УДК 681.5:621.3056

О.В. Шефер, к.т.н., доцент
В.М. Галай, к.т.н., доцент

Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка, Полтава

УРАХУВАННЯ ПРУЖНИХ ДЕФОРМАЦІЙ У ПРОЦЕСІ КЕРУВАННЯ СКЛАДНИМИ ТЕХНІЧНИМИ СИСТЕМАМИ

У статті розглянуто вплив пружно-в'язких механічних зв'язків у процесі керування складними технічними системами, на прикладі математичного моделювання двомасової механічної системи, яка здатна відтворити механічний ефект.

Ключові слова: *пружна деформація, передавальна функція, амплітуда резонансного піку, парціальні системи, недемпферовані коливання.*

Вступ

У ряді випадків слід враховувати пружні деформації механічних передач [1]. Це довгі вали, ремінні передачі, канати та інші пружні передачі. Потрібно враховувати пружність оброблюваного матеріалу – паперове полотно, транспортерна стрічка або ланцюг транспортера та інших механізмів безперервної обробки матеріалу.

Основна частина

Найчастіше пружності зводять до випадку, коли виконуються закони Гука (зусилля або пружні моменти, що виникають у пружному елементі, пропорційні відповідно лінійним або кутовим деформаціями) [3]:

$$F_y = C\Delta L;\ M_y = C\Delta\varphi \qquad (1)$$

де С - коефіцієнт жорсткості.

У ряді механізмів є зазори в передачах, люфти. Це притаманне механізмам з великим передавальним відношенням, особливо при прямозубих передачах. Сукупність послідовно з'єднаних пружних ланок, на першу з яких впливає момент двигуна, а виходом є кут повороту останньої маси, можна описати еквівалентною двомасовою пружно-в'язкою системою (рис.1), де

$$M_y = C\Delta\varphi = C(\varphi_1 - \varphi_2); \qquad (2)$$

$$M_{вт} = в\frac{d(\Delta\varphi)}{dt} = в\frac{d(\varphi_1 - \varphi_2)}{dt} = в(\omega_1 - \omega_2);$$

Рис. 1. Еквівалентна двомасова пружно-в'язка система

$$M_y = M_y^{г} + M_{вт} = C(\varphi_1 - \varphi_2) + в(\omega_1 - \omega_2) = \frac{C(\omega_1 - \omega_2)}{p} + в(\omega_1 - \omega_2) = (\omega_1 - \omega_2)\left(\frac{C}{p} + в\right) = \frac{C}{p}\left(1 + \frac{в}{C}p\right)\omega = \frac{C}{p}(1 + T_д p)\Delta\omega. \qquad (3)$$

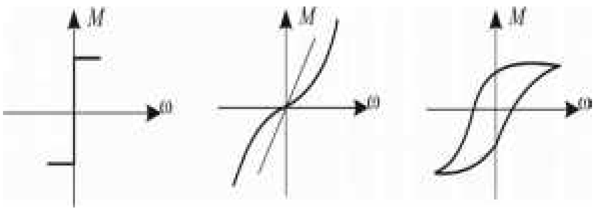


Рис. 2. Характеристики видів тертя: а - сухе; б - в'язке; в - гістерезисне

Складова моменту $M_{вт}$ враховує втрати на в'язке тертя, так як механічна ланка не може бути ідеально консервативною. Тертя [2] можна розділити на такі типи:

- сухе (рис. 2, *а);*
- в'язке (рис. 2, б);
- гістерезисне (рис. 2, в);
- конструктивне у формально нерухомому з'єднанні.

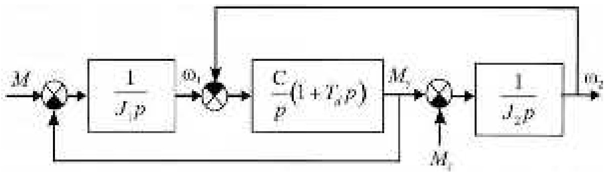


Рис. 3. Структурна схема двомасової пружно-в'язкої механічної системи

Всі ці види тертя можна привести до одного еквівалентного-пружному тертю $M_{вт}$ = в (ω2 - ω1). Тоді структурна схема двомасової пружно-в'язкої механічної системи одержить вигляд[3], представлений на рис. 3.

У даній структурі є два вхідні впливи (М, Мс) і три вихідні координати $(\omega_1, \omega_2, M_y)$.

Виведемо передавальну функцію $\frac{\omega_2(p)}{M(p)}$;

Перетворимо структурну схему (рис.3) до виду, представленому на рис. 4

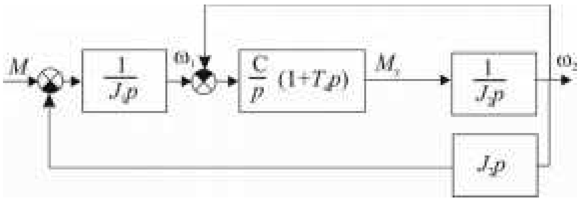


Рис. 4. Перетворена структурна схема двомасової пружно-в’язкої механічної системи з виходом по ω_2

Передавальна функція внутрішнього контуру (рис.4):

$$\frac{\frac{C}{p}(1+T_d p)\frac{1}{j_2 p}}{1+\frac{C}{p}(1+T_d p)\frac{1}{j_2 p}} = \frac{1+T_d p}{\frac{j_2}{C}p^2+1+T_d p}. \quad (5)$$

Тоді шукана передавальна функція

$$\frac{\omega_2(p)}{M(p)} = \frac{\frac{1}{j_1 p}*\frac{1+T_d p}{\frac{j_2}{C}p^2+1+T_d p}}{1+\frac{1}{j_1 p}*\frac{1+T_d p}{\frac{j_2}{C}p^2+1+T_d p}j_2 p} =$$

$$\frac{1+T_d p}{j_1 p\left(\frac{j_2}{C}p^2+1+T_d p\right)+j_2 p(1+T_d p)} =$$

$$\frac{1+T_d p}{\frac{j_1 * j_2}{C}p^3+j_1 p(1+T_d p)+j_2 p(1+T_d p)} =$$

$$\frac{1+T_d p}{(j_1+j_2)p} * \frac{1}{\frac{j_1 * j_2}{C(j_1+j_2)}p^2+1+T_d p} = \frac{1}{(j_1+j_2)p} * \frac{1+T_d p}{T_y^2 p^2+1+T_d p}, \quad (6)$$

де $T_y=\sqrt{\frac{j_1 * j_2}{C(j_1+j_2)}}$ и $\omega_y=\frac{1}{T_y}$ — період і частота вільних недемпферованих пружних коливань.

Виведемо передавальну функцію $\frac{\omega_1(p)}{M(p)}$. Вихідну структурну схему (рис.3) перетворимо до виду, представленому на рис. 5

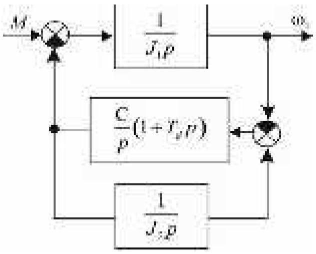


Рис. 5. Перетворена структурна схема двомасової пружно-в’язкої механічної системи з виходом по струму

Передаточні функції внутрішнього і зовнішнього контурів для рис.5:

$$\frac{\frac{C}{p}(T_d p+1)}{1+\frac{C}{p}(T_d p+1)\frac{1}{j_2 p}} = \frac{j_2 p(T_d p+1)}{\frac{j_2}{C}p^2+T_d p+1}; \quad (7)$$

$$\frac{\omega_1(p)}{M(p)} = \frac{\frac{1}{j_1 p}}{1+\frac{1}{j_1 p}*\frac{j_2 p(T_d p+1)}{\frac{j_2}{C}p^2+T_d p+1}} =$$

$$\frac{\frac{j_2}{C}p^2+T_d p+1}{\frac{j_1 j_2}{C}p^3+j_1 p(T_d p+1)+j_2 p(T_d p+1)} =$$

$$=\frac{1}{(j_1+j_2)p} * \frac{\frac{j_2}{C}p^2+T_d p+1}{T_y^2 p^2+T_d p+1}. \quad (8)$$

Підставимо

$$\frac{j_2(j_1+j_2)j_1}{C(j_1+j_2)j_1} = T_y^2\gamma, \quad (9)$$

де $\gamma=\frac{j_1+j_2}{j_1}$ - коефіцієнт співвідношення мас.

Тоді

$$\frac{\omega_2(p)}{M(p)} = \frac{1}{(j_1+j_2)p} * \frac{T_y^2\gamma\, p^2+T_d p+1}{T_y^2 p^2+T_d p+1}. \quad (10)$$

Всі передавальні функції зведені в табл. 1, де приведені також ЛАЧХ другої частини передавальних функцій, котрі відображають вплив пружності. У всіх передавальних функціях в знаменнику один поліном другого порядку, що відображає вплив пружності.

$$T_y^2 p^2 + T_d p + 1, \text{ де } T_y=\frac{1}{\omega_y};\ T_d = 2\xi\, T_y$$

Комплексні корені полінома:

$$p_{1,2}=-\delta\pm j\omega = -\omega_y(\xi \pm j\sqrt{1-\xi^2} \approx \omega_y \quad (11)$$

В подібних системах $\xi \leq 0{,}1$, тому

$$\omega=\omega_y\sqrt{1-\xi^2} \approx \omega_y \quad (12)$$

Амплітуда резонансного піку коливальної ланки другого порядку:

$$A(\omega)_m = \frac{1}{2\sqrt{1-\xi^2}} \approx \frac{1}{\xi}.$$

Найчастіше при дослідженнях розглядається двомасова механічна система, здатна відтворити динамічний ефект, адекватний багатомасовій [4, 5]. Це правомірно для автоматичних систем регулювання, замкнутих за швидкістю двигуна, коли локальні перетворення пружних ланок не впливають на динамічну поведінку неперетвореної частини системи, оскільки характер зв’язку пружної передачі з електроприводом не змінюється. Однак для систем регулювання, замкнутих за швидкістю механізму або будь-якої проміжної маси, важливо, з якої точки багатомасової системи буде взятий зворотний зв’язок по швидкості. Розглянемо тримасову механічну систему, в котрій потрібно стабілізувати швидкість середньої маси. До подібної системи можна звести ряд виробничих механізмів - випробувальні стенди, верстати та інші установки [5].

При дослідженні таких систем виникає питання, який вплив робить одна з двомасових (парціальна) система на іншу і за яких умов можна знехтувати цим впливом. Для вирішення проблеми потрібно отримати оцінки взаємопов’язаності парціальних систем [6].

За базу для перевірки виведених оцінок взаємопов’язаності приймемо системи електроприводу контрольно-обкатного верстата, призначеного для визначення оптимального монтажного положення гіпоїдної зубчастої передачі (рис. 6)

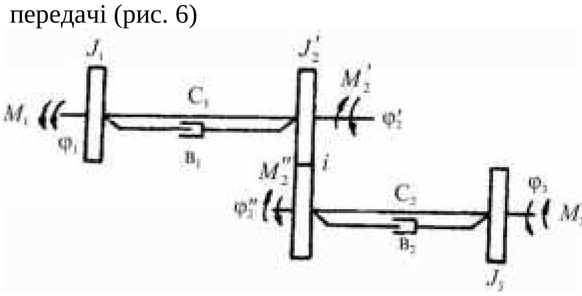
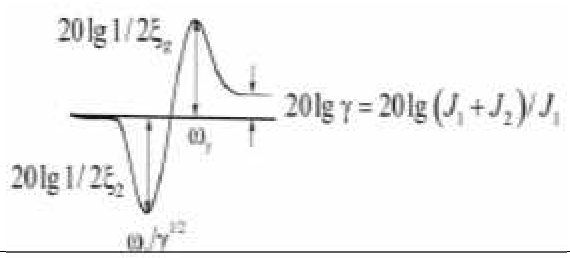
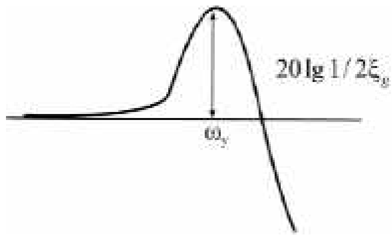
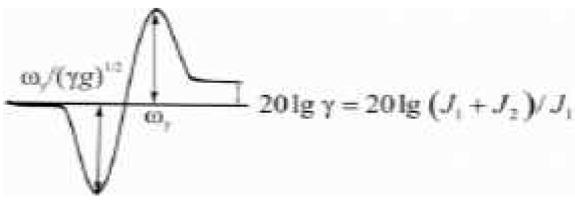


Рис. 6. Кінематична схема контрольно-обкатаного верстата

Таблиця 1

Вплив пружних зв'язків на математичний опис механічної системи

<table>
<tr><th>N</th><th>Передавальна функція</th><th>Частотні характеристики ланцюгів, які враховують вплив пружності</th></tr>
<tr><td>1</td><td>$\frac{\omega_1(p)}{M(p)} = \frac{1}{(j_1+j_2)p}\frac{T_y^2 \gamma p^2 + T_d p + 1}{T_y^2 p^2 + T_d p + 1}$, $\gamma = \frac{j_1+j_2}{j_1}$</td><td>
</td></tr>
<tr><td>2</td><td>$\frac{M_y(p)}{M(p)} = \frac{j_2}{j_1+j_2}\frac{T_d p + 1}{T_y^2 p^2 + T_d p + 1}$</td><td rowspan="4">
</td></tr>
<tr><td>3</td><td>$\frac{M_y(p)}{M_c(p)} = \frac{j_1}{j_1+j_2}\frac{T_d p + 1}{T_y^2 p^2 + T_d p + 1}$</td></tr>
<tr><td>4</td><td>$\frac{\omega_2(p)}{M(p)} = \frac{1}{(j_1+j_2)p}\frac{T_d p + 1}{T_y^2 p^2 + T_d p + 1}$</td></tr>
<tr><td>5</td><td>$\frac{\omega_1(p)}{M_c(p)} = \frac{1}{(j_1+j_2)p}\frac{T_d p + 1}{T_y^2 p^2 + T_d p + 1}$</td></tr>
<tr><td>6</td><td>$\frac{\omega_2(p)}{M_c(p)} = \frac{1}{(j_1+j_2)p}\frac{T_y \gamma g p^2 + T_d p + 1}{T_y^2 p^2 + T_d p + 1}$, $g = \frac{j_1}{j_2}$</td><td>
</td></tr>
</table>

Механічна частина верстата являє собою тримасову систему з двох шпинделів з контрольованою зубцевою парою, з'єднаних ремінними передачами з двома двигунами постійного струму. Якщо прийняти за базові величини номінальний момент $M_н$ та швидкість ω н, то вихідні системи рівнянь для подібної систем відносних величинах записуються таким чином:

$$T_{n1} p v_1 = \frac{T_d p + 1}{T_c p}(v_1 - v_2) + \mu_1; \quad (14)$$

$$T_{n2} p v_2 = \frac{T_d p + 1}{T_c p}(v_1 - v_2) - \frac{i(T_d p + 1)}{T_c p}(i v_1 - v_2) + \mu_2; \quad (15)$$

$$\frac{T_1^2 p^2 + T_d p + 1}{1-\gamma_1}\mu_y - \frac{i\gamma_1}{1-\gamma_1}(T_d p + 1)\mu_y = \mu_y; \quad (16)$$

$$\frac{T_2^2 p^2 + T_d p + 1}{1-\gamma_1}\mu_y \frac{\gamma_2}{i(1-\gamma_2)}(T_d p + 1)\mu_y = -\mu_3; \quad (17)$$

де, $j_2 = j_2' + i^2 j_2''$

$$T_{c1} = \frac{M_H}{\omega_H C_1}; \; T_{c2} = \frac{M_H}{\omega_H C_2}; \quad (18)$$

$$T_{d1} = \frac{E_1}{C_1}; \; T_{d2} = \frac{E_2}{C_2}; \quad (19)$$

$$T_{n1} = \frac{j_1 \omega_n}{M_n}; \; T_{n2} = \frac{j_2 \omega_n}{M_n}; \; T_{n3} = \frac{j_3 \omega_n}{M_n}; \quad (20)$$

ω_1, ω_2 - парціальні власні частоти недемпферованих коливань,

$$\omega_1 = \frac{1}{T_1} = \sqrt{\frac{C_1(j_1+j_2)}{j_1 j_2}}; \; \omega_2 = \frac{1}{T_2} = \sqrt{\frac{C_1(j_2+j_3)}{j_2 j_3}}; \quad (21)$$

Характеристичний поліном при нехтуванні в'язким тертям має вигляд:

$$\omega^6 - \omega^4(\omega_1^2 + \omega_2^2) + \omega^2\left(\omega_1^2 \omega_2^2 \frac{i^2 C_1 C_2}{j_2^2}\right) = 0; \quad (22)$$

Власні частоти тримасової механічної системи:

$$\omega_0 = 0; \; \omega_{1,2} = 0.5(\omega_1^2 - \omega_2^2) \pm \sqrt{(\omega_1^2 - \omega_2^2) + 4\gamma_1\gamma_2\omega_1^2 \omega_2^2}; \quad (23)$$

де, $\frac{C_1 C_2 i^2}{j_2^2} = \gamma_1\gamma_2\omega_1 \omega_2$; γ_1, γ_2 - коефіцієнти співвідношення мас,

$$\gamma_1 = \frac{j_1}{j_1+j_2}; \; \gamma_2 = \frac{i^2 j_3}{i^2 j_2 + j_3}. \quad (24)$$

Структурні схеми механічної тримасової системи з виходами по швидкостям або пружним моментам, побудовані згідно формул (15) і (17), представлені на рис. 7

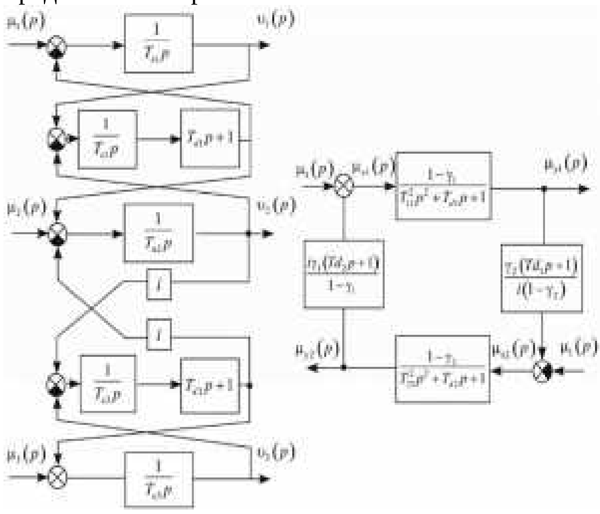


Рис. 7. Структурні схеми тримасової пружно-дисипативної системи: а - вихідна, б - перетворена з виходом по пружним моментам.

Проведемо аналіз взаємопов'язаності парціальних систем одна на одну, оцінимо, коли можна розглядати парціальні системи незалежно одна від одної. Найбільш просто робити оцінку взаємопов'язаності парціальних систем по пружному моменту, що дозволяє надалі оцінити вплив парціальних систем одна на одну і по швидкості окремих мас. Розглянемо оцінку взаємопов'язаності за передавальними функціями, що одержуються з рис. 7, б і відповідним логарифмічним частотним характеристикам. Згідно рис. 7, б можна записати

$$W_{y}(p)=\frac{\mu_{y}(p)}{\mu_{x}(p)}=\frac{1-\gamma_1}{T_1^2p^2+T_{1}p+1}; \qquad (25)$$

$$W_{y}(p)=\frac{\mu_{y}(p)}{\mu_{x}(p)}=\frac{1-\gamma_2}{T_2^2p^2+T_{2}p+1}; \qquad (26)$$

$$\Phi_{y}(p)=\frac{\mu_{y}(p)}{\mu_1(p)}=W_{y}(p)\Phi_{вз}(p); \qquad (27)$$

$$\Phi_{y}(p)=\frac{\mu_{y}(p)}{\mu_3(p)}=W_{y}(p)\Phi_{вз}(p); \qquad (28)$$

$$\Phi_{y}(p)=\frac{\mu_{y}(p)}{\mu_1(p)}=$$

$$=\frac{\frac{(1-\gamma_1)\gamma_2(T_{d}p+1)}{i}}{(T_1^2p^2+T_{d}+1)(T_2^2p^2+T_{d}+1)}\Phi_{вз}(p); \qquad (29)$$

$$\Phi_{y}(p)=\frac{\mu_{y}(p)}{\mu_3(p)}=$$

$$=\frac{(1-\gamma_2)\gamma_1(T_{d}p+1)}{(T_1^2p^2+T_{d}+1)(T_2^2p^2+T_{d}+1)}\Phi_{вз}(p); \qquad (30)$$

$$\Phi_{вз}(p)=\frac{\mu_{x}(p)}{\mu_1(p)}=\frac{\mu_{x}(p)}{\mu_3(p)}=$$

$$=\frac{1}{1-\frac{\gamma_1\gamma_2(T_{d}p+1)(T_{d}p+1)}{(T_1^2+T_{d}p+1)(T_2^2+T_{d}p+1)}}, \qquad (31)$$

де $W_{y}(p)$, $W_{y}(p)$ - передаточні функції для парціальних систем без урахування взаємозв'язку $\Phi_{y}(p), \Phi_{y}(p), \Phi_{y2}(p), \Phi_{y1}(p)$ - передавальна функції з урахуванням взаємозв'язку окремих парціальних систем; $\Phi_{вз}(p)$ - передавальна функція замкнутої системи за помилкою, яка враховує взаємозв'язок парціальних систем. Запишемо умову слабкого взаємозв'язку:

$$L\,|\,\Phi_{вз}(j\omega)\approx 1;\ \arg[\Phi_{вз}(j\omega)]\approx 0. \qquad (32)$$

На рис. 8, 9, 10 побудовано ЛАЧХ і ЛФЧХ для передаточних функцій, визначених за виразами (15) – (31) для параметрів:

$$C_1 = C_2 = 3{,}5 * \frac{1\ \ ^{-3}Нм}{рад}; \qquad (33)$$

$$в_1 = в_2 = 2{,}3\ Нм\,\frac{с}{рад}; \qquad (34)$$

$$\omega_1 = 185{,}2с^{-1};\ \omega_2 = 153с^{-1};$$

$$\omega_1 = 186{,}6с^{-1};\ \omega_2 = 152{,}8с^{-1};\ \gamma_1 = 0{,}2;$$

$$\gamma_2 = 0{,}018.$$

Аналіз ЛАЧХ і ЛФНХ показує, що умова (32) в даному випадку виконується. При цьому можна знехтувати впливом парціальних систем одна на одну і розглядати їх як незалежні, так як похибка за виразом (31) при побудові частотних характеристик не більше 0,7 дБ по амплітуді і 6 ° по фазі.

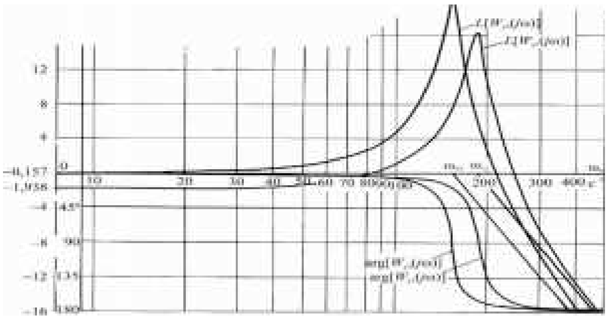


Рис. 8. Логарифмічні амплітудні й фазові характеристики окремих парціальних систем $\frac{\mu_{y1}(j\ )}{\mu_{x1}(j\ )}$, $\frac{\mu_{y2}(j\ )}{\mu_{x2}(j\ )}$ без взаємного впливу одна на одну.

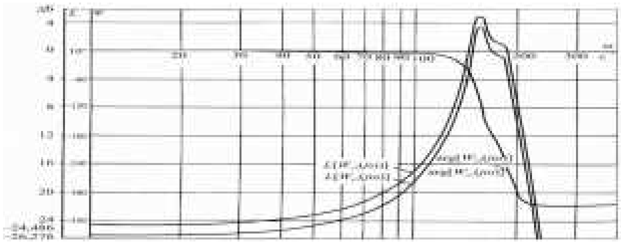


Рис. 9. Логарифмічні амплітудні й фазові характеристики окремих парціальних систем $\frac{\mu_{y1}(j\ )}{\mu_1(j\ )}$, $\frac{\mu_{y2}(j\ )}{\mu_3(j\ )}$ із взаємним впливом одна на одну.

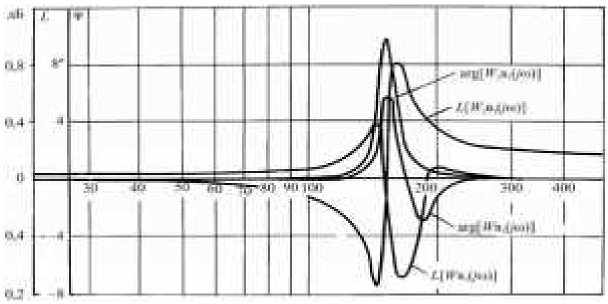


Рис.10. Логарифмічні амплітудні й фазові характеристики оцінки взаємовпливу $\Phi_{вз}(j\omega)$.

Оцінимо взаємопов'язаність окремих механічних систем по пружному моменту аналітичними методами, не будуючи частотних характеристик. Рішення рівняння (17) для вільних недемпферованих коливань може бути записано у вигляді:

$$\mu_{y1} = A_1 \sin\omega_1 t + A_2 \sin\omega_2 t; \qquad (35)$$

$$\mu_{y2} = A_1 K_1 \sin\omega_1 t + A_2 K_2 \sin\omega_2 t; \qquad (36)$$

де,

$$K_1 = \frac{\omega_1^2 - \omega_1^2}{\omega_1^2 \gamma_1 i} = \frac{\gamma_2 \omega_2^2}{i(\omega_2^2 - \omega_1^2)} = \frac{(1-x^2)(1-\sqrt{1+\sigma^2})}{2\gamma_1 i}; \qquad (37)$$

$$K_2 = \frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{\omega_1^2 \gamma_1 i} = \frac{\gamma_2 \omega_2^2}{i(\omega_2^2 - \omega_2^2)} = \frac{(1-x^2)(1-\sqrt{1+\sigma^2})}{2\gamma_1 i}; \qquad (38)$$

де, $X= {\omega_2}/{\omega_1}$ - коефіцієнт співвідношення парціальних частот;

$\sigma = \frac{2\omega_1 \omega_2 \sqrt{\gamma_1 \gamma_2}}{|\omega_1^2 - \omega_2^2|} = \frac{2x\sqrt{\gamma_1 \gamma_2}}{|1 - x^2|}$ - коефіцієнт, згідно з [2].

Враховуючи, що $x^2 = {i^2 C_2 \gamma_1}/{C_1 \gamma_2}$ отримуємо

після перетворення:

$$K_1 = -\sqrt{\frac{C_2(\sqrt{1+\sigma^2}-1)}{C_1(\sqrt{1+\sigma^2}+1)}};$$

$$K_2 = -\sqrt{\frac{C_2(\sqrt{1+\sigma^2}+1)}{C_1(\sqrt{1+\sigma^2}-1)}}; \; K_1 K_2 = -\frac{C_2}{C_1}; \qquad (39)$$

Із виразу (39) ми бачимо, що умовою слабкого взаємозв'язку пружних моментів двох парціальних механічних систем є

$$\sigma \ll 1 \qquad (40)$$

При цьому $K_1 \ll 1$; $K_2 \ll 1$. Але вираз (40) не дозволяє оцінити ступінь впливу парціальних систем одна на одну по окремим взаємним зв'язкам. Тому для крутних багатомасових систем пропонуються роздільні оцінки впливу однієї парціальної системи на іншу. Оцінимо вплив по виникаючій величині пружного моменту в сусідній парціальній системі при появі пружного моменту в первісній парціальній системі (рис. 7, б):

$$\sigma_{y1} = \frac{\gamma_2}{i} \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2 - \omega_2^2} = \frac{\gamma_2}{i|1 - \frac{1}{x^2}|};$$

$$\sigma_{y2} = i\gamma_1 \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2 - \omega_2^2} = \frac{i\gamma_1}{i|1 - x^2|}. \qquad (41)$$

Умови слабкого впливу парціальних систем одна на одну:

$$\sigma_{y1} \ll 1; \sigma_{y2} \ll 1, \qquad (42)$$

При цьому

$$\sigma = \sqrt{\sigma_{y1} \sigma_{y2}}; \; \frac{\sigma_{y1}}{\sigma_{y2}} = |K_1 K_2| = \frac{C_2}{C_1} \qquad (43)$$

Коефіцієнт σ_{y1} характеризує ступінь зв'язку від першої парціальної системи до другої; коефіцієнт σ_{y2} – ступінь зв'язку від другої парціальної системи до першої. Остання рівність пояснюється тим, що K_1 фізично також характеризує відносну силу впливу першої головної форми коливань пружного моменту в другій парціальної системі, а K_2 - відносну слабкість другої головної форми коливань в першій парціальної системі. Згідно (43) відношення ступеня впливу першої парціальної системи на другу до ступеня впливу другої парціальної системи на першу одне відношення коефіцієнтів жорсткості другої та першої парціальних систем і не залежить від співвідношення мас і передавального відношення величини махових мас і передавального відношення впливають лише на величину власних частот і коефіцієнтів взаємозв'язку. Розподіл коливань кутів і швидкостей окремих мас при збігу частот збурень з власними можна розрахувати для головних форм коливань при нехтуванні демпферування. Головні форми крутильних коливань також дозволяють наближено оцінити взаємопов'язаність парціальних систем [1]. Однак одержані оцінки взаємопов'язаності отримано більш складними, ніж за виразом (42). На рис. 11 показані відносні амплітуди головних форм коливань пружних моментів і кутів для прийнятої тримасової пружно-дисипативної системи. При цьому коефіцієнти взаємопов'язаності для вищенаведених розрахункових параметрів будуть наступними:

$$\sigma_{y1} = \sigma_{y2} = 0{,}156.$$

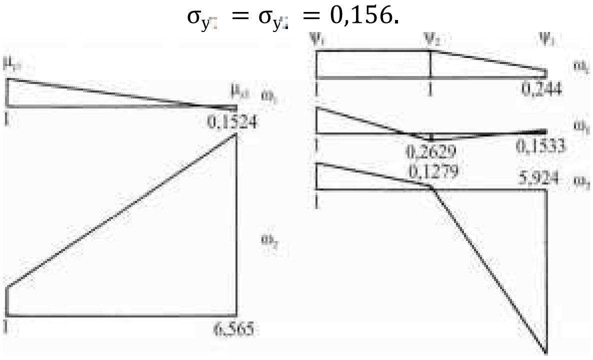


Рис. 11. Головні форми коливань пружних моментів (а) і кутів (б) при вільних недемпферованих коливаннях з власними частотами.

Висновки

За даних значеннь коефіцієнтів взаємопов'язаності взаємовплив невеликий, що випливає з наведеного вище аналізу частотних характеристик і головних форм коливань. При попередньому аналізі найбільш просто можна оцінити взаємопов'язаність, використовуючи запропоновані коефіцієнт взаємозв'язку (42).

Список літератури

1. Справочник по проектированию автоматизированного электропривода и систем управления технологическими процессами / под ред. В.И. Круповича [и др.]. - М.: ЭАИ, 1982.

2. Мандельштам Л.И. Полное собрание сочинений / Л И. Мандельштам. - Т. 4. - М.: Изд. АН СССР, 1955.

3. Егоров В.Н. Динамика систем электроприводов / В.Н. Егоров. В.М. Шестаков. - Л.: Энергоатомиздат. 1983.

4. Борцов Ю.А. Тиристорные системы электропривода с упругими связями / Ю.А. Борцов. Г.Г. Соколовский. - Л.: Энергия. 1979.

5. Ключев В.И. Ограничение динамических нагрузок электроприводов / В.И. Ключев. - М.: Энергия, 1971

6. Терехов В.М. Системы управлением электроприводов: учеб. для вузов / В.М. Терехов, О.И. Осипов. - М.: Академия, 2005.

Надійшла до редколегії 09.09.2013
Рецензент: д-р техн. наук, проф. А.М. Сільвестров,
Національний технічний університет України «КПІ»,
м. Київ.

УЧЕТ УПРУГИХ ДЕФОРМАЦИЙ В ПРОЦЕССЕ УПРАВЛЕНИЯ СЛОЖНЫМИ ТЕХНИЧЕСКЙМИ СИСТЕМАМИ

Шефер О.В., Галай В.М.

В статье рассмотрено влияние упруго-вязких механических связей в процессе управления сложными техническими системами, на примере математического моделирования двухмассовой механической системы, которая способна воспроизвести механический эффект.

***Ключевые слова**: упругая деформация, передавальная функция, амплитуда резонансного пика, парциальные системы, недемпферованные колебания.*

INTO ACCOUNT THE ELASTIC DEFORMATION DURING MANAGEMENT COMPLEX TECHNICAL SYSTEMS

Shefer O.V., Galay V.N.

The paper considers the influence of viscoelastic mechanical linkages in the management of complex technical systems, an example of mathematical modeling of two-mass mechanical system, which is capable of reproducing the mechanical effect.

***Keywords:** elastic deformation of the transfer function, the amplitude of the resonant peak, partial system oscillations nedempferovanye.*