка пропозицій щодо застосування спрощених інженерних методів розрахунків, при яких можливе неврахування поперечних та поздовжніх зусиль залежно від співвідношень стріли підйому арки (f) до її прольоту (ℓ) і різного характеру прикладання навантаження в межах допустимої точності.

Виклад основного матеріалу. Дослідження обмежувалося задачею визначення розпору та внутрішніх зусиль у перерізах двошарнірної статично невизначуваної арки, на котру діють три види навантаження: рівномірно розподілене по всій довжині та з половини прольоту арки, а також узагальнена зосереджена сила, яка діє на відстані $1/4$ прольоту від лівої опори. Вісь арки окреслювалася квадратною параболою за виразом

$$y(x) = \frac{4 \cdot f \cdot x \cdot (\ell - x)}{\ell^2} \quad (\text{рис. 1}). \text{ Жорсткість арки на згин приймалася постійною } (EI = \text{const} \neq \infty).$$

Розрахунки статично невизначуваних арок виконувалися методом сил. Вони здійснювалися за точним методом та спрощеними методами. Точний метод враховує всі складові інтеграла Максвелла – Мора: згинальні моменти, поперечні й поздовжні сили, а інтегрування виконується за довжиною окреслення осі арки. Такі розрахунки громіздкі й складні. Для їх реалізації потрібний значний час і висококваліфіковані фахівці з хорошою математичною та інженерною підготовкою.

Для виявлення меж застосування спрощених методів аналогічних розрахунків з урахуванням впливу на точність поперечних і поздовжніх сил аналізувався вплив: тільки поперечних та тільки поздовжніх сил; поздовжніх і поперечних сил при різних характерах навантажень. У спрощених методах, при обчисленні переміщень, інтегрування відбувається за горизонтальною проекцією осі арки.

Співвідношення стріли підйому арки (f) до її довжини (ℓ) змінювались у межах від 1/2 до 1/10.

Значення розпору (X) у двохшарнірній арці при навантаженнях, що наведені на рис. 1, визначалися за формулами:

$$X = \int_0^S \frac{M^2}{EI} dx + \int_0^S \frac{Q^2}{GA} dx + \int_0^S \frac{N^2}{EA} dx; \quad (1)$$

$$X = \int_0^\ell \frac{M^2}{EI} dx + \int_0^\ell \frac{Q^2}{GA} dx + \int_0^\ell \frac{N^2}{EA} dx; \quad (2)$$

$$X = \int_0^\ell \frac{M^2}{EI} dx + \int_0^\ell \frac{Q^2}{GA} dx; \quad (3)$$

$$X = \int_0^\ell \frac{M^2}{EI} dx + \int_0^\ell \frac{N^2}{EA} dx; \quad (4)$$

$$X = \int_0^\ell \frac{M^2}{EI} dx, \quad (5)$$

де S – довжина осі арки; ℓ – довжина горизонтальної проекції осі арки (проліт); M – згинальний момент; Q – поперечна сила; N – поздовжня сила.

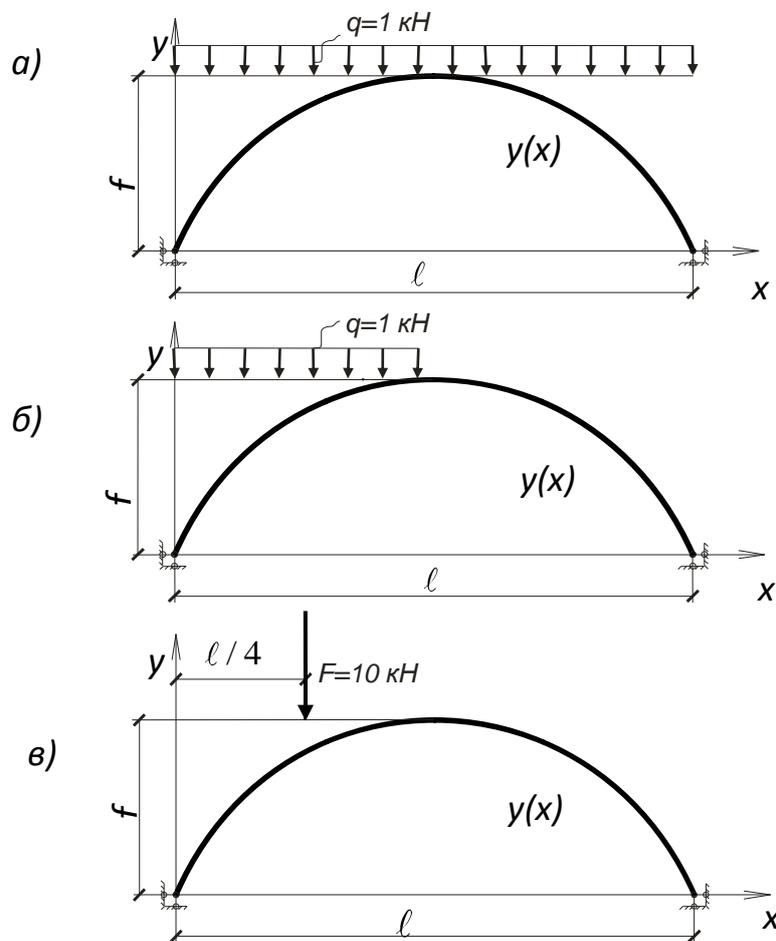


Рисунок 1 – Розрахункові схеми арок

Внутрішні зусилля у двошарнірній арці визначалися за формулами:

$$M = M_x^B - X \cdot y(x); \quad (6)$$

$$Q = Q_x^B \cdot \cos(\varphi_x) - X \cdot \sin(\varphi_x); \quad (7)$$

$$N = -(Q_x^B \cdot \cos(\varphi_x) - X \cdot \sin(\varphi_x)), \quad (8)$$

де M_x^B , Q_x^B – відповідно згинальний момент і поперечна сила, які виникають в аналогічному перерізі балки такого ж прольоту; X – розпір двошарнірної арки.

Значення розпору за формулами (1) – (5) обчислені з використанням програмного комплексу MathCad. Результати розрахунків наведені в таблиці 1.

Величини внутрішніх зусиль за формулами (6) – (8) обчислені з використанням табличного процесора MS Excel.

За критерій оцінювання наведених вище факторів прийнято розпір арки, тому що ця величина є складовою внутрішніх зусиль. При обчисленні величини розпору інтегрування виконувалося як за довжиною окреслення осі арки, так і за її горизонтальною проекцією. При цьому до уваги брався вплив як усіх внутрішніх зусиль (M, Q, N), так і тільки згинальних моментів (M), а також різні комбінації з ними поздовжніх (N) та поперечних (Q) зусиль.

На рис. 2 – 4 наведені епюри внутрішніх зусиль двошарнірної арки для характерних співвідношень стріли підйому арки до її прольоту, при яких значення внутрішніх зусиль порівняно з точним методом перевищують допустиму 5-відсоткову відносну похибку.

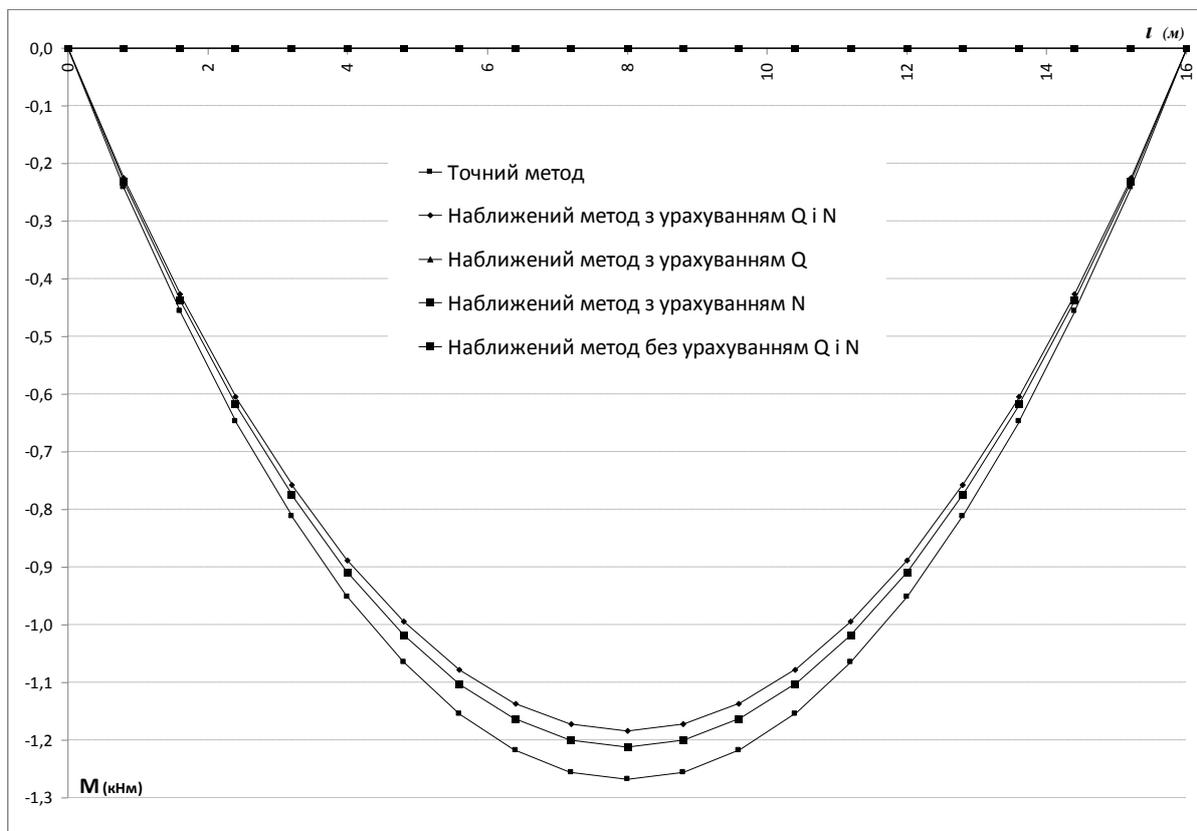


Рисунок 2 – Епюри згинальних моментів при співвідношенні $f/l = 1/4$ та навантаженні, що відповідає рис.1, а

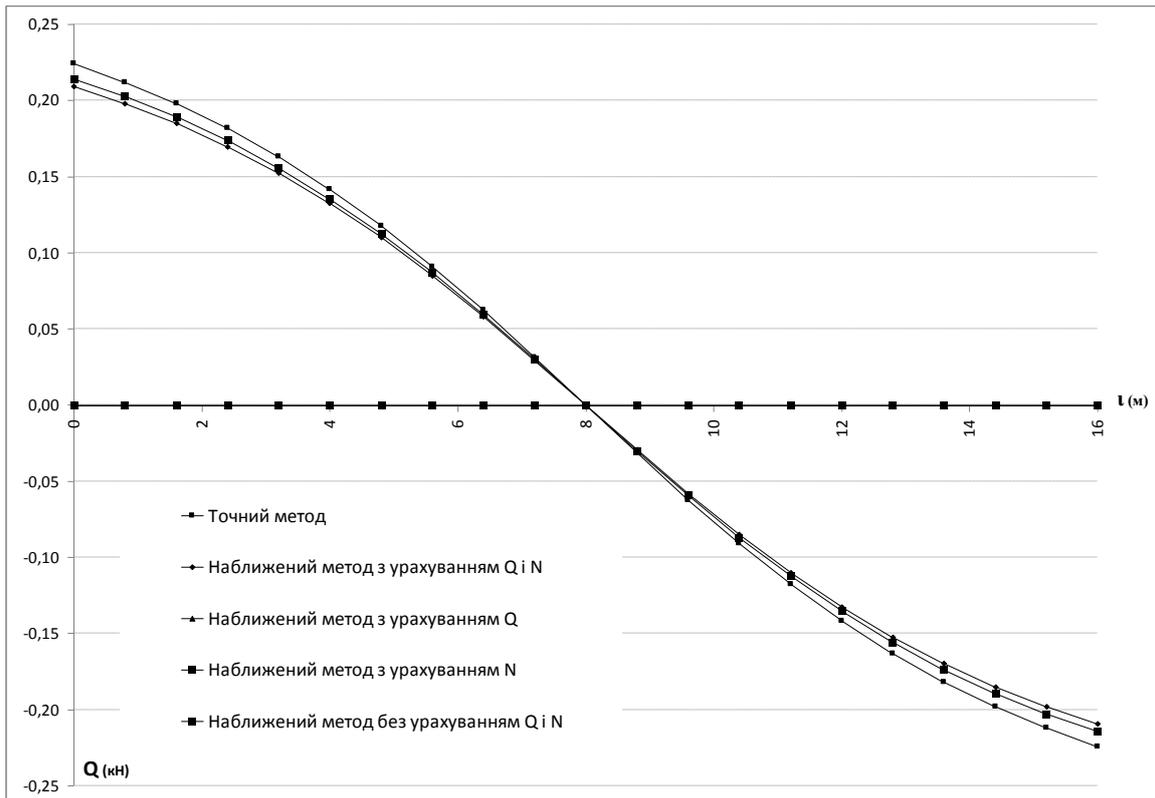


Рисунок 3 – Епюри поперечних зусиль при співвідношенні $f / \ell = 1/4$ та навантаженні, що відповідає рис.1, а

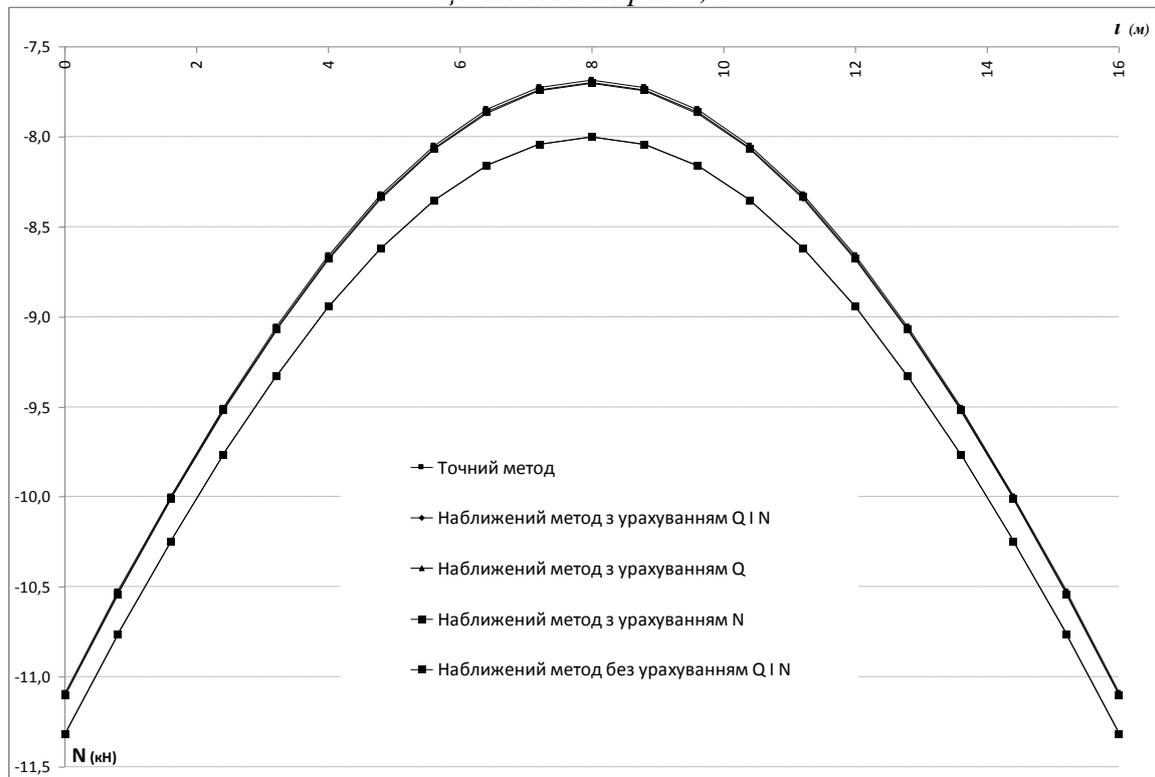


Рисунок 4 – Епюри поздовжніх зусиль при співвідношенні $f / \ell = 1/4$ та навантаженні, що відповідає рис.1, а

Таблиця 1 – Значення розпору двошарнірної арки (кН)

Метод розрахунку		Співвідношення f/ℓ																				
		1/10		1/8		1/7		1/5		1/4		1/3		1/2								
		1, a	1, б	1, a	1, б	1, a	1, б	1, a	1, б	1, a	1, б	1, a	1, б	1, a	1, б							
Точний (Інтегрування за довжиною осі арки з урахуванням Q і N)		48,10	23,92	13,51	30,78	15,26	10,79	23,56	11,65	9,43	12,01	5,89	6,72	7,69	3,74	5,36	4,32	2,07	3,999	1,92	0,89	2,64
Наближений (Інтегрування за проекцією осі арки з урахуванням Q і N)		48,13	23,94	13,50	30,81	15,28	10,79	23,59	11,67	9,43	12,04	5,91	6,71	7,71	3,76	5,36	4,34	2,09	3,998	1,93	0,91	2,65
Відносна похибка, %		0,05	0,07	0,030	0,08	0,11	0,04	0,11	0,15	0,04	0,19	0,35	0,05	0,27	0,56	0,06	0,39	1,01	0,03	0,62	1,98	0,04
Наближений (Інтегрування за проекцією осі арки з урахуванням Q)		50	24,87	13,88	32	15,87	11,09	24,5	12,13	9,69	12,5	6,14	6,90	8	3,90	5,50	4,5	2,17	4,11	2	0,95	2,72
Відносна похибка, %		3,79	3,81	2,71	3,81	3,84	2,69	3,82	3,88	2,69	3,88	4,04	2,67	3,94	4,25	2,65	4,02	4,66	2,63	4,2	5,61	2,65
Наближений (Інтегрування за проекцією осі арки з урахуванням N)		48,12	24,06	13,53	30,79	15,39	10,82	23,57	11,79	9,47	12,03	6,01	6,77	7,70	3,85	5,50	4,33	2,16	4,06	1,92	0,96	2,71
Відносна похибка, %		0,03	0,58	0,21	0,04	0,88	0,32	0,05	1,13	0,41	0,1	2,05	0,72	0,17	2,91	2,76	0,23	4,44	1,53	0,42	7,28	2,40
Наближений (Інтегрування за проекцією осі арки з урахуванням Q і N)		50	25,00	13,92	32	16,00	11,13	24,5	12,25	9,74	12,5	6,25	6,96	8	4,00	5,57	4,5	2,25	4,18	2	1,00	2,78
Відносна похибка, %		3,79	4,33	2,95	3,81	4,62	3,06	3,82	4,86	3,15	3,88	5,74	3,46	3,94	6,60	3,74	4,02	8,09	4,22	4,2	10,8	4,99

Інші види навантажень двохшарнірних арок, наведених на рис.1, б та рис.1, в, на графіках не зображено, але розрахунки визначення внутрішніх зусиль при цих навантаженнях виконані, а їх результати враховані у висновках.

У результаті аналізу проведених аналітичних розрахунків за наведеним вище точним і наближеними методами одержані допустимі межі використання спрощених методів розрахунків міцності та жорсткості двохшарнірних арок залежно від співвідношень стріли підйому арки (f) до її прольоту (ℓ), котрі наведені у висновках цієї статті.

Висновки. Аналізуючи дані розрахунків, можна зробити висновок, що при розрахунку двохшарнірних арок із постійними жорсткостями, осі яких окреслені за квадратною параболою, можна використати такі спрощення:

1) при співвідношенні висоти перерізу арки до її прольоту ($h/\ell < 1/10$), а також $f/\ell < 1/5$ можна знехтувати поперечними та поздовжніми силами при обчисленні переміщень, а інтегрування за довжиною осі арки замінити інтегруванням за горизонтальною проекцією осі арки ($dS \cong dx$);

2) у випадку, коли виконується перша умова, значення коефіцієнта податливості δ_{11} при розрахунку двохшарнірних арок, як із затяжкою, так і без неї, можна обчислювати за формулою

$$\delta_{11} = \int_0^{\ell} \frac{\overline{M}_1^2}{EI_a} dx + \int_0^{\ell} \frac{\overline{N}_{зам,1}^2}{EA_{зам}} dx = \frac{8f^2\ell}{15EI_a} + \frac{\ell}{EA_{зам}}. \quad (9)$$

Для арки без затяжки остання складова виразу (9) буде дорівнювати нулю;

3) при обчисленні переміщення від зовнішнього навантаження у випадку, коли виконується перша умова, його значення можна обчислювати без урахування поперечних і поздовжніх зусиль.

Література

1. Дарков, А.В. *Строительная механика* / А.В. Дарков, Н.Н. Шапошников. – М.: Высш. школа, 1986. – 607 с.
2. Доценко, И.С. *Строительная механика* / И.С. Доценко. – К.: Вища школа, 1976. – 296 с.
3. Баженов, В.А. *Будівельна механіка. Комп'ютерні технології: підручник* / В.А. Баженов, А.В. Перельмутер, О.В. Шишов; за заг. ред. д.т.н., проф. В.А. Баженова. – К.: Каравела, 2009. – 696 с.
4. Ржаницин, А.Р. *Строительная механика* / А.Р. Ржаницин. – М.: Высшая школа, 1991. – 439 с.

Надійшла до редакції 09.12. 2011

© О.А. Шкурупій, О.М. Буєв

А.А. Шкурупій, к.т.н., доцент, А.М. Буєв, студент

Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка

ВЛИЯНИЕ ПРОДОЛЬНЫХ И ПОПЕРЕЧНЫХ СИЛ НА РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА ПРОЧНОСТИ И ЖЕСТКОСТИ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ АРОК

Выполнены теоретические исследования определения влияния поперечных и продольных усилий на величину распора, а также внутренних усилий при расчете прочности и жесткости статически неопределимых арок в зависимости от соотношения стрелы подъема арки (f) к ее пролету (ℓ). Сравнен точный метод расчета с упрощенными. Установлены пределы соотношений f/ℓ , при которых возможно использование упрощенных методов расчетов без учета поперечных и продольных усилий.

Ключевые слова: прочность, жесткость, перемещение, статическая неопределимость, арка, двухшарнирная арка, стрела подъема, пролет, нагрузка.

O.A. Shkurupiy, Ph.D., Associate Professor, O.M. Buyev, student

Poltava National Technical University named after Yuri Kondratyuk

INFLUENCE OF LONGITUDINAL AND TRANSVERSAL FORCES ON RESULTS OF CALCULATION OF STRENGTH AND RIGIDITY OF STATICALLY INDEFINABLE ARCHES

Theoretical researches of determination of transversal and longitudinal efforts are executed on the size of outward pressure have been done as well as theoretical researches of internal efforts at calculation of durability and rigidity of statistically indefinable arches depending on correlation of arch lifting boom (f) and its spam (l) have been compared/ comparing of precise calculation method with those of simplified ones has been performed. The limits of correlations f/l at which it is possible to use the simplified calculation methods have been set without accounting transversal and longitudinal efforts

Keywords: *durability, rigidity, moving, static vagueness, arch, two-hinged arch, lifting boom, spam, load.*