

МЕТОДИ ПОБУДОВИ МІНІМАЛЬНИХ ОПУКЛИХ ОБОЛОНОК ТА ЇХ АНАЛІЗ

У сучасних умовах розвитку науки та техніки геометричні розрахунки стають все більш важливими в таких галузях, як автоматизована розробка, робототехніка, комп'ютерна графіка, де однією з основних властивостей є форма об'єкта. Серед найбільш поширених задач обчислювальної геометрії є знаходження та побудова мінімальної опуклої оболонки. При великих масивах вихідних даних розв'язок задачі може займати дуже багато часу, тому необхідно знати та вміти використовувати різноманітні алгоритми до знаходження та побудови мінімальної опуклої оболонки. Розглянемо деякі основні алгоритми знаходження мінімальних опуклих оболонок.

Нехай на площині задана скінчена множина точок A . Оболонкою цієї множини називається будь-яка замкнена лінія H без самоперетинів така, що всі точки з множини A лежать всередині цієї кривої. Якщо крива H є опуклою (наприклад, будь-яка дотична до цієї кривої не перетинає її в жодній точці), то відповідна оболонка також називається опуклою. Нарешті, мінімальної опуклою оболонкою (МОО) називається опукла оболонка мінімальної довжини [1].

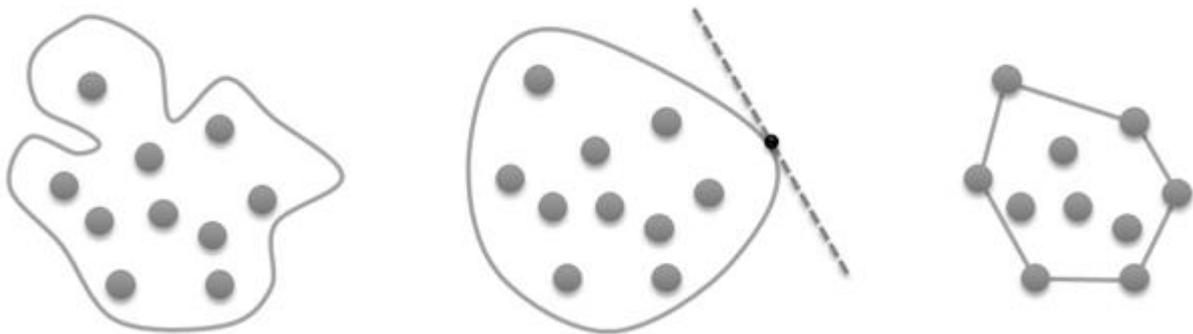


Рис. 1. Оболонка. Опукла оболонка. МОО

На протязі останніх 40 років активно проводилися дослідження проблеми розробки ефективних алгоритмів формування МОО, проте пошук високошвидкісного алгоритму досі залишається відкритим. Основним досягненням є формування низки методів, які передбачають визначення екстремальних точок множини A та побудову системи з'єднань

між ними. До них належать алгоритм Джарвіса (Jarvis march), Грехема (Graham Scan), швидкої оболонки (QuickHull), «Розділяй і володарюй» («Divide and conquer») та багато інших. Особливості практичного використання таких алгоритмів містяться в таблиці 1.

Таблиця 1

Порівняння поширених алгоритмів формування МОО

Алгоритм	Складність	Паралельні версії	Застосування для багатовимірних випадків
Алгоритм Джарвіса	$O(nh)$, де h – кількість вузлів МОО	+	+
Алгоритм Грехема	$O(n \log n)$	-	-
Алгоритм швидкої оболонки	$O(n \log n)$, в найгіршому випадку – $O(n^2)$	+	+
Алгоритм «Розділяй та володарюй»	$O(n \log n)$	+	+

Для розпаралелювання найбільш придатним є алгоритм «Розділяй та володарюй», який передбачає випадкове розбиття вихідної множини на підмножини, формування частинних розв'язків та їх з'єднання до загального. Попри те, що етап сполучення оболонок має лінійну складність, він призводить до суттєвого уповільнення алгоритму та, як наслідок, непридатності його застосування при обробці оболонок для множин великої розмірності. Найнижчу часову складність $O(n \log n)$ має алгоритм Чана, який є комбінацією більш повільних алгоритмів. Однак, він може працювати лише за відомого значення кількості вузлів, які містяться в оболонці. Тому, на сьогоднішній день його застосування на практиці є обмеженим. Наведені недоліки демонструють необхідність впровадження новітніх високошвидкісних методів утворення опуклих оболонок для графів великої розмірності [2].

Отже, було розглянуто та проаналізовано деякі алгоритми пошуку мінімальної опуклої оболонки для множини точок на площині.

Література

1. Построение минимальных выпуклых оболочек. - Режим доступа [Електронний ресурс]: <https://habr.com/ru/post/144921/>.
2. Погорілий С.Д., Потебня А.В. Новітній швидкий алгоритм знаходження мінімальних опуклих оболонок / С.Д. Погорілий, А.В. Потебня // Third International Conference "High Performance Computing" HPC-UA 2013 (Ukraine, Kyiv, October 7-11, 2013). – Режим доступу [Електронний ресурс]: <http://hpc-ua.org/hpc-ua-13/files/proceedings/60.pdf>.
3. Рубан М.М. Алгоритми побудови опуклої оболонки / М.М. Рубан // Пошуки і знахідки. СЕРІЯ: фізико-математичні науки. Матеріали наукової конференції СДПУ – 2010 / Укладач В.К. Сарієнко. – Слов'янськ, 2010. – С. 122 -126.