УДК. 514.18

ВЕЛИЧИНА РЕКУРЕНТНОЇ ЗАЛЕЖНОСТІ У ФОРМУВАННІ ДИСКРЕТНИХ КРИВИХ НА ОСНОВІ СУПЕРПОЗИЦІЇ ОДНОВИМІРНИХ ТОЧКОВИХ МНОЖИН

Воронцов О.В., к.т.н.,
Тулупова Л.О., к.ф.-м.н.
Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка (м. Полтава,Україна).
Тел., (095) 092 30 89
Воронцова І.В., к.пед.н.
Полтавський коледж нафти і газу
Полтавського національного технічного університету імені Юрія Кондратюка (м. Полтава,Україна).
Тел., (050) 275 02 91

У статті розглянуті питання моделювання геометричних образів на основі суперпозицій одновимірних точкових множин, де управління формою кривих здійснюється варіюванням величинами коефіцієнтів суперпозиції та величиною рекурентної залежності, що тотожна зовнішньому формоутворюючому навантаженню у статико-геометричному способі.

Ключові слова: *геометричний апарат суперпозицій, статико-геометричний спосіб, числові послідовності, величина рекурентної залежності.*

Постановка проблеми. Деякі властивості, які має дискретна модель лінії, можуть бути адаптовані до моделі поверхні, що формується за тими ж законами, якщо цю лінію розглядати як складову каркаса поверхні. Властивості дискретної моделі поверхні можуть бути одержані узагальненням відповідних властивостей моделі лінії.

Провисаюча нитка, що рівномірно навантажена по довжині, набуває форми ланцюгової лінії, та сама нитка при рівномірному навантаженні вздовж горизонтальної вісі набуває вже форми параболи. При зміні типу розподілу навантаження нитки з’являється можливість управління її формою, що відповідає одному з принципів статико-геометричного способу конструювання кривих ліній і обводів [1].

В основу математичного апарату статико-геометричного способу покладено розв’язок досить громіздких систем лінійних рівнянь, що ускладнює процес комп’ютерної реалізації розрахунків.

Аналіз останніх досліджень. Питанням розширення формоутворюючих можливостей статико-геометричного способу за допомогою математичного апарату числових послідовностей, що дозволяє, зокрема, уникнути складання систем лінійних рівнянь при формуванні дискретних образів присвячена робота [2].

У роботах [3, 4] авторів даної статті показано підходи до визначення дискретних аналогів певних функціональних залежностей на основі геометричного апарату суперпозицій одновимірних точкових множин, що також дозволяє формувати дискретні образи без складання і розв’язання громіздких систем рівнянь. Управління формою дискретно представлених кривих (ДПК) здійснюється варіюванням величинами коефіцієнтів суперпозиції.

Формулювання цілей статті. Метою даної статті є дослідження можливостей моделювання ДПК на основі суперпозицій одновимірних точкових множин, де управління формою кривих здійснюється також за рахунок величини рекурентної залежності, що тотожна зовнішньому формоутворюючому навантаженню у статико-геометричному способі.

Виклад основного матеріалу. Термін «величина зовнішнього формоутворюючого навантаження» використовують, якщо геометричний образ формується статико-геометричним способом, оскільки зосереджені зусилля у вузлових точках передбачають наявність врівноважуючих зусиль у ланках ламаної.

При формуванні дискретних образів на основі геометричного апарату суперпозицій доцільно використовувати термін «величина, рекурентної залежності», що буде тотожною величині зовнішнього навантаження.

Формула

$$y_i = k_1 y_{i-1} + k_2 y_{i+1}$$

буде тотожною скінчено-різницевій триточковій залежності

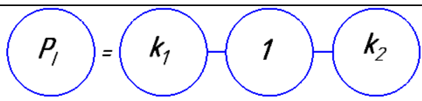
$$2y_i = 1y_{i-1} + 1y_{i+1} \ ,$$

тому величину рекурентної залежності, що буде прообразом зовнішнього формоутворюючого навантаження, для формування дискретного аналогу полінома 2-го степеня на основі суперпозицій заданих вузлових точок можна записати у вигляді:

$$P_i = y_i - k_1 y_{i-1} - k_2 y_{i+1} \ ,$$

де P_i – дискретна величина рекурентної залежності.

Або, у вигляді обчислювального шаблону :



.

За умови

$$k_1 + k_2 = 1 \ :$$

$$P_i = y_i - k_1 y_{i-1} - \left(1 - k_1\right) y_{i+1} \ ;$$

$$k_1 \left(y_{i-1} - y_{i+1}\right) = y_i - y_{i+1} - P_i \ .$$

Звідси, при відомій дискретній величині рекурентної залежності, можуть бути визначені величини коефіцієнтів суперпозиції за формулами:

$$k_1 = \frac{y_i - y_{i+1} - P_i}{y_{i-1} - y_{i+1}} \ ;$$

$$k_2 = 1 - k_1 \ .$$

Так, як:

$$\left(y_{i-1} - y_{i+1}\right) = \left(y_{i-1} - y_i\right) + \left(y_i - y_{i+1}\right) \ ,$$

то дискретна величина рекурентної залежності визначається за формулою:

$$P_i = \Delta_i - k_1 \left(\Delta_{i-1} + \Delta_i\right) \ ,$$

а залежність величини коефіцієнта суперпозиції k_1 від величини рекурентної залежності матиме вигляд:

$$k_1 = \frac{P_i - \Delta_i}{\Delta_{i-1} + \Delta_i} \ .$$

Оскільки скінчена різниця третього порядку утворюється як різниця між двома скінченими різницями другого порядку, то рівномірно розподілена величина рекурентної залежності для формування дискретного аналогу поліному 3-го степеня на основі суперпозицій заданих вузлових точок матиме вигляд:

$$P_i = y_i - y_{i+1} + k_1 \left(y_i - y_{i-1}\right) + k_2 \left(y_{i+2} - y_{i+1}\right) \ .$$

При умові

$$k_1 + k_2 = 1 \ :$$

$$P_i = y_i - y_{i+1} + k_1 \left(y_i - y_{i-1}\right) + \left(1 - k_1\right)\left(y_{i+2} - y_{i+1}\right) \ ;$$

$$P_i = y_i - 2y_{i+1} + y_{i+2} + k_1 \left(y_i - y_{i-1} + y_{i+1} - y_{i+2}\right) \ .$$

Звідси:

$$k_1 = \frac{P_i - y_i + 2y_{i+1} - y_{i+2}}{y_i - y_{i-1} + y_{i+1} - y_{i+2}} .$$

Також можна записати:

$$P_i = \Delta_{i+1}^2 - k_1\left(\Delta_i + \Delta_{i+1}\right) ,$$

і, також:

$$k_1 = \frac{P_i - \Delta_{i+1}^2}{\Delta_i + \Delta_{i+1}} .$$

Рівномірно розподілена величина рекурентної залежності для формування дискретного аналогу поліному ***n***-го степеня на основі суперпозицій заданих вузлових точок матиме вигляд:

$$P_i = \Delta_i^{n-2} + k_1\Delta_{i-1}^{n-2} + k_2\Delta_{i+1}^{n-2} ,$$

або:

$$P_i = \Delta_i^{n-2} - \Delta_{i+1}^{n-2} + k_1\left(\Delta_{i+1}^{n-2} - \Delta_{i-1}^{n-2}\right) ,$$

або:

$$P_i = k_1\left(\Delta_{i+1}^{n-1} - \Delta_i^{n-1}\right) - \Delta_{i+1}^{n-1} .$$

Величина k_1 визначиться за формулою:

$$k_1 = \frac{P_i - \Delta_i^{n-2} + \Delta_{i+1}^{n-2}}{\Delta_{i+1}^{n-2} - \Delta_{i-1}^{n-2}} = \frac{P_i + \left(\Delta_{i+1}^{n-2} - \Delta_i^{n-2}\right)}{\left(\Delta_{i+1}^{n-2} - \Delta_i^{n-2}\right) + \left(\Delta_i^{n-2} - \Delta_{i-1}^{n-2}\right)} =$$

$$= \frac{P_i + \Delta_{i+1}^{n-1}}{\Delta_{i+1}^{n-1} + \Delta_i^{n-1}} .$$

Твердження. Координати будь-якої точки числової послідовності n-го порядку можна визначити як суперпозицію координат двох довільних точок даної послідовності при відомій величині рекурентної залежності.

Для довільних значень p , p_1 ; p_2 взаємозв'язок між коефіцієнтами суперпозиції та величиною рекурентної залежності може бути визначений із системи рівнянь:

$$\begin{cases} P_{i+p} = y_{i+p} - k_1 y_{i+p_1} - k_2 y_{i+p_2} \\ k_1 + k_2 = 1 \end{cases} , \qquad (1)$$

Система (1) містить 2 рівняння та три невідомих – P_{i+p} , k_1 і k_2 , тому вона має безліч роз в'язків з двома базисними невідомими і однією вільною. Наприклад, вільною може виступати – P_{i+p} .

Вирази, що визначають взаємозв'язок коефіцієнтів суперпозиції та величини рекурентної залежності матимуть вигляд:

$$k_1 = \frac{P_{i+p} - y_{i+p} + y_{i+p_2}}{y_{i+p_2} - y_{i+p_1}} \; ; \; k_2 = \frac{P_{i+p} - y_{i+p} + y_{i+p_1}}{y_{i+p_1} - y_{i+p_2}} \; ,$$

$$\begin{aligned} P_{i+p} &= k_1\left(y_{i+p_2} - y_{i+p_1}\right) + y_{i+p} - y_{i+p_2}, \\ P_{i+p} &= k_2\left(y_{i+p_1} - y_{i+p_2}\right) + y_{i+p} - y_{i+p_1} \end{aligned} .$$

Звідси, довільне значення y_{i+p} визначається за формулами:

$$\begin{aligned} y_{i+p} &= P_{i+p} - k_1\left(y_{i+p_2} - y_{i+p_1}\right) + y_{i+p_2}, \\ y_{i+p} &= P_{i+p} - k_2\left(y_{i+p_1} - y_{i+p_2}\right) + y_{i+p_1} \end{aligned} .$$

Таким чином при відомій величині рекурентної залежності координати будь-якої точки числової послідовності *n*-го порядку можна обчислити як суперпозицію координат двох довільних точок даної послідовності.

Висновки. В статті наведено результати досліджень, що дозволяють моделювати геометричні образи на основі геометричного апарату суперпозицій за рахунок варіювання величинами коефіцієнтів суперпозиції та величиною рекурентної залежності, що тотожна зовнішньому формоутворюючому навантаженню у статико-геометричному способі. Доведено, що координати будь-якої точки числової послідовності *n*-го порядку можна визначити як суперпозицію координат двох довільних точок даної послідовності при відомій величині рекурентної залежності.

Література

1. Ковалев С.Н. Формирование дискретных моделей поверхностей пространственных архитектурных конструкций: дис. … доктора техн. наук: 05.01.01 / Ковалев С.М. − М.:МАИ, 1986. – 348 с.

2. Пустюльга С.І. Дискретне визначення геометричних об'єктів числовими послідовностями: дис. … доктора техн. наук: 05.01.01 / С.І. Пустюльга. – К.: КНУБА, 2006. – 322 с.

3. Воронцов, О.В. Визначення дискретного аналогу полінома ***n***-го степеня суперпозиціями точок числової послідовності ***n***-го порядку / О.В. Воронцов // Прикладна геометрія та інженерна графіка: зб.наук. праць – Вип. 90. – К.: КНУБА, 2012. – С. 63 – 67.

4. Воронцов, О.В. Дискретна інтерполяція суперпозиціями точок числових послідовностей дробово-лінійних функцій / О.В. Воронцов, Н.О. Махінько // Прикладна геометрія та інженерна графіка / Праці ТДАТА. Вип. 4. – Т. 57. – Мелітополь: ТДАТА, 2013. – С. 62 – 67.

ВЕЛИЧИНА РЕКУРРЕНТНОЙ ЗАВИСИМОСТИ В ФОРМИРОВАНИИ ДИСКРЕТНЫХ КРИВЫХ НА ОСНОВЕ СУПЕРПОЗИЦИЙ ОДНОМЕРНЫХ ТОЧЕЧНЫХ МНОЖЕСТВ

О.В. Воронцов, Л.А. Тулупова, И.В. Воронцова

В статье рассмотрены вопросы моделирования геометрических образов на основе суперпозиций одномерных точечных множеств, где управление формой кривых совершается за счет варьирования величинами коэффициентов суперпозиции и величиной рекуррентной зависимости которая тождественна функции распределения внешней формообразующей нагрузки в статико-геометрическом способе.

Ключевые слова: геометрический аппарат суперпозиций, статико-геометрический способ, числовые последовательности, величина рекуррентной зависимости.

VALUE OF RECURRENT DEPENDENCE IN FORMATION OF DISCRETE CURVES USING SUPERPOSITION OF ONE-DIMENSIONAL POINT SETS

O. Vorontsov, L. Tulupova, I. Vorontsova

In the article we have investigated some problems of the modeling of geometric images, using superposition of one-dimensional point sets, where forms of the curves are determined by a variation of superposition coefficients and a value of recurrent dependence, which is identical to the function of distribution of an outer forming load in the static geometric method.

Keywords: geometric apparatus of superpositions, static-geometric method, numeric sequences, value of recurrent dependence.