

УДК 624.012.45:624.072.2:624.046.2

*О.В. Гарькава, к.т.н., старший викладач
Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка*

**СПРОЩЕНА МЕТОДИКА РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ
МІЦНОСТІ ПОЗАЦЕНТРОВО СТИСНУТИХ ЕЛЕМЕНТІВ
НА ОСНОВІ ДВОЛІНІЙНИХ ДІАГРАМ СТАНУ
БЕТОНУ ТА АРМАТУРИ**

Викладено спрощену методику розв'язання задач перевірки міцності та розрахунку площі робочої арматури позацентрово стиснутих залізобетонних елементів на основі деформаційної моделі з використанням дволінійних діаграм деформування матеріалів.

Ключові слова: залізобетон, стиск, міцність, розрахунок.

УДК 624.012.45:624.072.2:624.046.2

*О.В. Гарькавая, к.т.н., старший преподаватель
Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка*

**УПРОЩЕННАЯ МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ
ПРОЧНОСТИ ВНЕЦЕНТРЕННО СЖАТЫХ ЭЛЕМЕНТОВ
НА ОСНОВЕ ДВУХЛИНЕЙНЫХ ДИАГРАММ СОСТОЯНИЯ
БЕТОНА И АРМАТУРЫ**

Изложена упрощенная методика решения задач проверки прочности и расчета площади рабочей арматуры внецентренно сжатых железобетонных элементов на основе деформационной модели с использованием двухлинейных диаграмм деформирования материалов.

Ключевые слова: железобетон, сжатие, прочность, расчет.

UDC 624.012.45:624.072.2:624.046.2

*O.V. Garkava, PhD, senior lecturer
Poltava National Technical Yuri Kondratyuk University*

**SIMPLIFIED METHOD OF STRENGTH PROBLEMS
SOLUTION OF ECCENTRIC-COMPRESSED ELEMENTS
ON THE BASIS OF TWO-LINEAR STRESS-STRAIN DIAGRAMS
OF CONCRETE AND REINFORCEMENT**

The simplified method of solution problems of strength examination and calculation of principal reinforcement area of reinforced concrete eccentric-compressed elements is offered on the basis of deformation model with use of two-linear stress-strain diagrams of materials.

Keywords: reinforced concrete, compression, strength, calculation.

Вступ. Із введенням у дію нових нормативних документів [1, 2] з проектування залізобетонних конструкцій усе більшої актуальності набирає потреба розроблення спрощених та зручних в інженерному використанні методик розрахунку міцності залізобетонних елементів, що зазнають різних видів деформацій. Розроблення таких методик необхідне для розв'язання як задачі перевірки міцності, так і задачі підбору арматури. Подібний підхід до розв'язання окремих задач за допомогою спрощених методик, що базуються на загальній деформаційній моделі, раніше був реалізований у країнах Євросоюзу [3, 4]. Як показує практика, впровадження дволінійних діаграм деформування матеріалів широко сприяє вдосконаленню методик спрощеного аналітичного розрахунку міцності залізобетонних елементів як при згинанні, так і при стиску.

Огляд останніх джерел досліджень і публікацій. Пропозиції щодо напрямів удосконалення методик перевірки міцності та підбору арматури позацентрово стиснутих залізобетонних елементів на основі нелінійної деформаційної моделі наведено в роботах [5 – 7]. Інженерні методики розв'язання задач міцності елементів, що зазнають згинання, з використанням діаграм деформування бетону та арматури запропоновано авторами в працях [8 – 11].

Виділення не розв'язаних раніше частин загальної проблеми. Для позацентрово стиснутих елементів практичної методики розв'язання двох задач міцності на основі положень чинної нормативної бази з використанням дволінійних діаграм стану бетону та арматури поки що не запропоновано.

Постановка завдання. Мета роботи полягає в отриманні аналітичних залежностей для розв'язання задач перевірки міцності та розрахунку необхідної площі робочої арматури позацентрово стиснутих залізобетонних елементів на основі нелінійної деформаційної моделі з використанням дволінійних діаграм деформування бетону та арматури.

Основний матеріал і результати. Для розв'язання поставлених задач розглядається гранична рівновага позацентрово стиснутого залізобетонного елемента прямокутного профілю з армуванням, зосередженим біля граней елемента (рис. 1).

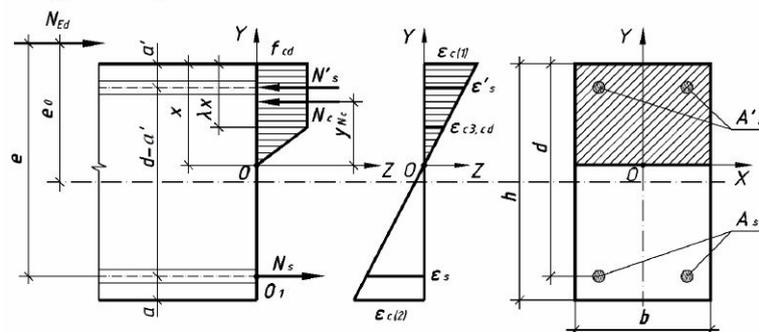


Рис. 1. Розрахункова схема напружень і деформацій у нормальному перерізі позацентрово стиснутого елемента при $x \leq h$

Виведення розрахункових формул виконується на основі передумов, прийнятих у діючих нормах [1, 2], з використанням дволінійних діаграм деформування бетону та арматури.

На основі розрахункової схеми (рис. 1) загальні рівняння рівноваги записані таким чином:

$$\sum X=0; N_{Ed}-N_c-N'_s+N_s=0; \quad (1)$$

$$\sum M_{O_1}=0; N_c(d-x+y_{Nc})+N'_s(d-a')-N_{Ed}e=0, \quad (2)$$

де N_{Ed} – зовнішня поздовжня сила; N_c , N'_s , N_s – рівнодійні напружень відповідно в бетоні, стиснутій та розтягнутій арматурі; d , x , y_{Nc} – відповідно робоча висота, висота стиснутої зони поперечного перерізу, відстань від нейтральної лінії до точки прикладання зусилля N_c ; a' – відстань від стиснутої грані перерізу до центра ваги стиснутої арматури; $e=e_0+h/2-a$ – ексцентриситет сили N_{Ed} відносно точки прикладання рівнодійної N_s .

Вирази для визначення рівнодійної N_c напружень у бетоні стиснутої зони та координати y_{Nc} точки її прикладання при дволінійній епюрі напружень у бетоні стиснутої зони для прямокутного перерізу було отримано в роботі [11]:

$$N_c = f_{cd}bx\omega, \quad (3)$$

$$y_{Nc} = x\frac{\varphi}{\omega}, \quad (4)$$

де ω , φ – відповідно коефіцієнти повноти епюри напружень у стиснутому бетоні та статичного моменту цієї епюри, що визначаються за формулами:

$$\omega = \frac{1+\lambda}{2}, \quad (5)$$

$$\varphi = \frac{2+2\lambda-\lambda^2}{6}, \quad (6)$$

де λ – коефіцієнт пластичності бетону

$$\lambda = 1 - \frac{\varepsilon_{c3,cd}}{\varepsilon_{c(1)}}. \quad (7)$$

У формулах (1) та (2) рівнодійні напружень у стиснутій і розтягнутій арматурі

$$N'_s = \sigma'_s A'_s, \quad (8)$$

$$N_s = \sigma_s A_s. \quad (9)$$

Перевірка міцності позацентрово стиснутого елемента виконується залежно від висоти x стиснутої зони бетону. Якщо $\sigma'_s = f_{yd}$ та $\sigma_s = f_{yd}$, за умови симетричного армування висота стиснутої зони бетону визначатиметься з рівняння (1) за такою залежністю:

$$x = \frac{N_{Ed}}{f_{cd}b\omega}. \quad (10)$$

Якщо $x \leq \bar{\xi}_R d$, то міцність елемента в нормальному перерізі слід перевіряти за отриманою з рівняння (2) умовою

$$N_{Ed} e \leq f_{cd} b x \omega (d - \chi x \omega) + f_{yd} A'_s (d - a'), \quad (11)$$

в якій

$$\chi = \frac{\omega - \varphi}{\omega^2}. \quad (12)$$

Використовуючи гіпотезу плоских перерізів, отримали, що гранична відносна висота стиснутої зони бетону

$$\bar{\xi}_R = \frac{1}{1 + \frac{f_{yd}}{\varepsilon_{cu3,cd} E_s}}. \quad (13)$$

Оскільки критерієм вичерпання міцності залізобетонного елемента згідно з нормами [1] є досягнення в найбільш стиснутій фібрі бетону граничних значень відносних деформацій стиску, то при розрахунку приймаємо, що

$$\varepsilon_{c(1)} = \varepsilon_{cu3,cd}. \quad (14)$$

Таким чином параметри λ , ω , φ , χ залежать тільки від значень $\varepsilon_{cu3,cd}$ відносних граничних деформацій стиску бетону, котрі згідно з нормативним документом [1] нормуються для кожного класу бетону. На основі даних [1, табл. 3.1] за формулами (5) – (7) та (12) значення параметрів λ , ω , φ , χ протабульовано залежно від класу бетону (табл. 1).

Таблиця 1. Значення параметрів λ , ω , φ , χ залежно від класу бетону

Клас бетону	λ	ω	φ	γ	χ
C8/10	0,858	0,929	0,497	0,465	0,501
C12/15	0,844	0,922	0,496	0,462	0,501
C16/20	0,820	0,910	0,495	0,457	0,502
C20/25	0,797	0,898	0,493	0,451	0,502
C25/30	0,773	0,887	0,491	0,446	0,503
C30/35	0,743	0,871	0,489	0,439	0,504
C32/40	0,708	0,854	0,486	0,431	0,505
C35/45	0,661	0,831	0,481	0,421	0,507
C40/50	0,628	0,814	0,477	0,414	0,509
C45/55	0,584	0,792	0,471	0,405	0,511
C50/60	0,529	0,765	0,463	0,394	0,516

Якщо $x > \bar{\xi}_R d$, тобто $\sigma_s = E_s \varepsilon_s < f_{yd}$, то при перевірці залежності (11) значення x необхідно визначати з рівняння (1), перетвореного до вигляду

$$N_{Ed} - f_{cd} b x \omega - f_{yd} A'_s + E_s \varepsilon_s A_s = 0, \quad (15)$$

де згідно з гіпотезою плоских перерізів

$$\varepsilon_s = \frac{\varepsilon_{c(1)} (d - x)}{x}. \quad (16)$$

Після розв'язання рівняння (15) з урахуванням співвідношення (16) отримано, що висота

$$x = \bar{\xi} d, \quad (17)$$

$$\text{де } \bar{\xi} = \frac{\bar{\alpha}_n - \bar{\alpha}'_s - \bar{\alpha}_s}{2} + \sqrt{\left(\frac{\bar{\alpha}_n - \bar{\alpha}'_s - \bar{\alpha}_s}{2}\right)^2 + \bar{\alpha}_s};$$

$$\bar{\alpha}_n = \frac{N_{Ed}}{f_{cd} b d \omega}; \quad \bar{\alpha}'_s = \frac{f_{yd} A'_s}{f_{cd} b d \omega}; \quad \bar{\alpha}_s = \frac{E_s \varepsilon_{cu3,cd} A_s}{f_{cd} b d \omega}.$$

Таким чином, міцність елемента при $x > \bar{\xi}_R d$ слід перевіряти за умовою (11), використовуючи значення x , обчислене із застосуванням формули (17). При цьому повинна задовольнятися умова $x \leq h$.

Підбір площі робочої арматури стиснутого елемента здійснюється за умови повного використання арматури, тобто при $\sigma'_s = f_{yd}$ та $\sigma_s = f_{yd}$. З урахуванням цього рівняння (2) при підстановці залежностей (3), (4) та (8), (9) набуває вигляду

$$f_{cd} b x \omega (d - \chi x \omega) + f_{yd} A'_s (d - a') - N_{Ed} e = 0. \quad (18)$$

Із застосуванням залежності $\bar{\xi} = x/d$ рівняння (18) перетворено таким чином:

$$f_{cd} b \bar{\xi} \omega (1 - \chi \bar{\xi} \omega) d^2 + f_{yd} A'_s (d - a') - N_{Ed} e = 0. \quad (19)$$

Використавши аналогічний відомому з відмінених норм [12] коефіцієнт та виконавши заміну

$$\bar{\alpha}_m = \bar{\xi} \omega (1 - \chi \bar{\xi} \omega), \quad (20)$$

маємо

$$f_{cd} b d^2 \bar{\alpha}_m + f_{yd} A'_s (d - a') - N_{Ed} e = 0. \quad (21)$$

З рівняння (21) отримано формулу для визначення площі стиснутої арматури A'_s позациентрово стиснутого елемента

$$A'_s = \frac{N_{Ed} e - f_{cd} b d^2 \bar{\alpha}_m}{f_{yd} (d - a')}. \quad (22)$$

Формулу для визначення площі розтягнутої арматури A_s одержано з рівняння (1) після підстановки в нього залежностей (3), (8), (9)

$$A_s = \frac{f_{cd} b \bar{\xi} \omega d - N_{Ed}}{f_{yd}} + A'_s. \quad (23)$$

Підбір арматури слід виконувати при повному використанні міцнісних та деформативних характеристик матеріалів, тобто при досягненні в найбільш стиснутій фібрі бетону граничних значень відносних деформацій стиску та досягненні в розтягнутій арматурі деформацій, що відповідають її текучості. Отже, при розрахунку приймаємо, що

$$\varepsilon_{c(1)} = \varepsilon_{cu3,cd}, \quad (24)$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{s0} = f_{yd} / E_s. \quad (25)$$

Таким чином, при визначенні площі стиснутої A'_s та розтягнутої A_s арматури позacentрово стиснутого елемента за формулами (22) і (23) параметри $\bar{\alpha}_m$ та $\bar{\xi}$ набувають граничних значень $\bar{\alpha}_m = \bar{\alpha}_R$ і $\bar{\xi} = \bar{\xi}_R$ відповідно. З урахуванням формул (20) та (13)

$$\bar{\alpha}_R = \bar{\xi}_R \omega (1 - \chi \bar{\xi}_R \omega), \quad (26)$$

де величини ω та χ наведено в табл. 1.

На основі даних нормативних документів [1] і [2] за формулами (26) та (13) значення параметрів $\bar{\alpha}_R$ і $\bar{\xi}_R$ протабульовано залежно від класу бетону та арматури (табл. 2).

Таблиця 2. Значення параметрів $\bar{\alpha}_R$, $\bar{\xi}_R$ для різних класів бетону й арматури

		C8/10	C12/15	C16/20	C20/25	C25/30	C30/35	C32/40	C35/45	C40/50	C45/55	C50/60
A240C	$\bar{\xi}_R$	0,756	0,754	0,748	0,740	0,734	0,720	0,708	0,692	0,680	0,668	0,654
	$\bar{\alpha}_R$	0,455	0,453	0,448	0,443	0,438	0,430	0,420	0,407	0,398	0,386	0,371
A400C	$\bar{\xi}_R$	0,661	0,658	0,651	0,641	0,634	0,618	0,604	0,586	0,572	0,558	0,543
	$\bar{\alpha}_R$	0,425	0,422	0,416	0,410	0,403	0,392	0,382	0,367	0,355	0,342	0,326
A500C Ø8-22	$\bar{\xi}_R$	0,620	0,617	0,609	0,600	0,592	0,575	0,560	0,542	0,527	0,514	0,499
	$\bar{\alpha}_R$	0,410	0,407	0,400	0,393	0,386	0,375	0,363	0,347	0,335	0,322	0,306
A500C Ø 25-40	$\bar{\xi}_R$	0,630	0,627	0,619	0,610	0,602	0,585	0,571	0,553	0,538	0,524	0,509
	$\bar{\alpha}_R$	0,414	0,410	0,404	0,397	0,391	0,379	0,368	0,352	0,340	0,327	0,311

Висновки. Ураховуючи зручність у використанні, запропоновану спрощену методику розв'язання задач перевірки міцності та розрахунку площі позacentрово стиснутих елементів, розроблену на основі деформаційної моделі відповідно до вимог сучасної нормативної бази [1, 2], може бути рекомендовано до використання в інженерній практиці проектування залізобетонних конструкцій.

Література

1. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення : ДБН В.2.6-98:2009. – К.: Мінрегіонбуд України, 2009. – 97 с.
2. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування : ДСТУ Б В.2.6-156:2010. – К.: Мінрегіонбуд України, 2011. – 118 с.
3. Mosley W.H. Reinforced concrete design to Eurocode 2 / W.H. Mosley, J.H. Bungey, R. Hulse. – PALGRAVE MACMILLAN, 2007. – 408 p.

4. Pillai S.U. Reinforced concrete design / S.U. Pillai, D. Menon. – Tata McGraw Hill Education, 2009. – 962 p.
5. Павліков А.М. Нелінійна модель напружено-деформованого стану косозавантажених залізобетонних елементів у закритичній стадії : монографія / А.М. Павліков. – Полтава, 2007. – 320 с.
6. Павліков А.М. Застосування нелінійної деформаційної моделі в розрахунках міцності позацентрово стиснутих залізобетонних елементів при плоскому та косому деформуванні / А.М. Павліков, О.В. Бойко, Д.Ф. Федоров // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць. – Рівне: НУВГП, 2011. – Вип. 22. – С. 444 – 451.
7. Павліков А.М. Визначення розмірів ядра перерізу в нелінійних задачах позацентрово стиснутих елементів у загальному випадку / А.М. Павліков, Д.Ф. Федоров // Збірник наукових праць. Серія: галузеве машинобудування, будівництво. – Полтава: ПолтНТУ, 2008. – Вип. 21. – С. 44 – 47.
8. Павліков А.М. Розрахунок міцності нормальних перерізів балкових елементів за нелінійною деформаційною моделлю (на основі ДБН В.2.6-98:2009) : навчальний посібник / А.М. Павліков, О.В. Бойко. За ред. А.М. Павлікова. – Полтава: ПолтНТУ, 2012. – 85 с.
9. Микитенко С.М. Практичні методи розрахунку міцності залізобетонних елементів на основі нелінійної деформаційної моделі / С.М. Микитенко // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць. – Рівне: НУВГП, 2012. – Вип. 24. – С. 192 – 199.
10. Кочкаръов Д.В. Практичний розрахунок згинальних залізобетонних елементів за міцністю на основі нелінійного деформування матеріалів / Д.В. Кочкаръов, В.І. Бабич // Бетон и железобетон в Украине. – 2011. – №5. – С. 22 – 26.
11. Павліков А.М. Розв'язання задач міцності залізобетонних елементів у нормальному перерізі на основі дволінійних діаграм стану бетону та арматури / А.М. Павліков, О.В. Бойко // Збірник наукових праць. Серія: галузеве машинобудування, будівництво. – Полтава: ПолтНТУ, 2010. – Вип. 2(27). – С. 18 – 22.
12. Бетонные и железобетонные конструкции : СНиП 2.03.01-84*. – М.:ЦИТП Госстроя СССР, 1989. – 80 с.

Надійшла до редакції 16.09.2013
© О.В. Гарькава