

СЕКЦІЯ НАРИСНОЇ ГЕОМЕТРІЇ ТА ГРАФІКИ

УДК 514.18

*О.В. Воронцов, к.т.н., доцент,
О.О. Абрамова, студентка гр. 101-НГ
Полтавський національний технічний
університет імені Юрія Кондратюка*

ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ ШАБЛони ДЛЯ ДИСКРЕТНОЇ ІНТЕРПОЛЯЦІЇ ТРАНСЦЕНДЕНТНИМИ ФУНКЦІЯМИ

Синусоїдальна зміна довільної величини називається гармонійним коливанням. Прикладами можуть бути будь-які коливальні процеси [1]. Коливання широко розповсюджені в природі і техніці. В багатьох випадках вони грають негативну роль. Коливання моста, які виникають внаслідок поштовхів, що передаються йому колесами потягу при проходженні через стики рейок, коливання (вібрації) корпусу корабля, викликані обертанням гребного гвинта, вібрації крил літака – все це процеси, які можуть привести до катастрофічних наслідків. В подібних випадках усувають причини виникнення коливань, або протидіють тому, щоб коливання досягли небезпечних розмірів. Разом з тим, коливання є основою різних галузей техніки. Так, наприклад, вся радіотехніка заснована на коливальних процесах. Тому дискретні аналоги синусоїдальних кривих є цікавими для досліджень вищеперерахованих процесів.

Метою даного дослідження є розширення можливостей використання класичного методу скінчених різниць і статико-геометричного методу для дискретного моделювання геометричних образів за рахунок використання у якості інтерполянтів трансцендентних функцій.

Для наочності скінчені різниці часто представляють у вигляді «обчислювальних шаблонів» або «різницевих операторів». Такі обчислювальні шаблони, наприклад, для центральних різниць мають вигляд:

$$\begin{array}{c} \Delta^2 y_i = 1 \text{---} -2 \text{---} 1 \\ \Delta^3 y_i = 1 \text{---} -3 \text{---} 3 \text{---} -1 \end{array}$$

Розглянемо числову послідовність, що є дискретним аналогом синусоїди (1):

$$y_i = \sin i. \quad (1)$$

У роботі [2] було доведено властивість згідно якої координати будь-якої точки одновимірної множини точок є суперпозицією (2) координат трьох довільних точок цієї множини.

$$\begin{array}{l} x_0 = k_1 x_1 + k_2 x_2 + k_3 x_3 ; \\ y_0 = k_1 y_1 + k_2 y_2 + k_3 y_3 , \end{array} \quad (2)$$

де: $k_3 = 1 - k_1 - k_2$.

Та виведені формули (3) для обчислення величин коефіцієнтів

суперпозиції k_1, k_2 :

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{(x_0 - x_2)(y_2 - y_3) - (x_2 - x_3)(y_0 - y_3)}{(x_1 - x_2)(y_2 - y_3) - (x_2 - x_3)(y_1 - y_3)}, \\ k_2 &= \frac{(x_1 - x_2)(y_0 - y_3) - (x_0 - x_3)(y_1 - y_3)}{(x_1 - x_2)(y_2 - y_3) - (x_2 - x_3)(y_1 - y_3)}. \end{aligned} \quad (3)$$

Система рівнянь для визначення ординат вузлових точок послідовності (1) за аналогією із рівняннями (2) матиме вигляд:

$$\begin{cases} y_i - y_{i+2} = k_1(y_{i-1} - y_{i+2}) + k_2(y_{i+1} - y_{i+2}) \\ y_{i+1} - y_{i+3} = k_1(y_i - y_{i+3}) + k_2(y_{i+2} - y_{i+3}) \end{cases}. \quad (4)$$

Із (4) знаходимо вирази для обчислення величин коефіцієнтів суперпозиції подібні формулам (3):

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{(y_i - y_{i+2})(y_{i+2} - y_{i+3}) - (y_{i+1} - y_{i+2})(y_{i+1} - y_{i+3})}{(y_{i-1} - y_{i+2})(y_{i+2} - y_{i+3}) - (y_{i+1} - y_{i+2})(y_i - y_{i+3})}, \\ k_2 &= \frac{(y_{i-1} - y_{i+2})(y_{i+1} - y_{i+3}) - (y_i - y_{i+2})(y_i - y_{i+3})}{(y_{i-1} - y_{i+2})(y_{i+2} - y_{i+3}) - (y_{i+1} - y_{i+2})(y_i - y_{i+3})}. \end{aligned} \quad (5)$$

Утворений обчислювальний шаблон для дискретного моделювання одновимірних геометричних образів шляхом інтерполяції заданих вузлових точок синусоїдальними функціями у вигляді:

$$\textcircled{1} = \textcircled{0,4806295219952881} - \textcircled{1} - \textcircled{-0,4806295219952881}$$

Висновки. На основі геометричного апарату суперпозицій одержані обчислювальні шаблони для дискретного формування (ГО) числовими послідовностями трансцендентних функціональних залежностей, що розширює можливості дискретного геометричного моделювання.

Розроблений спосіб дозволяє проводити трансцендентні криві через задані точки, що у більшості випадків є неможливим при застосуванні звичайних методів інтерполяції.

Література

1. Воронцов О.В. Рекурентні формули синусоїди у формуванні одновимірних геометричних образів / О.В. Воронцов, Л.О. Тулупова // Сучасні проблеми моделювання. Збірник наукових праць Мелітопольського державного педагогічного університету імені Богдана Хмельницького. Мелітополь: – МДПУ. Випуск 4. 2015. С. – 26 – 30.
2. Воронцов О.В. Дискретное моделирование кривых поверхностей суперпозициями двумерных точечных множеств / О.В. Воронцов, Л.О. Тулупова // Сборник статей по материалам XL международной научно-практической конференции «Технические науки – от теории к практике». – Новосибирск, 2014. – №11 (36). – С. 7 – 16.