УДК. 514.18 **О. В. Воронцов**, к.т.н.

ВИЗНАЧЕННЯ ДИСКРЕТНОГО АНАЛОГУ ПОЛІНОМА *N*-ГО СТЕПЕНЯ СУПЕРПОЗИЦІЯМИ ТОЧОК ЧИСЛОВОЇ ПОСЛІДОВНОСТІ *N*-ГО ПОРЯДКУ

Полтавський національний технічний університет
імені Юрія Кондратюка, Україна

В роботі проведено дослідження дискретного моделювання поліномів різних степенів із використанням геометричного апарату суперпозицій одновимірних точкових множин.

Постановка проблеми. Аналіз усієї сукупності задач, що є супутніми синтезу геометричних об’єктів дозволяє виокремити наступні основні геометричні проблеми:

- мінімізація геометричної інформації про об’єкти складної природи при умові забезпечення точності і адекватності їх моделей;
- розроблення концепції наскрізної дискретизації геометричної та графічної інформації, що забезпечує максимальну автоматизацію усіх етапів її підготовки, обробки і зберігання.

Крім того, важливим є можливості оперативного змінення ходу розрахунків модельованої поверхні без використання трудомістких операцій.

Аналіз останніх досліджень. У статті [1] проведено дослідження та виведено аналітичні вирази для обчислення показників суперпозиції точок n-вимірного простору R^n , що дозволяє визначати дискретний аналог кривої лінії як суперпозицію довільних точок даної кривої. Точка X_0 визначається як суперпозиція точок $X_1, X_2, X_3,\ldots X_n$:

$$X_0 = k_1X_1 + k_2X_2 + k_3X_3 + \ldots + k_nX_n \, ,$$

де $k_n = 1 - k_1 - k_2 - \ldots - k_{n-1}$

Показники $k_1, k_2, \ldots, k_{n-1}$ знаходяться в результаті розв’язання відповідних систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

Постановка завдання. Мета даної роботи полягає у проведенні досліджень методики дискретного моделювання поліномів різних степенів із використанням геометричного апарату суперпозицій точкових множин, що дозволяє уникнути складання і розв’язання систем рівнянь.

Виклад основного змісту дослідження.

<u>Властивість 1.</u> Координати будь-якої точки числової послідовності 1-го порядку можна визначити як суперпозиції координат двох довільних точок даної послідовності.

Для послідовності першого порядку (рис. 1) :

$$a_i = m_1 i$$

координати будь-якої точки можуть бути визначені як суперпозиції відповідних координат, наприклад, точок ***1, 2,*** даної послідовності

$$\begin{cases} K_1 1 + K_2 2 = i \\ K_1 + K_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_1 = i - K_2 2 \\ K_2 = 1 - K_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_1 = 2 - i \\ K_2 = i - 1 \end{cases},$$

або, при $m=0,5$:

$$\begin{cases} K_1 0,5 + K_2 1 = mi \\ K_1 + K_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_1 = 2mi - 2K_2 \\ K_2 = 1 - K_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_1 = 2 - 2mi \\ K_2 = 2mi - 1 \end{cases}$$

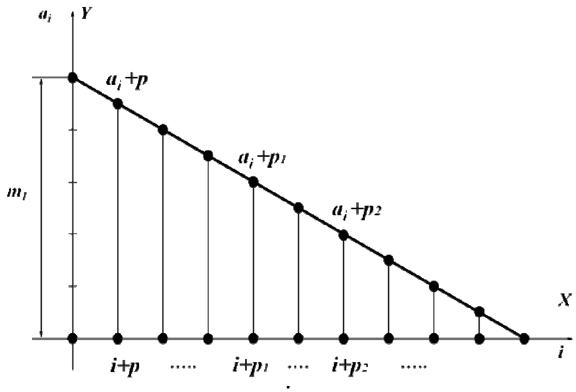

Рис. 1.

Так показники суперпозиції для визначення третього члена даної послідовності мають значення:

$$\begin{cases} K_1 1 + K_2 2 = 3 \\ K_1 + K_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_1 = 3 - K_2 2 \\ K_2 = 1 - K_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_1 = -1 \\ K_2 = 2 \end{cases}$$

У загальному випадку для визначення довільної точки вищезазначеної послідовності: $a_{i+p} = a_{i+p_1} k_1 + a_{i+p_2} k_2$ показники суперпозиції матимуть значення:

$$\begin{cases} K_1 (i + p_1) + K_2 (i + p_2) = (i + p) \\ K_1 + K_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_1 = \dfrac{p_2 - p}{p_2 - p_1} \\ K_2 = \dfrac{p - p_1}{p_2 - p_1} \end{cases}$$

<u>Властивість 2.</u> Координати будь-якої точки числової послідовності n-го порядку можна визначити як суперпозиції координат трьох точок даної послідовності, якщо одна із точок є початком системи координат.

У послідовності другого порядку : $a_i = i^2$ координати будь-якої точки можуть бути визначені як суперпозиції відповідних координат трьох точок: ***0,*** і, наприклад, ***1, 2*** даної послідовності. Так показники суперпозиції для визначення третього члена послідовності матимуть значення:

$$\begin{cases} K_1 0 + K_2 1 + K_3 2 = 3 \\ K_1 0 + K_2 1 + K_3 2^2 = 3^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_2 1 + K_3 2 = 3 \\ K_2 1 + K_3 4 = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_3 = \dfrac{3 - K_2}{2} \\ K_3 = \dfrac{9 - K_2}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_3 = 3 \\ K_2 = -3 \\ K_1 = 1 \end{cases}$$

Для визначення третього члена послідовності третього порядку $a_i = i^3$:

$$\begin{cases} K_1 0 + K_2 1 + K_3 2 = 3 \\ K_1 0 + K_2 1 + K_3 2^3 = 3^3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_2 1 + K_3 2 = 3 \\ K_2 1 + K_3 8 = 27 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_3 = \dfrac{3 - K_2}{2} \\ K_3 = \dfrac{27 - K_2}{8} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_3 = 4 \\ K_2 = -5 \\ K_1 = 2 \end{cases}$$

Для визначення i-го члена послідовності n-го порядку (рис.2):

$$\begin{cases} K_2 1 + K_3 2 = i \\ K_2 1 + K_3 2^n = i^n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_3 = \dfrac{i - K_2}{2} \\ K_3 = \dfrac{i^n - K_2}{2^n} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_3 = \dfrac{i}{2} \times \dfrac{i^{n-1} - 1}{2^{n-1} - 1} \\ K_2 = i \times \dfrac{2^{n-1} - i^{n-1}}{2^{n-1} - 1} \\ K_1 = \dfrac{2^n - i2^n + i^n + i - 2}{2^n - 2} \end{cases}$$

Координати будь-якої точки i-го члена послідовності n-го порядку:можуть бути визначені як суперпозиції відповідних координат трьох точок : 0, $i+p_1$, $i+p_2$ даної послідовності (рис. 2) :

$$\begin{cases} K_1 0 + K_2 (i + p_1) + K_3 (i + p_2) = i \\ K_1 0 + K_2 (i + p_1)^n + K_3 (i + p_2)^n = i^n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_2 = \dfrac{i(i+p_2)^n - i^n (i+p_2)}{(i+p_1)(i+p_2)^n - (i+p_2)(i+p_1)^n} \\ K_3 = \dfrac{i^n (i+p_1) - i(i+p_1)^n}{(i+p_1)(i+p_2)^n - (i+p_2)(i+p_1)^n} \\ K_1 = 1 - K_2 - K_3 \end{cases}$$

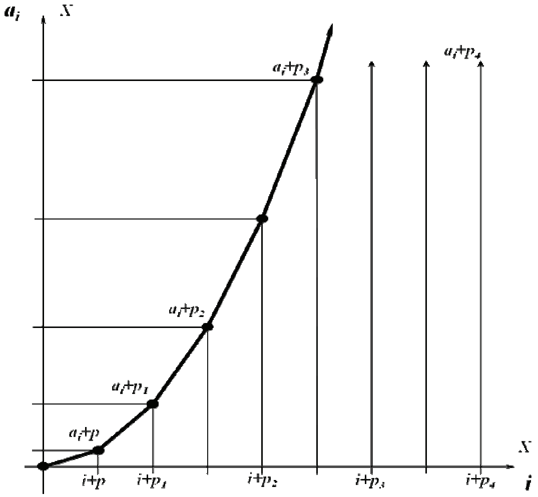

Рис. 2.

<u>Властивість 3.</u> Координати будь-якої точки числової послідовності n-го порядку (рис. 3) можна визначити як суперпозиції координат початку системи координат та двох довільних точок даної послідовності:

$$\begin{cases} K_1 0 + K_2(i+p_1) + K_3(i+p_2) = i \\ K_1 0 + K_2(i+p_1)^n + K_3(i+p_2)^n = i^n \end{cases}$$

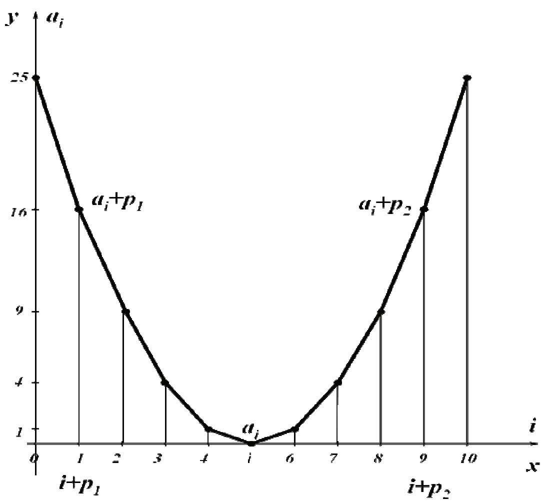

Рис. 3.

Для даних числової послідовності другого порядку, представленої на рис. 3 : $i=5;\ i+p_1=1;\ i+p_2=9$

$$\begin{cases} K_1 0+K_2 1+K_3 9=5 \\ K_1 0+K_2 1^2+K_3 9^2=5^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_2=\dfrac{5\times 9^2-5^2\times 9}{1\times 9^2-9\times 1^2}=2,5 \\ K_3=\dfrac{5^2\times 1-5\times 1^2}{1\times 9^2-9\times 1^2}=0,2778 \end{cases}$$

Висновки.

Для геометричного моделювання дискретних образів кривих ліній можуть бути застосовані підходи на основі доведених у роботі властивостей.

Координати будь-якої точки числової послідовності n-го порядку можна визначити як суперпозиції координат трьох точок даної послідовності, якщо одна із точок є початком системи координат. Координати будь-якої точки числової послідовності n-го порядку можна визначити як суперпозиції координат початку системи координат та двох довільних точок даної послідовності.

Література

1. *Воронцов, О.В., Радченко, Г.О.* Дискретне моделювання кривих ліній на основі геометричного апарату суперпозицій / *О.В. Воронцов, Г.О. Радченко* // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 2011. – Вип. 89. – С. 116-120.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИСКРЕТНОГО АНАЛОГА ПОЛИНОМА *N*-Й СТЕПЕНИ СУПЕРПОЗИЦИЯМИ ТОЧЕК ЧИСЛОВОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ *N*-ГО ПОРЯДКА

О. В. Воронцов

В работе проведено исследование дискретного моделирования полиномов разных степеней с использованием геометрического аппарата суперпозиций одномерных точечных множеств.

DETERMINATION OF DISCRETE ANALOG OF POLYNOMIAL *N*-TH DEGREES SUPERPOSITIONS OF POINTS OF NUMERICAL SEQUENCE *N*-TH ORDER

O. Vorontsov

This paper investigate discrete design of different degrees polynomial with use of geometrical means of superposition of one-dimensional point sets.