III Міжнародна конференція на честь 105-річчя О. В. Погорелова

ПРОБЛЕМИ ВИКЛАДАННЯ МАТЕМАТИКИ У ЗАКЛАДАХ ОСВІТИ: ТЕОРІЯ, МЕТОДИКА, ПРАКТИКА

Тези доповідей

III International Conference

PROBLEMS OF TEACHING MATHEMATICS IN EDUCATIONAL INSTITUTIONS: THEORY, METHODOLOGY, PRACTICE

(in honor of the 105-th anniversary of O.V. Pogorelov)

Theses

March 26 – 28, 2024
Kharkiv, Ukraine

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ імені В. Н. КАРАЗІНА
ХАРКІВСЬКА АКАДЕМІЯ НЕПЕРЕРВНОЇ ОСВІТИ

III Міжнародна конференція
на честь 105-річчя О.В. Погорелова

ПРОБЛЕМИ ВИКЛАДАННЯ МАТЕМАТИКИ У ЗАКЛАДАХ ОСВІТИ:

ТЕОРІЯ, МЕТОДИКА, ПРАКТИКА

Тези доповідей

26–28 березня, 2024 року
м. Харків, Україна

Харків – 2024

УДК 51:37.091.33(063)

Зареєстровано Державною науковою установою
«Український інститут науково-технічної експертизи та інформації»
(Посвідчення № 530 від 7 грудня 2023 року)

Затверджено до друку рішенням Вченої ради
Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна
(протокол № 6 від 28 березня 2024 року)

Адреса оргкомітету:
61022, м. Харків, майдан Свободи, 4, Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, факультет математики і інформатики, к. 8-11

Проблеми викладання математики у закладах освіти: теорія, методика, практика: тези доповідей ІІІ Міжнародної конференції на честь 105-річчя О.В. Погорелова (26–28 березня, м. Харків, Україна). – Харків : ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2024. – 218 с.

До збірника увійшли тези доповідей науково-методичної конференції, присвяченої проблемам викладання математики у закладах середньої та вищої освіти.

Для науково-педагогічних працівників, вчителів, аспірантів, здобувачів математичної освіти.

Тези подано в авторській редакції

УДК 51:37.091.33(063)

різних професій дасть можливість однаково приділяти увагу всім дисциплінам. Можливо, це вирішить (хоч би частково) і ще одне завдання – використання часу для самостійної роботи. Часу на самостійну роботу виділяється, як і в Європейських ВНЗ, але ні для кого не секрет, що цей час часто використовується не за призначенням.

Такі карти, зокрема, мають бути у кураторів (для докладнішої довідки), які самі часто не знають і не можуть відповісти на питання, пов'язані з майбутньою професією, оскільки є співробітниками вищих навчальних закладів та часто далекі від практики.

Такі карти допоможуть і абітурієнтам свідоміше обирати свою майбутню професію.

Зрозуміло, що розробка таких карт займе достатньо часу, але це може окупитися сторицею правильно обраними спеціальностями, мотивацією до навчання першокурсників і усвідомленості при виборі професії. Це, звичайно, не панацея, а лише ще одна спроба підтримати нашу вищу школу, дати можливість швидшої адаптації як до студентського життя, так і до майбутньої професії. І, можливо, як побічний ефект порівняння навчальних програм різних ВНЗ для вибору не лише майбутньої професії, а й місця, де проходитиме навчання.

Висновок. Однією з основних проблем адаптації першокурсників є слабка мотивація до навчання. Все це обумовлено безліччю проблем, таких як можливе безробіття після закінчення ВНЗ, швидке «старіння» знань, «випадкове» вступ до ВНЗ, слабка поінформованість щодо переліку знань та навичок з різних спеціальностей.

Як один із способів мотивації першокурсників, і як допомога абітурієнтам, пропонується створювати та підтримувати карти знань, де прозоро було б видно необхідність вивчення предметів для тієї чи іншої професії, відображено взаємозв'язок між дисциплінами, що вивчаються. Крім того, наразі ведеться робота щодо гармонізації загальноєвропейського освітнього простору, зокрема, розробка загальноєвропейських програм сумісності навчальних планів. За допомогою таких карт простіше було б узгоджувати навчальні програми з однієї і тієї ж спеціальності. Таким чином, це могло б допомогти зробити ще один крок у бік основної мети Болонського процесу, а саме формування європейського простору вищої освіти.

ПРО НЕМОЖЛИВІСТЬ ПРОСТОГО ПРЕДСТАВЛЕННЯ ДЕЯКИХ СУМ І ДОБУТКІВ

Сергій Гефтер[1], Наталія Василівна Ічанська[2], Наталія Григорівна Ічанська[3]

[1]Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, м. Харків

[2]*Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», м. Полтава*
[3]*Ліцей № 6 «Лідер» Полтавської міської ради, м. Полтава*

Обговорюється доцільність згадок у шкільному курсі математики про неможливість простого представлення деяких важливих сум і добутків, а саме, часткових сум гармонічного ряду, ряду із обернених квадратів і послідовності $n!$.
Ключові слова: часткова сума, раціональна функція, раціональне число, факторіал.

ABOUT THE IMPOSSIBILITY OF SIMPLE PRESENTATION OF SOME SUMS AND PRODUCTS

Sergiy Gefter[1], Natalia Vasylivna Ichanska[2], Natalia Hryhorivna Ichanska[3]
[1]*V.N. Karazin Kharkiv National University, Kharkiv, Ukraine*
[2]*National University "Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic", Poltava, Ukraine*
[3]*Lyceum No. 6 "Leader" of the Poltava City Council, Poltava, Ukraine*

The expediency of mentioning in the school mathematics course about the impossibility of simple presentation of some important sums and products, namely, partial sums of harmonic series, series of inverse squares and the sequence of factorials, is discussed.
Keywords: partial sum, rational function, rational number, factorial.

Вже у 7 класі при вивченні теми «Задачі на побудову» учні узнають про те, що за допомогою лише циркуля та лінійки деякі геометричні побудови є принципово неможливими (див., наприклад, [1, стор. 192]). У 8 класі зазвичай доводять ірраціональність $\sqrt{2}$ та розповідають про неможливість розв'язання у радикалах довільного рівняння п'ятого степеня [2]. Але, при подальшому вивченні математики учням майже нічого не розповідають про те, що в багатьох математичних ситуаціях щось зробити принципово неможливо. Важливий приклад такої ситуації – послідовність $n!$. Хоча при вивченні тем «Послідовності» і «Арифметична прогресія» завжди отримують *явну формулу* для суми перших n на натуральних чисел: $1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{1}{2}n(n + 1)$, зазвичай учням не розповідають, що аналогічної *явної формули* для добутку перших n на натуральних чисел $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$ отримати принципово неможливо (див., наприклад, [3]). Звісно, доведення цього факту далеко виходить за рамки не тільки шкільної програми, а навіть стандартних освітніх програм університетів. Але така ж ситуація, наприклад, і з неможливістю квадратури круга за допомогою лише циркуля та лінійки.

Зупинимось тепер більш докладно на задачах про знаходження сум у явному вигляді, яким приділено багато уваги, наприклад, у підручнику для 9 класу А.Г. Мерзляка та ін. [4, розділи 22 і 36]. Після успішного вивчення цієї теми у учня може скластись враження, що будь-яку не дуже складну суму можна знайти, якщо вдало зробити або тотожні перетворення, або припущення, а потім довести це припущення методом математичної індукції. Насправді є дуже прості суми, які неможливо знайти у сенсі підручника [4]. Розглянемо два важливих приклади.

Приклад 1 (часткова сума гармонічного ряду).

Нехай $S_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}$. Методами, що не виходять за рамки шкільної математики можна довести наступне твердження.

Теорема 1. Не існує такої раціональної функції $R(x)$, що

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n} = R(n)$$

для всіх натуральних n.

Приклад 2 (часткова сума ряду з обернених квадратів).

Нехай тепер $S_n = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \ldots + \frac{1}{n^2}$. Як вперше показав Ейлер,

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \ldots + \frac{1}{n^2} + \cdots = \frac{\pi^2}{6},$$

тобто $\lim\limits_{n\to\infty} S_n = \frac{\pi^2}{6}$. Відмітимо, що є правильним наступне загальне твердження.

Лема. Якщо границя послідовності раціональних чисел $\{x_n\}$ є ірраціональним числом, то не існує такої раціональної функції $R(x)$, що $x_n = R(n)$ для всіх натуральних n.

З цієї леми тепер випливає наступна теорема.

Теорема 2. Не існує такої раціональної функції $R(x)$, що

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \ldots + \frac{1}{n^2} = R(n)$$

для всіх натуральних n.

Зауваження. Відмітимо, що деякі суми, що дуже схожі на суму з обернених квадратів, мають представлення за допомогою раціональних функцій.

Наприклад,

$$1 + \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{2n+1}{n}$$

і

$$\frac{1}{2^2-1} + \frac{1}{3^2-1} + \frac{1}{4^2-1} + \ldots + \frac{1}{(n+1)^2-1} = \frac{3n^2+5n}{4(n+1)(n+2)}.$$

ЛІТЕРАТУРА

1. А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір. **Геометрія. Підручник для 7 класу** / Харків: «Гімназія», 2015

2. А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір. **Алгебра. Підручник для 8 класу** / Харків: «Гімназія», 2021

3. https://math.stackexchange.com/questions/1392728/proof-that-the-factorial-is-nonelementary/1394130

4. А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір. **Алгебра. Підручник для 9 класу з поглибленим вивченням математики** / Харків: «Гімназія», 2021