

## СТРУКТУРНА НАДІЙНІСТЬ НАЙПРОСТІШОЇ МЕРЕЖІ З ТРЬОМА КІЛЬЦЯМИ

Усенко В.Г., к.т.н., доцент,

Погорілий Д.Ф., к.т.н., доцент,

Усенко І.С., к.т.н., доцент

*Полтавський національний технічний університет  
імені Юрія Кондратюка (Полтава, Україна)*

*Підкреслено, що ділянки структури систем на практиці мають випадковий рівень надійності. У реальній системі надійність відображається умовами зв'язності її відповідної структури. Ця структура складається із паралельного поєднання шляхів розв'язання поставленої перед системою задачі. Також можна застосовувати еквівалентну структуру, що складається з послідовно поєднаних заперечень мінімальних перерізів. У оцінюванні структурної надійності об'єкта дослідження використовується метод повного перебору всіх станів системи. У цьому методі складаються ймовірності сумісних подій, які моделюються кон'юнкціями умов надійності системи. Вони описуються за допомогою найкоротших шляхів успішного виконання задачі, поставленої перед системою. Для складних систем розв'язання задачі моделювання структурної надійності достатньо складне через труднощі значних обсягів обчислень та використання значних ресурсів комп'ютерної техніки. Представлено результати опису ймовірності зв'язності найпростішої резервованої структури мережі з трьома кільцями, що застосовується у моделюванні надійності різних технічних систем. Працездатні стани цієї структури представлено у графічному вигляді. Виконано поділ моделей працездатних станів на підграфи, що є надлишковими утвореннями та дерева, що є граничними станами. Висвітлено спосіб побудови рівняння надійності структури з трьома циклами, семи ділянками та п'ятьма вузлами. На прикладі декількох працездатних станів структури з трьома циклами показано суть рівняння її надійності. Розглянені особливості багатопараметричної залежності дозволяють аналізувати ймовірність зв'язності структур у розв'язанні задач надійності. Представлено скорочену форму точного виразу надійності трикільцевої структури. Цей вираз отримується прирівнюванням між собою значень параметрів надійності ділянок. Хоча таке спрощення робить*

*модель більш зручною, однак знижує її адекватність. Це пояснюється тим, що на практиці надійність елементів може бути близькою, але не рівною.*

*Ключові слова: структурне моделювання, ймовірність зв'язності, надійність системи з різною надійністю елементів.*

**Постановка проблеми.** Визначення ймовірності структурної зв'язності є важливою задачею в процесі проектування, експлуатації та реконструкції різних мереж інженерної інфраструктури та інших структурно-складних систем [1, 2, 3]. Проблема надійності технічних систем досить складна та комплексна. У зв'язку зі збільшенням складності структур мереж, які поширені на практиці існує необхідність наукових досліджень за окремими науковими напрямками для ефективного її вирішення.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** У дослідженні [1] викладаються основи моделювання надійності складних систем, увага приділяється структурним концепціям. Надійність різних систем із структурою, що описується графом мережевого типу розглянуто у роботі [2]. Розглядаються принципи представлення структур складних систем та процесів розв'язання поставлених задач відновлюваними системами. Для складних систем викладено граничні значення показників надійності. У публікації [3] опрацьовано основи теорії безпеки та надійності. Виконаний аналіз складних систем застосовує основи логіко-ймовірнісної теорії. Для обчислень надійності розглядаються питання початкових даних по надійності елементів систем в умовах незначних обсягів статистичної інформації. Моделі надійності систем використовують перетворення функцій алгебри логіки у ймовірнісні функції.

**Формулювання цілей статті.** Представити компактну форму точного виразу надійності найпростішої трикільцевої структури для аналізу ймовірності зв'язності структур.

**Основна частина.** На практиці ділянки структури систем мають випадковий рівень працездатності. Надійність реальної системи відображається умовами зв'язності певної відповідної структури. Ця структура складається із паралельного поєднання шляхів розв'язання поставленої задачі. З іншого боку можна використовувати також еквівалентну структуру, що утворюється послідовним поєднанням заперечень мінімальних перерізів [3]. У оцінюванні ймовірності зв'язності об'єкта дослідження використовується метод повного перебору. Цей метод застосовує складання ймовірностей сумісних подій, які виражаються кон'юнкціями умов працездатності системи. Вони описуються за допомогою найкоротших шляхів успішного функціонування [3]. Для

складних систем це розв'язання задачі пов'язане із суттєвими труднощами значних обсягів обчислень та використання великих ресурсів комп'ютерної техніки.

Нехай задано систему зі структурою (рис.1), що має такі числові характеристики: число вузлів 5, число ділянок 7, число кілець 3. Структура має 1 працездатний стан з 7-ма працюючими ділянками. Його надійність обчислюється

$$R_1 = r_1 \times r_2 \times \dots \times r_m = \prod_{i=1}^m r_i, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad m = 7, \quad (1)$$

де  $r_i$  – надійність ділянки,  $m$  – число ділянок.

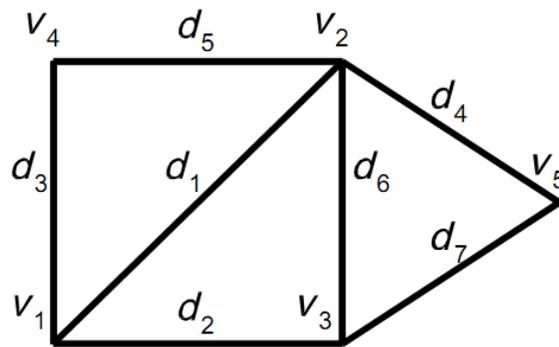


Рис.1. Резервована структура системи із трьох кілець, п'яти вузлів та семи ділянок

За обмеження, що надійності всіх ділянок однакові, значення надійності структури дорівнює

$$R_1 = r^m, \quad r_1 = r_2 = \dots = r_m, \quad m = 7. \quad (2)$$

З відмовою якоїсь однієї ділянки отримаємо 7 неповторних станів структури з 6 ділянками. Вираз надійності для першого стану має вигляд:

$$R_2 = r_1 \times r_2 \times r_3 \times r_4 \times r_5 \times r_6 \times (1 - r_7), \quad (3)$$

де  $1 - r_7 = q_7$  – відмова 7-ї ділянки. За рівної надійності ділянок вираз надійності структури такий (табл. 1):

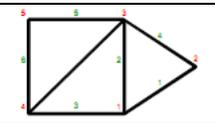
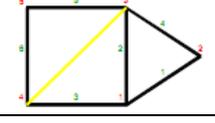
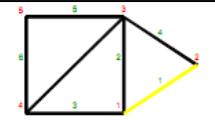
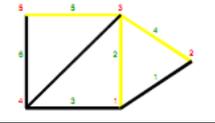
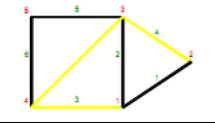
$$R_2 = r^6(1 - r) = r^6 - r^7, \quad (4)$$

де  $r$  – надійність ділянок структури за умови  $r_1 = r_2 = \dots = r_m$ ,  $m = 7$ .

Для структури з  $m$  ділянками отримаємо  $R_2 = r^{m-1}(1 - r) = r^{m-1} - r^m$ . Без трьох ділянок структура має 21 неповторний стан з 4 ділянками. Ці стани є граничними (деревами), бо з вилученням з них однієї будь-якої ділянки структура втрачає зв'язок з одним з вузлів, який стає ізольованим від інших. Для структури з  $m$  ділянками в загальному випадку вилучення двох ділянок може привести до інших станів, що не є граничними, або є не працездатними.

Таблиця 1

## Неповторні працездатні стани структури

№ стану	Зображення стану структури	Вираз надійності стану за умови	
		$r_1 \neq r_2 \neq \dots \neq r_m$	$r_1 = r_2 = \dots = r_m$
Підграфи з циклами			
1.		$r_1 \times r_2 \times r_3 \times r_4 \times r_5 \times r_6 \times r_7$	$r^7$
2.		$r_1 \times r_2 \times r_3 \times r_4 \times r_5 \times r_6 \times (1-r_7)$	$r^6 - r^7$
...			
27.		$(1-r_1) \times (1-r_2) \times r_3 \times r_4 \times r_5 \times r_6 \times r_7$	$r^6 - r^7$
Деревя			
29.		$r_1 \times r_2 \times r_3 \times (1-r_4) \times (1-r_5) \times (1-r_6) \times r_7$	$-r^5 + 2r^6 - r^7$
...			
48.		$(1-r_1) \times (1-r_2) \times (1-r_3) \times r_4 \times r_5 \times r_6 \times r_7$	$-r^5 + 2r^6 - r^7$

Вираз надійності структури отримуємо як суму виразів із таблиці 1. Після приведення подібних складових, багатопараметричне рівняння надійності структури представляється:

$$\begin{aligned}
 R = & L(V + (x_4 + x_5 + x_4x_5)(\sum_{i=1}^3 x_i + E) + x_4x_5 + x_3x_1 + \\
 & + E(x_3 + (x_1 + x_2(1 + x_5) + x_3x_4)) + x_2(x_3x_5 + E(x_3 + x_4)) + , \quad (5) \\
 & + x_1(x_5x_3 + E(x_3 + x_4 + x_5) + x_2x_3)
 \end{aligned}$$

$$L_i = \prod_{i=1}^7 r_i, \quad V = 1 + \sum_{i=1}^7 r_i, \quad E = x_6 + x_7, \quad x_i = 1/r_i - 1.$$

$$0 \leq R \leq 1, \quad 0 \leq r \leq 1, \quad \text{якщо } R=0, \text{ то } r=0, \text{ якщо } R=1, \text{ то } r=1, \quad (6)$$

де  $r_i$  – надійність  $i$ -ї ділянки,  $r_1 \neq r_2 \neq \dots \neq r_m$ . Однопараметричне рівняння надійності структури (за умови  $r_1 = r_2 = \dots = r_m$ ) більш зручне у використанні:

$$R = -8r^7 + 32r^6 - 44r^5 + 21r^4. \quad (7)$$

Однак його недоліком є те, що умова  $r_1=r_2=,\dots,=r_m$  знижує відповідність цієї спрощеної моделі, адже на практиці значення надійності ділянок структури з різних причин може бути близьким, але не рівним.

**Висновки.** Отримано вирази ймовірності зв'язності мережі як функції однієї, а також багатьох змінних для структури, що має три цикли, сім ділянок та п'ять вузлів. Вони можуть застосовуватись у моделюванні структурної надійності резервованих інженерних мереж.

### *Література*

1. Dhillon Balbir S. Engineering Reliability: New Techniques and Applications / Balbir S. Dhillon, C. Singh. – New York: A Wiley-Interscience Publication John Wiley & Sons, 1981 – 339 p.
2. Reinschke K. Application of Graph Theory for Reliability Analysis / K. Reinschke, I. Ushakov. – Berlin: Verlag Technik, 1987. – 209 pp.
3. Ryabinin I.A. Logic-probabilistic Analysis of Problems of Safety, Survivability and Safety I.A. Ryabinin. – Novocherkassk: South Russian State University, Lik, 2009, – 600 p.

## СТРУКТУРНАЯ НАДЕЖНОСТЬ ПРОСТЕЙШЕЙ СЕТИ С ТРЕМЯ КОЛЬЦАМИ

Усенко В.Г., Погорелый Д.Ф., Усенко И.С.

*Подчеркнуто, что участки структуры систем на практике имеют случайный уровень надежности. В реальной системе надежность отображается условиями связности ее соответствующей структуры. Эта структура состоит из параллельного соединения путей решения поставленной перед системой задачи. Также можно применять эквивалентную структуру, состоящую из последовательно соединенных отрицаний минимальных сечений. В оценке структурной надежности объекта исследования используется метод полного перебора всех состояний системы. В этом методе складываются вероятности совместных событий, которые моделируются конъюнкциями условий надежности системы. Они описываются с помощью кратчайших путей успешного выполнения задачи, поставленной перед системой. Для сложных систем решение задачи моделирования структурной надежности достаточно сложно из-за трудностей значительных объемов вычислений и использования значительных ресурсов компьютерной техники. В статье представлены результаты описания вероятности связности простой резервированной структуры сети с тремя кольцами, которая применяется в моделировании надежности*

*различных технических систем. Работоспособные состояния этой структуры представлены в графическом виде. Выполнено разделение моделей трудоспособных состояний на подграфы, что являются избыточными образованиями и деревья, являющиеся предельными состояниями. Освещен способ построения уравнения надежности структуры с тремя циклами, семью участками и пятью узлами. На примере нескольких работоспособных состояний структуры с тремя циклами показана суть уравнения ее надежности. Рассмотренные особенности многопараметрической зависимости позволяют анализировать вероятность связности структур в решении задач надежности. Представлена сокращенная форма точного выражения надежности трехкольцевой структуры. Это выражение получается приравниванием между собой значений параметров надежности участков. Хотя такое упрощение делает модель более удобной, однако снижает ее адекватность. Это объясняется тем, что на практике надежность элементов может быть близкой, но не равной.*

*Ключевые слова: геометрическое моделирование, зависимости многих переменных.*

## **STRUCTURAL RELIABILITY OF THE SIMPLESTEST NETWORK WITH THREE RINGS**

Usenko V.G., Pogorely D.F., Usenko I.S.

*It is emphasized that the structure areas of systems in practice have an accidental level of reliability. In a real system, reliability is reflected by the conditions of the connectivity of its corresponding structure. This structure consists of a parallel combination of solutions to the task set before the system. It is also possible to apply an equivalent structure consisting of consecutively combined negations of the minimum cross-sections. In assessing the structural reliability of the research object, a method is used to completely scan all states of the system. In this method, the probabilities of compatible events, which are modeled by conjunctions of the conditions of the system's reliability, are formed. They are described with the help of the shortest ways to successfully accomplish the task set before the system. For complex systems, the problem of structurally reliable modeling is quite complicated due to the difficulty of large amounts of computing and the use of significant resources of computer technology. The connection probability description results of the simplest redundant network structure with three rings are presented, which is used in modeling the reliability for various technical systems.*

*The working states of this structure are presented in graphical form. The division of working-class models into subgraphs, which are redundant formations and trees, which are boundary states, are fulfilled. The method of constructing a structure reliability equation with three cycles, seven sections and five nodes is highlighted. On the example of several functional states of a structure with three cycles, the essence of the equation of its reliability is shown. The considered features of multiparameter dependence allow us to analyze the probability of connection for structures in solving problems of reliability. Abridged form of the exact expression for the reliability of the tri-ring structure is presented. This expression is obtained by equating the sites reliability parameters values. While such simplification makes the model more user-friendly, it reduces its adequacy. This is explained by the fact that in practice the reliability of the elements can be close, but not equal.*

*Keywords: geometric modeling, dependencies of many variables.*