

Міністерство освіти і науки України
Полтавський національний технічний університет
імені Юрія Кондратюка
Навчально-науковий інститут інформаційних
технологій і механотроніки
Навчально-науковий інститут нафти і газу

С.В. Попов, М.Я. Бучинський,
С.М. Гнітько, А.М. Чернявський

ТЕОРІЯ МЕХАНІЗМІВ ТЕХНОЛОГІЧНИХ МАШИН

Підручник для студентів механічних
спеціальностей закладів вищої освіти

Харків
2019

УДК 621.01
ББК 34.42
Т 33

*Рекомендовано до друку Науково-методичною радою
Полтавського національного технічного університету імені Юрія Кондратюка
(протокол №4 від 28.03.2019 р.)*

Рецензенти:

Л.Г. Козлов, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри технології та автоматизації машинобудування Вінницького національного технічного університету;

Є.А. Фролов, доктор технічних наук, професор кафедри технології машинобудування Навчально-наукового інституту інформаційних технологій та механотроніки Полтавського національного технічного університету імені Юрія Кондратюка.

Попов С.В., Бучинський М.Я., Гнітько С.М., Чернявський А.М. **Теорія механізмів технологічних машин:** підручник для студентів механічних спеціальностей закладів вищої освіти. Харків: НТМТ, 2019. 268 с.

ISBN 978-617-578-309-2

Основу цього підручника становлять загальні методи аналізу та синтезу механізмів, за яким студенти мають вивчити раціональну побудову структури сучасної технологічної машини під час її проектування.

Для студентів механічних спеціальностей закладів вищої освіти та фахівців механічного профілю експлуатації та конструювання технологічних машин для підвищення кваліфікації.

УДК 621.01
ББК 34.42
Т 33

ISBN 978-617-578-309-2

© Попов С.В., Бучинський М.Я.,
Гнітько С.М., Чернявський А.М., 2019.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	6
1 ОСНОВНІ ТЕРМІНИ ТА ВИЗНАЧЕННЯ.....	9
1.1 Основа та ланки	10
1.2 Передача руху	13
1.3 Механізм.....	19
1.4 Кінематична схема	22
1.5 Функціональна здатність механізму.....	24
1.6 Передавальна функція.....	28
1.7 Утворення механізмів	30
1.8 Циклограми механізмів.....	35
1.9 Створення нових машин	37
1.10 Цільова функція.....	40
Питання для самоконтролю.....	41
2 СТРУКТУРА ТА КІНЕМАТИКА МЕХАНІЗМІВ.....	42
2.1 Структура механізмів.....	42
2.1.1 Важільні механізми	42
2.1.1.1 Кривошипно-повзунний механізм	42
2.1.1.2 Кривошипно-коромисловий механізм	44
2.1.1.3 Кривошипно-кулісний механізм	46
2.1.1.4 Деякі особливості важільних механізмів.....	47
2.1.1.5 Механізми періодичного повороту	49
2.1.1.6 Класифікація важільних механізмів.....	52
2.1.2 Кулачкові механізми	53
2.1.2.1 Кулачковий механізм із осьовим розташуванням роликового штовхача.....	54
2.1.2.2 Кулачковий механізм із ексцентричним розташуванням роликового штовхача.....	56
2.1.2.3 Кулачковий механізм із роликівим важелем, що гойдається	56
2.1.3 Фрикційні механізми.....	59
2.1.3.1 Фрикційна передача	60
2.1.3.2 Фрикційні варіатори	61
2.1.4 Зубчасті механізми	66
2.1.4.1 Види зубчастих зачеплень.....	71
2.1.4.2 Передавальна функція зубчастих передач.....	79
2.1.4.3 Основи теорії евольвентного зубчастого зачеплення	80
2.1.4.4 Виготовлення зубчастих коліс.....	84
2.1.4.5 Коефіцієнт форми зуба	88
2.1.4.6 Коефіцієнт контактних напружень	89
2.1.4.7 Основні показники зубчастого зачеплення.....	91

2.1.4.8	Опис деяких зубчастих механізмів	94
2.1.5	Гвинтові механізми	98
2.1.5.1	Теорія гвинтової пари	98
2.1.5.2	Опис деяких гвинтових механізмів.....	100
2.1.6	Гнучкі механізми: теорія пасової передачі	103
2.1.7	Комбіновані механізми	108
2.2	Метричний синтез	121
2.3	Кінематичний аналіз	123
2.3.1	Кінематичне дослідження важільних механізмів.....	124
2.3.2	Кінематика кулачкових механізмів	129
2.3.3	Кінематика зубчастих механізмів	136
	Питання для самоконтролю	142
3	ДИНАМІКА МЕХАНІЗМІВ	143
3.1	Силове дослідження.....	143
3.1.1	Класифікація сил, що діють.....	144
3.1.2	Реакції зв'язків	146
3.1.3	Приведена сила та приведений момент.....	147
3.1.4	Визначення реакцій зв'язку в кінематичних парах механізмів	148
3.2	Тертя	157
3.2.1	Внутрішнє в'язке тертя	158
3.2.2	Зовнішнє в'язке тертя.....	159
3.2.3	Зовнішнє тертя	161
3.2.3.1	Тертя ковзання.....	162
3.2.3.2	Тертя ковзання у кінематичних парах	166
3.2.3.3	Тертя кочення	170
3.2.3.4	Тертя ковзання змащених тіл.....	173
3.2.3.5	Використання процесу кочення	174
3.3	Рух механізмів під дією прикладених сил.....	179
3.3.1	Початкові міркування	179
3.3.2	Приведення мас та моментів інерції до вхідної ланки	179
3.3.3	Приведена сила та приведений момент.....	181
3.3.4	Рівняння руху механізму	183
3.3.5	Визначення закону руху механізму	188
3.3.5.1	Визначення закону руху механізму при $I_{np} = const$ та $M_{np} = M_{np}(\omega)$	189
3.3.5.2	Визначення закону руху механізму при $I_{np} = I_{np}(\varphi)$ та $M_{np} = M_{np}(\varphi)$	190
3.3.5.3	Визначення закону руху механізму при $I_{np} = I_{np}(\varphi)$ та $M_{np} = M_{np.pc}(\omega) - M_{np.co}(\varphi)$	191
3.3.6	Режими руху механізмів	193
3.3.7	Особливості періодичного усталеного руху.....	197
3.4	Регулювання руху механізмів	200

3.4.1	Загальні відомості.....	200
3.4.2	Визначення моменту інерції махових мас	202
3.4.3	Розрахунок маховика технологічної машини із електричним приводом.....	205
3.4.4	Визначення місця встановлення та розмірів маховика.....	210
3.4.5	Регулювання неперіодичних коливань швидкості машини	212
3.5	Зрівноваження механізмів	214
3.5.1	Сили, що діють.....	214
3.5.2	Умови зрівноваження.....	219
3.5.3	Методи зрівноваження	221
3.5.4	Зрівноваження мас, що обертаються	222
3.5.5	Міра незрівноваження.....	224
3.5.6	Зрівноваження мас, що рухаються поступально	226
3.6	Механічні критерії оцінювання	229
3.6.1	Коефіцієнт корисної дії.....	232
3.6.2	Коефіцієнт втрат механічної енергії.....	235
3.6.3	Втрати у кінематичних парах	236
3.6.3.1	Поступальна пара ковзання.....	236
3.6.3.2	Обертова пара ковзання.....	238
3.6.3.3	Вища кінематична пара	240
3.6.4	Коефіцієнт корисної дії шарнірно-важільного механізму.....	242
	Питання для самоконтролю.....	244
	АЛФАВІТНИЙ ПОКАЖЧИК.....	245
	ЛІТЕРАТУРА.....	248
	ДОДАТОК А. ЕЛЕМЕНТИ КІНЕМАТИКИ	250
	ДОДАТОК Б. АЛФАВІТИ І ЦИФРИ	264
	ДОДАТОК В. МІЖНАРОДНА СИСТЕМА ОДИНИЦЬ СІ.....	265

Теорія механізмів є базовою основоположною дисципліною інженерної освіти для студентів механічних спеціальностей. Адже конструювання та експлуатація технологічних машин потребує великого обсягу знань. І саме теорія механізмів дає базові знання для застосування загальних прийомів аналізу і синтезу механізмів, дає можливість зрозуміти основні методи технічної побудови механізмів і їх теоретичного дослідження.

Вона дає можливість на основі нових технічних ідей ефективно, без помилок створювати нові технологічні машини; технічно грамотно експлуатувати сучасну техніку. Адже в теорії механізмів технологічних машин закладена фізична сутність явищ, що відбуваються під час руху механізмів.

Тому сподіваємось, що запропонований підручник зацікавить не тільки здобувачів вищої технічної освіти, а також зможе стати в нагоді конструкторам й інженерам, які займаються проектуванням, виробництвом та експлуатацією технологічних машин різного призначення.

Проектування технологічних механізмів розпочинають після детального вивчення й аналізу технологічного процесу. Технологічний процес – це сукупність різних примусових впливів при певних режимах на оброблювані матеріали, сировину, заготовки, в результаті яких змінюються геометричні параметри та (або) фізичні властивості початкових напівфабрикатів.

Існують безперервні та дискретні технологічні процеси. У цій роботі подано для розгляду теорію механізмів, які призначені для дискретних технологічних процесів. Такі процеси вимагають, щоб наприкінці певного проміжку часу – циклу механізми технологічної машини повторювали положення швидкості та прискорення складових ланок у певній послідовності, приводячи їх у початковий стан. Так забезпечується циклічність роботи технологічної машини.

Технологічний дискретний процес розбивають на окремі операції, що характеризуються певними та узгодженими переміщеннями за встановленою траєкторією робочого органу, тобто інструмента та оброблюваної заготовки. Будують циклограму роботи майбутньої машини, тобто схему узгодженості переміщень виконавчої ланки в часі.

Потім із числа відомих чи нових технічних рішень складають у декількох варіантах структурну схему машини. Умовою є отримання найбільшої технологічної продуктивності. Це можливо, передусім, при мінімальній кількості холостих ходів механізмів, що розглядаються. Складена структурна схема машини піддається кінематичному та силовому аналізу запропонованих варіантів з метою перевірки працездатності та визначення оптимального технічного рішення.

Механізм – це сукупність окремих складових частин-ланок, що несуть певне функціональне навантаження. Шляхом кінематичних пар утворюють кінематичний ланцюг, встановлений на основі. Він здатний перетворювати певні рухи (зазвичай обертові чи поступальні) вхідної ланки у необхідні рухи вихідної ланки.

Машина – це сукупність механізмів функціонально пов’язаних між собою. Оснащується приводом і системою керування, поєднаних єдиною метою в механічний пристрій, який здійснює задану програму. Машина самостійно чи за допомогою людини здійснює певний технологічний процес для перетворення енергії, матеріалів чи інформації.

Залежно від виконуваних функцій розрізняють такі машини: енергетичні, робочі, інформаційні.

Енергетичні машини призначені для перетворення енергії. До них належать генератори, що перетворюють механічну роботу в інший вид енергії, та двигуни. Останні перетворюють різні види енергії в механічну роботу.

Робочі машини здійснюють зміну форми, властивостей, стану та положення предметів праці. Це технологічні, транспортні та транспортуючі машини.

Інформаційні машини призначені для збирання, переробки, зберігання та використання наукової, технічної, виробничої, економічної та інших видів інформації.

У ХХ ст. з’явилися і у наш час набули широкого поширення машини нового покоління – *маніпулятори* із програмним керуванням, тобто *промислові роботи*.

У цьому підручнику подано матеріал про механізми одноопераційних технологічних машин, а саме: металорізальні верстати, ковальсько-пресове обладнання, машини для видобутку нафти, переробки сільськогосподарської сировини, розливання металу, виконання будівельних робіт, буріння свердловин тощо.

Машинобудівна промисловість виробляє велику кількість різноманітних механізмів. Створення нових технологічних машин потребує класифікації механізмів.

Методи розрахунку дозволяють виділити три групи механізмів:

- 1-а група – механізми із твердими та гнучкими нерозтяжними складовими частинами-ланками. Їх рух досліджують, використовуючи закони теоретичної механіки;

- 2-а група – механізми із твердими та пружними складовими частинами-ланками. Їх рух вивчається за допомогою методів теорії пружності для врахування деформації ланок, яка впливає на кінематику та динаміку технічної системи;

- 3-а група – гідравлічні та пневматичні механізми. Вивчаючи їх рух використовують закони гідро- та аеродинаміки.

У курсі теорії механізмів технологічних машин вміщено матеріал про першу групу механізмів, яку, відповідно до класифікації І.І. Артоболевського, можна розділити на сім підгруп: важільні, кулачкові, фрикційні, зубчасті, гвинтові, гнучкі, комбіновані.

Механізми, побудовані на основі зачеплення (зубчасті, черв’ячні) і тертя (фрикційні), називають **механічними передачами**. Вони слугують для передачі обертового або поступального рухів із перетворенням швидкості та

відповідною зміною обертового моменту. За допомогою механічних передач розв'язують такі питання:

- зниження (рідше підвищення) швидкості;
- ступінчасте або безступінчасте регулювання швидкості у широкому діапазоні при постійній потужності;
- зміна напрямку руху;
- приведення до руху одним двигуном декількох механізмів;
- приведення до руху декількома двигунами одного механізму.

Основними характеристиками механічних передач є:

- обертовий момент, що передається;
- частота обертання вхідного валу;
- передавальне відношення;
- коефіцієнт корисної дії.

Механічні передачі набули широкого поширення у приводах технологічних машин із постійним передавальним відношенням, а також у приводах малої та середньої потужності зі змінюваним передавальним відношенням.

За функціональним призначенням механізми поділяють на два класи: передавальні та виконавчі.

Передавальні механізми приводяться від джерел механічного руху. Зазвичай трансформують та передають обертовий рух від вхідного валу до вихідного при постійній потужності.

Виконавчі механізми отримують рух, зазвичай обертовий від передавального механізму або безпосередньо від двигуна, трансформують його, якщо потрібно змінюють характер руху і передають виконавчій ланці, що несе робочий орган. Останній виконує необхідні рухи для здійснення заданого технологічного процесу.

Так як у переважній більшості вихідні ланки – вали двигунів, що здійснюють обертовий рух, то передавальні механізми будують на основі механічних передач у вигляді редукторів, мультиплікаторів, варіаторів, коробок швидкостей, коробок передач, розподілювачів потужності і т.д. Для побудови виконавчих механізмів використовують механізми різного конструктивного виконання залежно від вимог технологічної операції, що виконується.

1 ОСНОВНІ ТЕРМІНИ ТА ВИЗНАЧЕННЯ

Технологічна машина – це сукупність функціонально зв'язаних механізмів, оснащених приводом та системою керування. Вони введені в механічний пристрій, що реалізує певну програму, з метою змінити форми, властивості, стану і положення предметів праці відповідно до заданого технологічного процесу.

За ступенем автоматизації технологічні машини поділяють на три класи: машини загального призначення, або універсальні; напівавтомати; автомати.

Універсальна машина – це механічний пристрій, в якому здійснюється часткова механізація ручної праці тієї частини технологічної операції, у якій відбувається безпосередня зміна стану, форми або якості заготовки, і зберігається участь людини в керування машиною.

Напівавтоматична машина самостійно здійснює один повний робочий цикл і вимагає зовнішнього втручання лише для повторення циклу. Наприклад, металорізальний, деревообробний та інші верстати. Така машина виконує увесь цикл обробки заготовки і повертає механізми верстата у початкове положення самостійно. Встановлення ж заготовки, пуск верстата та зняття обробленої деталі виконує оператор.

Автоматична технологічна машина – це механічний пристрій, що без участі людини виконує за заданою програмою усі операції в процесах отримання та перетворення матеріалів або заготовок.

Структура найпростішої технологічної машини представлена на рисунку 1.1. Машина складається із джерела механічного руху (двигуна) 1, передавального механізму 2, виконавчого механізму 3, системи керування 4.

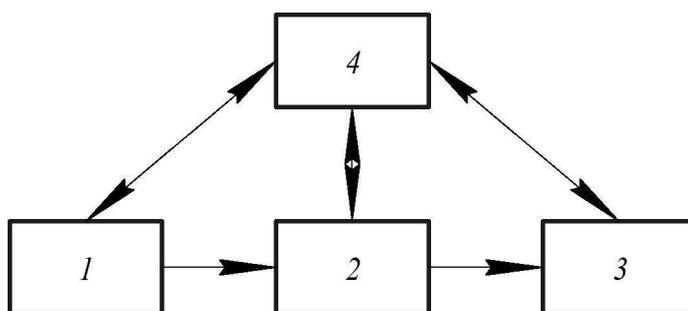


Рисунок 1.1 – Структура технологічної машини:
1 – джерело механічного руху (двигун); 2 – передавальний механізм;
3 – виконавчий механізм; 4 – система керування

У переважній більшості вихідні ланки двигунів є валами, що здійснюють обертовий рух. Далі будемо розглядати механізми, що одержують обертовий рух від джерела механічного руху.

Передавальні механізми призначені для зміни параметрів обертового руху (швидкості й моменту) вихідного валу джерела механічного руху до значень, що необхідні для вхідного валу виконавчого механізму.

Виконавчі механізми, переважно, отримують рух від передавальних механізмів. Рідше, безпосередньо від двигуна. Слугують для безпосереднього виконання певних операцій заданого технологічного процесу і трансформують не лише параметри обертового руху, а якщо потрібно, то і характер руху вхідного валу в задані рухи вихідної ланки за визначеною траєкторією. Вихідні ланки виконавчих механізмів оснащують робочими органами, тобто інструментом, що здійснює певні та узгоджені переміщення відносно заготовки, що обробляється, або матеріалу на відповідних технологічних режимах [1-11].

1.1 Основа та ланки

Як передавальні, так і виконавчі механізми складаються із окремих складових частин. Нерухому частину механізму (станину, корпус, раму, стійку, каркас тощо), на якій базуються рухомі частини, називають **основою**.

Рухомі частини механізму, що представляють собою монолітні деталі, або групу жорстко скріплених деталей, що не мають між собою відносного руху і несуть певне функціональне навантаження при роботі механізму, називають **ланками**. У теорії механізмів технологічних машин ланки розглядають як абсолютно тверді тіла. Залежно від конструктивного виконання, характеру руху відносно основи і функціонального призначення ланки називають так: кривошипом, коромислом, шатуном, повзуном, кулісою, кулачком, штовхачем, крейцкопфом, поршнем, циліндром, гвинтом, гайкою, зубчастим колесом, рейкою, черв'яком, черв'ячним колесом, шківом, зірочкою, штоком тощо. Ланки, що обертаються, монтують на валах або осях. На рисунку 1.2 представлено види ланок.



Рисунок 1.2 – Ланки механізмів, аркуш 1:
а – кривошип; б – коромисло; в – шатун; г – повзун; д – куліса; е – кулачок



Рисунок 1.2 – Ланки механізмів, аркуш 2:

ж – штовхач; з – крейцкопф; и – поршень; к – циліндр; л – гвинт і гайка; м – зубчасте колесо; н – рейка; п – черв'як; р – черв'ячне колесо; с – шків; т – зірочка; у – шток

Нижче наведено описи деяких ланок:

- **кривошип** – ланка важільного механізму, яка здійснює повний оберт навколо осі, що пов'язана з основою;

- **коромисло** – ланка важільного механізму, яка здійснює неповний оберт навколо осі, що пов'язана із основою;

- **шату́н** – ланка важільного механізму, яка здійснює відносно основи плоскопаралельний рух;

- **повзу́н** – ланка важільного механізму, яка поступально переміщується відносно основи чи іншої ланки;

- **куліса** – ланка важільного механізму, яка здійснює гойдання навколо пов'язаною з основою осі, і є напрямною для повзуна;

- **кулачо́к** – ланка кулачкового механізму, яка має профіль змінної кривизни, що визначає рух вихідної ланки, наприклад, штовхача;

- **штовха́ч** – ланка кулачкового механізму, яка перетворює обертовий рух кулачка у поступальний і передає його іншим ланкам;

- **крейцко́пф** – повзун, що передає поздовжнє зусилля на шату́н, а поперечне – на напрямні, пов'язані із основою; це звільняє поршень від поперечних навантажень;

- **порше́нь** – ланка механізму, яка щільно перекриває поперечний переріз циліндра та здійснює зворотно-поступальний рух;

- **цилі́ндр** – порожниста деталь механізму, що має внутрішню циліндричну поверхню, зазвичай пов'язана із основою;

- **гвинт** – ланка гвинтового механізму циліндричної, рідше конічної форми із гвинтовою зовнішньою різьєю;

- **гайка** – ланка гвинтового механізму, яка має отвір із різьєю;

- **зубча́сте ко́лесо** – ланка зубчастого механізму, яка обертається і має замкнену систему зубців певного профілю;

- **рейка** – ланка рейкової передачі, яка рухається поступально і зазвичай виконана у вигляді призматичного стрижня на одному із боків якого нарізані зубці;

- **черв'я́к** – вхідна ланка черв'ячної передачі, яка представляє собою гвинт спеціальної нарізки;

- **черв'я́чне ко́лесо** – вихідна (ведена) ланка черв'ячної передачі, яка має дискову форму із зубами спеціального профілю та нарізки;

- **шкі́в** – ланка пасової передачі, яка виконана у вигляді диска із широким ободом плоского або спеціального профілю, що охоплюється нескінченним пасом;

- **зі́рочка** – ланка ланцюгової передачі, яка являє собою диск із зубами спеціального профілю, що охоплюється ланцюгом;

- **што́к** – ланка механізму, яка виконана у вигляді циліндричного стрижня, що слугує для з'єднання поршня із повзуном.

Обертові деталі механізмів монтують на валах або осях. Вали із обертовими деталями утворюють єдину ланку.

Вал – деталь механізму, яка виконана у вигляді гладкого або ступінчастого циліндричного стрижня, що несе обертові деталі (зубчасті й черв'ячні колеса, шківи, зірочки тощо), і призначена для передачі обертового моменту.

Вісь – деталь механізму здебільшого подовженої циліндричної форми, що слугує для підтримки різноманітних деталей, які обертаються разом із нею або навколо неї. Вона не передає корисного обертового моменту.

Ланки поділяють на *вхідні, вихідні, проміжні*.

Вхідна (початкова, задання, ведуча) ланка – ланка механізму, що утворює рухоме з'єднання із основою та отримує рух від джерела механічного руху або іншого механізму.

Вихідна (кінцева, виконавча, ведена) ланка – ланка механізму, що може утворювати рухоме з'єднання із основою та, реалізуючи функціональне призначення механізму, передає перетворений рух іншому механізму або робочому органу.

Проміжні ланки – ланки механізму, що призначені для передачі та (або) перетворення руху від вхідної ланки до вихідної. Вони утворюють між собою, а в деяких випадках і з основою, рухомі з'єднання та складають внутрішню структуру механізму.

1.2 Передача руху

Передача руху від однієї ланки до іншої відбувається за допомогою рухомих з'єднань, що утворюють між собою ланки. Рухомі з'єднання ланок із основою або двох ланок поміж собою, що накладають певні обмеження на відносний рух ланок, називають **кінематичними парами**.

Положення вільної ланки в просторі відносно нерухомої системи координат $Oxyz$, що пов'язана з основою, визначається шістьма геометричними параметрами: координатами x, y, z обраного полюсу O_1 та кутами повороту ψ, θ, φ трьох послідовних обертань навколо трьох осей, що проходять крізь точку O_1 . Тому вільна ланка в просторі відносно нерухомої основи має шість ступенів вільності.

Під час просторового руху вільної ланки параметри $x, y, z, \psi, \theta, \varphi$ змінюються. Кожному моменту часу t відповідають певні значення цих шести величин. Таким чином, рух вільної ланки в просторі відносно нерухомої основи можна описати такими функціональними залежностями:

$$x = f_1(t); y = f_2(t); z = f_3(t); \quad (1.1)$$

$$\psi = f_4(t); \theta = f_5(t); \varphi = f_6(t). \quad (1.2)$$

Положення вільної ланки на площині відносно нерухомої системи координат Oxy , пов'язаної з основою, визначається трьома геометричними параметрами: координатами x, y обраного полюсу O_1 та кутом повороту φ ланки навколо точки O_1 . Тому вільна ланка на площині відносно нерухомої основи має три ступені вільності. Рівняння плоскопаралельного руху вільної ланки мають такий вигляд:

$$x = f_1(t); y = f_2(t); \varphi = f_3(t). \quad (1.3)$$

Таким чином, вільні ланки залежно від характеру руху (просторового чи плоского) відносно нерухомої основи будуть мати шість або три ступенів вільності:

- у просторі:

$$w_n = w_{np} \cdot n; \quad (1.4)$$

- на площині:

$$w_n = w_{nl} \cdot n; \quad (1.5)$$

де $w_{np} = 6$ – число ступенів вільності вільної ланки в просторі;

$w_{nl} = 3$ – число ступенів вільності вільної ланки на площині;

n – число ланок механізму.

Приєднуючи ланку до основи за допомогою будь-якого рухомого з'єднання, позбавляють її певних переміщень, тобто обмежують вільний рух відносно нерухомої основи залежно від конструктивного виконання кінематичної пари. Втрата відносного переміщення ланок відбувається також і при з'єднанні ланок поміж собою за допомогою рухомого з'єднання, якщо одну з ланок зв'язати із нерухомою системою координат.

Обмеження, що накладаються на відносний рух ланок, називають **зв'язками**.

Рухоме з'єднання ланки з основою або двох ланок між собою, що накладає певні обмеження зв'язку на відносний рух ланок, називається **кінематичною парою**.

У залежності від кількості зв'язків, що накладаються, кінематичні пари поділяють на:

- *однорухомі*, що мають $w_1=1$ – ступінь вільності;
- *дворухомі*, що мають $w_2=2$ – ступені вільності;
- *трирухомі*, що мають $w_3=3$ – ступені вільності;
- *чотирирухомі*, що мають $w_4=4$ – ступені вільності;
- *п'ятирухомі*, що мають $w_5=5$ – ступенів вільності.

При цьому кінематичні пари втрачають наступне число u_i можливих переміщень, тобто ступенів вільності відносно нерухомої основи або по-іншому мають наступне число зв'язків:

- однорухомі $u_1=1$;
- дворухомі $u_2=2$;
- трирухомі $u_3=3$;
- чотирирухомі $u_4=4$;
- п'ятирухомі $u_5=5$.

Залежно від можливості здійснювати рух ланок у просторі або на площині кінематичні пари поділяють на *просторові* та *плоскі*. У першому випадку відносний рух описується шістьма кінематичними параметрами, а в другому – трьома.

Відносними рухами ланок є: *обертювий* – *О* та *поступальний* – *П*. У таблиці 1.1 наведено можливі сполучення обертових та поступальних рухів для різних кінематичних пар, що здатні за допомогою ланок утворювати просторові й плоскі механізми.

Найбільш широкого поширення в технологічних машинах мають плоскі механізми, ланки яких описують траєкторії, що лежать у паралельних

площинах. При плоскому русі можуть існувати кінематичні пари видів O , Π та OP . Тому в подальшому будемо розглядати механізми для здійснення плоско паралельного руху.

Таблиця 1.1 – Можливі сполучення незалежних рухів у кінематичних парах

Кінематична пара	Можливі рухи		
	O	Π	OP
Однорухома	O	Π	
Дворухома	OO		OP
Трирухома	OOO	OOP	OPP
Чотирирухома	$OOOP$		$OOPP$
П'ятирухома	$OOOPP$		

На рисунку 1.3 представлені схематичні зображення кінематичних пар різної рухомості.

Однорухома кінематична пара, яка здатна здійснювати обертовий рух, наведена на рисунку 1.3, *а*. Вона складається з двох ланок 1 та 2, що утворюють рухоме з'єднання. Ланка 2 виконана у вигляді циліндричного стрижня, прикріпленого до основи. Дотична частина ланки 1 виконана у вигляді втулки, що вільно надіта на циліндричний стрижень 2. Осьове переміщення втулки ланки 1 обмежується дисками 3, що жорстко зчленовані зі стрижнем 2. Тому ланка 1 може обертатися навколо осі Oy нерухомої системи координат $Oxyz$, що пов'язана з основою.

Однорухома кінематична пара поступального переміщення показана на рисунку 1.3, *б*. Вона складається із двох ланок 1 та 2, що утворюють рухоме з'єднання. Ланка 1 виконана у вигляді повзуна із квадратним отвором, що вільно надітий на ланку 2. Остання представляє собою стрижень квадратного перерізу, що прикріплений до основи. Таке з'єднання дотичних частин ланок дозволяє повзуну 1 лише переміщатися поступально вздовж стрижня 2 вліво або вправо вздовж осі Oy нерухомої системи координат $Oxyz$, що пов'язана з основою.

Дворухома кінематична пара, яка здатна здійснювати обертовий та поступальний рухи, наведена на рисунку 1.3, *в*. Вона складається з ланок 1, 2, що утворюють рухоме з'єднання. Дотична частина ланки 1 виконана у вигляді втулки, що вільно надіта на ланку 2. Остання виконана у вигляді циліндричного стрижня, що прикріплений до основи. Таке виконання рухомого з'єднання дозволяє ланці 1 обертатися навколо осі Oy та переміщатися вздовж неї поступально. Вісь Oy належить нерухомій системі координат $Oxyz$, що пов'язана з основою.

На рисунку 1.3, *г* наведена дворуха кінематична пара, що має можливість здійснювати два обертових рухи. Вона складається із двох ланок 1 та 2, що утворюють рухоме з'єднання. Дотична частина ланки 1 виконана у вигляді кульки, що розміщена у порожнистій сферичній обоймі із прорізью. Обойма належить ланці 2, що прикріплена до основи. Це дозволяє ланці 1 обертатися навколо власної осі та здійснювати коливальний рух вздовж прорізі в обоймі ланки 2, тобто відносно нерухомої системи координат $Oxyz$, що пов'язана з основою.

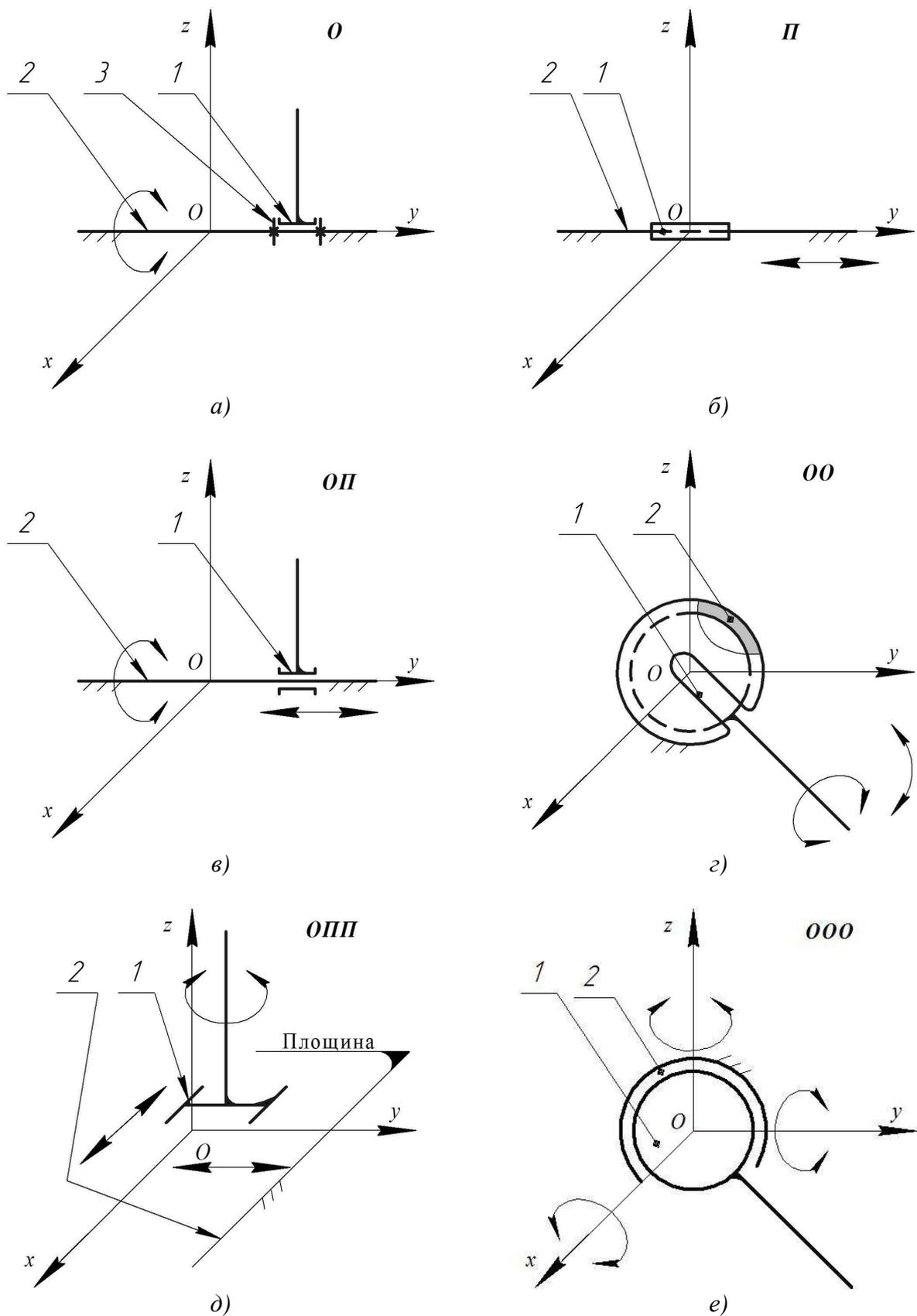


Рисунок 1.3 – Схематичні зображення кінематичних пар різної рухомості (O – обертовий рух; П – поступальний рух), аркуш 1:
 а – O, 1 – втулка, 2 – стрижень, 3 – диски; б – П, 1 – повзун, 2 – стрижень;
 в – ОП, 1 – втулка, 2 – стрижень; г – ОО, 1 – кулька, 2 – обойма;
 д – ОПП, 1 – повзун, 2 – плита; е – ООО, 1 – кулька, 2 – сферична оболонка

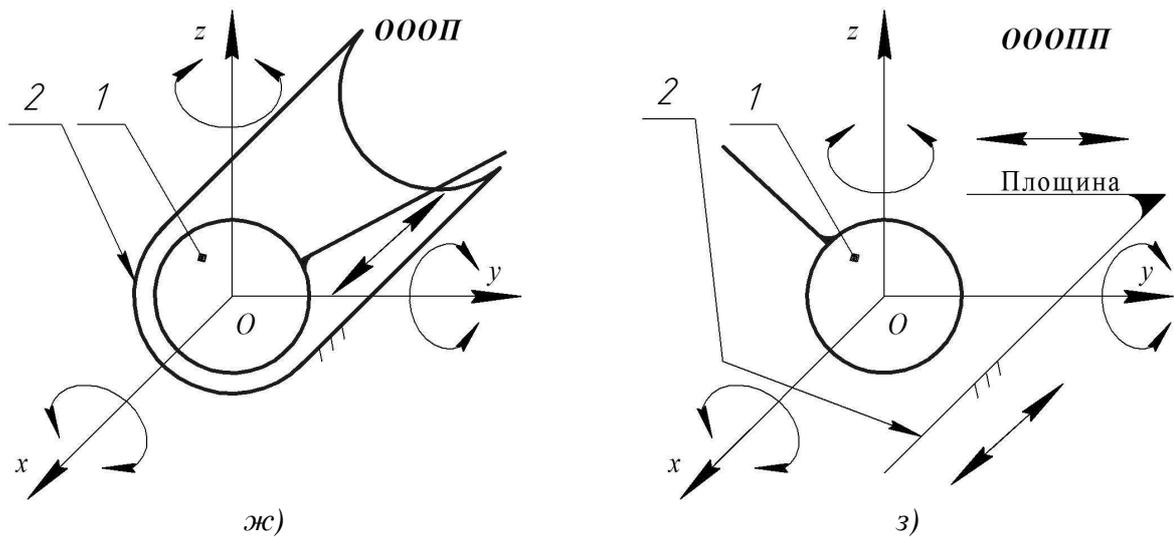


Рисунок 1.3 – Схематичні зображення кінематичних пар різної рухомості (O – обертовий рух; $П$ – поступальний рух), аркуш 2:
 ж – $ОООП$, 1 – кулька, 2 – жолоб; з – $ОООПП$, 1 – кулька, 2 – плита

Трирухому кінематичну пару, що може здійснювати плоскопаралельний рух, показано на рисунку 1.3, *д*. Вона складається із двох ланок 1, 2, утворюючи рухоме з'єднання. Ланка 1 являє собою повзун 1, який спирається на плоску поверхню ланки 2, виконану у вигляді плити, що прикріплена до основи. Таким чином, дотичні частини ланок є плоскими. Це дозволяє повзуну 1 поступово переміщуватися двома взаємно перпендикулярними напрямками вздовж осей Ox та Oy і обертатись навколо власної осі, що паралельна осі Oz нерухомої системи координат $Oxyz$, які пов'язані із основою.

Рисунок 1.3, *е* пояснює принцип роботи кінематичної пари, що може здійснювати три обертових рухи навколо осей Ox , Oy , Oz нерухомої системи координат, пов'язаних із основою. Кінематична пара утворюється дотичними частинами ланок 1 та 2. Дотичну частину ланки 1 виконано у вигляді кульки, яка знаходиться у порожнистій сферичній оболонці ланки 2 із вирізаним сегментом. Це дозволяє ланці 1 завдяки кульці обертатися та коливатися у сферичній оболонці ланки 2 навколо осей Ox , Oy , Oz нерухомої системи координат $Oxyz$.

На рисунку 1.3, *ж* зображено чотирирухому кінематичну пару, яка може здійснювати три обертових рухи та один поступальний. Вона складається з двох ланок 1 і 2, утворюючи рухоме з'єднання. Дотичну частину ланки 1 виконано у вигляді кульки, що знаходиться в жолобі ланки 2, який прикріплено до основи. Кулька 1, що пов'язана з основою, може здійснювати три обертових рухи навколо осей Ox , Oy та Oz нерухомої системи координат $Oxyz$ і поступально переміщуватися вздовж жолобу, тобто ланки 2.

Кінематична пара, яку зображено на рисунку 1.3, *з* може здійснювати п'ять рухів відносно нерухомої системи координат $Oxyz$, що пов'язана з основою. Вона складається з ланок 1 і 2, які утворюють рухоме з'єднання. Ланку 1 виконано у вигляді кульки, що спирається на плоску поверхню ланки виконаної у вигляді плити, прикріпленої до основи. Кулька 1 може обертатися

навколо трьох осей Ox , Oy та Oz та переміщуватися за двома напрямками вздовж осей Ox та Oy нерухомої системи координат $Oxyz$ плоскою поверхнею плити 2.

Дотичні частини ланок у кінематичних парах називають *елементами*, що виконують у вигляді поверхонь, ліній та точок. Якщо елементами ланки є лінії або точки, то кінематичні пари називають *вищими* (див. рисунок 1.3, *ж, з*), а якщо поверхні, то – *нижчими* (див. рисунок 1.3, *а-е*).

У нижчих кінематичних парах при поступальному або обертовому рухах відбувається відносне ковзання елементів, а у вищих парах можливе кочення та ковзання.

Існування кінематичних пар забезпечується умовами замикання елементів ланок. У нижчих парах зазвичай здійснюється геометричне замикання, передбачене конструкцією з'єднання. У вищих парах потрібне силове, тобто примусове замикання, яке гарантує умову існування кінематичної пари.

Міцність та зносостійкість елементів кінематичних пар залежить від форми та конструктивного виконання дотичних частин ланок. Тому нижчі пари є більш зносостійкими, ніж вищі, так як забезпечують менші напруження при однакових навантаженнях.

Для зменшення тертя між елементами ланок, що утворюють кінематичну пару, в деяких випадках вводять проміжні тіла, наприклад, кульки або ролики. Такі з'єднання подібні до звичайних кінематичних пар і називаються *кінематичним з'єднаннями*.

Отже, кінематичні пари накладають дещо обмежують відносний рух ланок. Тому число ступенів вільності ланки приєднаної за допомогою кінематичної пари до основи чи до іншої ланки, яка умовно сприймається як нерухома, зменшується на число зв'язків та визначається за такими співвідношеннями для просторового та плоского рухів відповідно:

$$w_{лан} = w_{np} - u_i; \quad (1.6)$$

$$w_{лан} = w_{пл} - u_i, \quad (1.7)$$

де $w_{np} = 6$, $w_{пл} = 3$ – число геометричних параметрів, тобто число ступенів вільності, що визначають положення твердого тіла у просторі чи на площині;

u_i – число обмежень, тобто число зв'язків, що накладає кінематична пара i -ої рухомості на можливі переміщення приєднаної ланки.

З'єднуючи ланки поміж собою за допомогою кінематичних пар можливо отримати кінематичний ланцюг. *Кінематичним ланцюгом* називають пов'язану за допомогою кінематичних пар систему ланок.

Кінематичні ланцюги можуть мати *просторову* або *плоску* структуру. Їх поділяють на *відкриті* та *замкнені*. Відкритий кінематичний ланцюг має ланки, що входять лише в одну кінематичну пару. Замкнений кінематичний ланцюг характеризується тим, що всі ланки входять не менше ніж у дві кінематичні пари (рисунок 1.4).

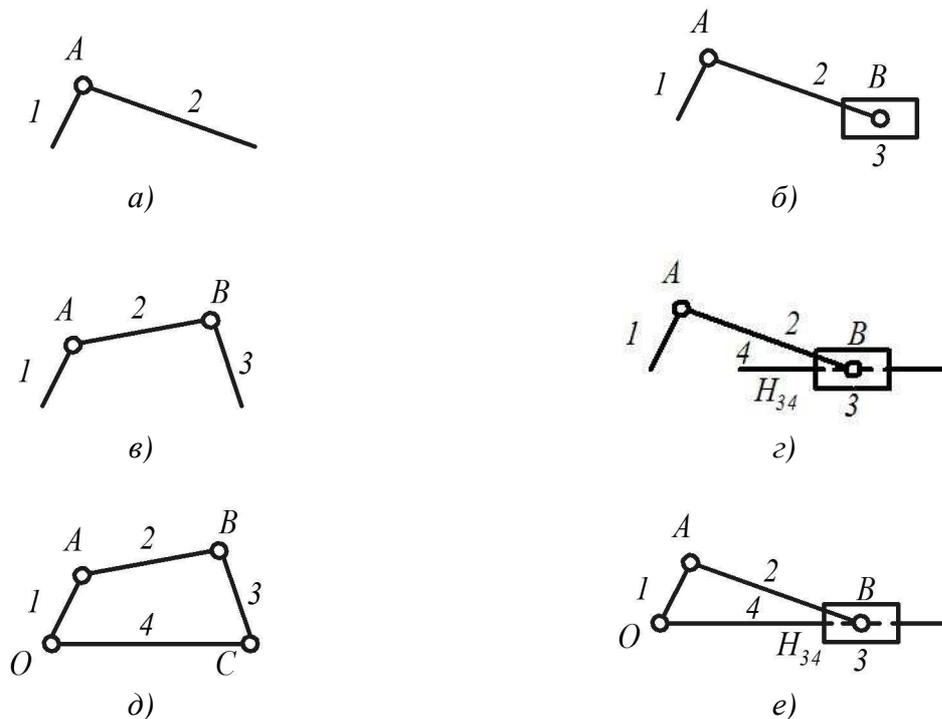


Рисунок 1.4 – Відкриті (а, б, в, з) та замкнені (д, е) кінематичні ланцюги:
1, 2, 3, 4 – ланки; O, A, B, C, H_{34} – кінематичні пари

Кожен кінематичний ланцюг має вхідні, вихідні, а також проміжні ланки.

Кінематичні ланцюги можуть існувати самотійно у вигляді складальних одиниць, але працюють вони лише у складі механізму. Тому говорити про ступінь вільності кінематичного ланцюга не має сенсу.

1.3 Механізми

Механізм являє собою кінематичний ланцюг, пов'язаний рухомими з'єднаннями з основою. Він здатний перетворювати рухи вхідної ланки (обертовий або поступальний) у потрібні рухи вихідної ланки або проміжних ланок. Таким чином, вхідні ланки стають ведучими, а решта веденими.

Рухи задання виконують джерела механічного руху, тобто двигуни. Найбільш поширеними у машинобудуванні є двигуни, що виконують обертовий рух. Тому будемо розглядати теорію механізмів технологічних машин, вхідні ланки яких виконують обертовий рух.

Механізми можуть мати *відкриту* або *замкнену* структури.

Відкрита структура механізму характеризується тим, що вхідна ланка утворює з основою однорухоме з'єднання, а вихідна ланка входить лише в одну кінематичну пару і не замикається на основу (рисунок 1.5, а). Відкрита структура застосовується в механізмах землерийних машин, кранів, приладів та маніпуляторів промислових роботів.

Замкнена структура механізму характеризується тим, що вхідні та вихідні ланки утворюють з основою однорухомі з'єднання, тобто кінематичні пари (рисунок 1.5, б). За замкненою структурою побудовано більшість

технологічних машин дискретної дії. Тому в подальшому будемо розглядати замкнені структури механізмів.

За функціональною ознакою механізми поділяються на два великі класи: *передавальні* та *виконавчі*.

Передавальні механізми призначені для зміни параметрів руху задання вхідної ланки до значень, що вимагають виконавчі механізми. Вони побудовані, головним чином, на основі механічних передач. Відмінність передавальних механізмів від виконавчих полягає у тому, що вони мають замкнену структуру.

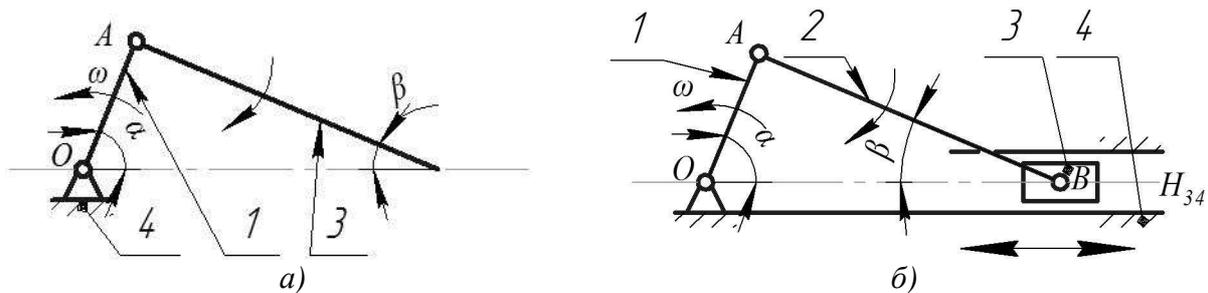


Рисунок 1.5 – Кінематичні схеми механізмів із відкритою (а) та замкненою (б) структурами: 1 – ланка вхідна; 2 – ланка проміжна; 3 – ланка вихідна; 4 – основа; O, A, B, H₃₄ – кінематичні пари

За допомогою передавальних механізмів здійснюють:

- зміну кутової швидкості вхідної ланки при відповідному збільшенні або зменшенні обертового моменту на вихідній ланці;
- отримання декількох частот обертання вихідної ланки при одній і тій самій частоті обертання вхідної ланки;
- реверсування руху вихідної ланки;
- плавне регулювання швидкості обертання вихідної ланки;
- ступінчасту зміну швидкості обертання вихідної ланки за визначеним законом.

Передавальні механізми виконують у вигляді редукторів, варіаторів, коробок швидкостей, коробок подач, розгалужувачів потоку, пристроїв реверсування руху і т.д.

За останні роки в конструкції двигунів відбулися якісні зміни: розширився діапазон частот обертання, поглибилось регулювання кутової швидкості та переривчастого руху. Але все ж таки при конструюванні технологічних машин необхідні передавальні механізми, тому що для них переважають такі критерії, як вартість виготовлення, коефіцієнт корисної дії, габаритні розміри, маса і надійність.

Виконавчі механізми потрібні для безпосереднього виконання рухів, забезпечують технологічну операцію.

За допомогою виконавчих механізмів вирішують такі питання:

- перетворення обертового руху в поступальний, зворотно-поступальний, рух гойдання;

- зміна характеру руху: спрямований рух у переривчастий, а рух гойдання у односпрямований;

- зміна параметрів обертового руху;

- забезпечення заданої функції положення;

- збільшення ходу поступального переміщення.

У виконавчих механізмах вихідну ланку або одну із проміжних ланок сприймають як виконавчу ланку. Необхідно зазначити, що передавальні механізми таких ланок не мають.

Виконавчою називається ланка, що оснащується робочим органом, тобто інструментом. Завдання виконавчих ланок полягає у тому, щоб відтворювати траєкторії різних видів, які потрібні технологічній операції для здійснення корисної роботи щодо зміни розмірів, конфігурації, якості поверхні, маси або положення заготовки, що перероблюється.

На основі сказаного вище виділяють такі характерні ознаки механізмів у порівнянні із кінематичними ланцюгами:

- механізм змонтовано на основі;

- механізм має рухомі з'єднання з основою;

- кінематичний ланцюг можна перетворити у механізм через прикріплення будь-якої ланки до основи;

- вхідні ланки механізму із основою утворюють однорухомі з'єднання і стають ведучими;

- вихідні та проміжні ланки механізму з основою можуть утворювати рухомі з'єднання;

- рухи, які задають вхідним ланкам механізму (обертовий або поступальний) передають двигуни, нерухомо встановлені на основі.

Однією з умов під час дослідження роботи механізму є те, що обертовий рух, який передає двигун вхідній ланці механізму, є рівномірним.

Більшість механізмів технологічних машин здійснюють плоско-паралельний рух. Тому обмежимося вивченням механізмів, що здійснюють саме його.

Сучасна технологічна машина це складна технічна система з декількох систем: головного руху; допоміжних рухів; керування; безпеки; змащення; охолодження; видалення відходів; регулювання технологічних режимів; контролю якості; сигналізації і т.д.

Кожна система технологічної машини складається з одного чи декількох механічних, гідравлічних, пневматичних, електричних, магнітних і тому подібних пристроїв.

У цьому підручникові будемо розглядати в основному механізми головного руху, що призначені для безпосереднього здійснення функціонального призначення машини (різання, кутання, штампування, подрібнення, формування, волочіння, прокатування і т.д.) у відповідності до заданого технологічного процесу.

Структуру механізмів зазвичай представляють у вигляді кінематичних схем, на яких складові частини механізмів зображують умовними графічними позначеннями.

1.4 Кінематична схема

Схемою називають конструкторський документ, на якому складові частини машин зображено у вигляді умовних графічних позначень та показані зв'язки між ними.

Щоб зрозуміти будову та принцип роботи сучасної технологічної машини, необхідно вивчити усі види схем, що наведені в керівництві з експлуатації: кінематичні, електричні, гідравлічні, пневматичні, вакуумні, оптичні, газові та ін.

У даному курсі будемо вивчати структуру та поведінку механізмів на основі кінематичних схем, на яких складові частини механізму, тобто ланки і кінематичні пари, зображують у вигляді умовних графічних позначень відповідно до існуючої нормативно-технічної документації (таблиця див. додаток А).

Залежно від призначення кінематичні схеми поділяються на такі типи:

- структурні: визначають основні функціональні частини механізму, їх призначення та взаємозв'язки;
- функціональні: роз'яснюють певні процеси, які протікають в окремих функціональних ланках механізму або машини у цілому;
- принципіві: включають усі складові частини механізму і зв'язки між ними, а також такі, що дають повне і детальне представлення будови та принципу роботи механізму чи машини.

Кінематичним схемам назначають код, що складається із букви, що визначає вид схеми, і цифри, що позначає тип схеми. Таким чином, кінематичні схеми мають такі коди:

- *K1* – кінематична структурна;
- *K2* – кінематична функціональна;
- *K3* – кінематична принципова.

Як приклад, на рисунку 1.6 приведено принципову кінематичну схему механізму головного руху поперечно-стругального верстата. Механізм головного руху складається з двох видів механізмів, що з'єднані послідовно:

- передавального, утвореного зубчастими колесами Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_5 , що закріплені на валах I, II, III, IV;
- виконавчого – у вигляді кривошипно-шатунного механізму.

Кривошипно-кулісний механізм складається з кривошипу 1, кулісного каменя 2, куліси 3, сережки 4 та повзуну 5, що встановлені на станині 6. Кулісний камінь 2 утворює із проріззю в кулісі 3 однорухому кінематичну пару H_{23} поступального переміщення. Серезка 4 може переміщуватись вгору-вниз за вертикальними напрямними повзуну 5 (кінематична пара H_{45}). Повзун 5 у свою чергу утворює однорухому поступальну пару H_{56} із нерухомою станиною 6, тобто з основою. Інші кінематичні пари $O, A, B, і C$ є однорухомими обертовими.

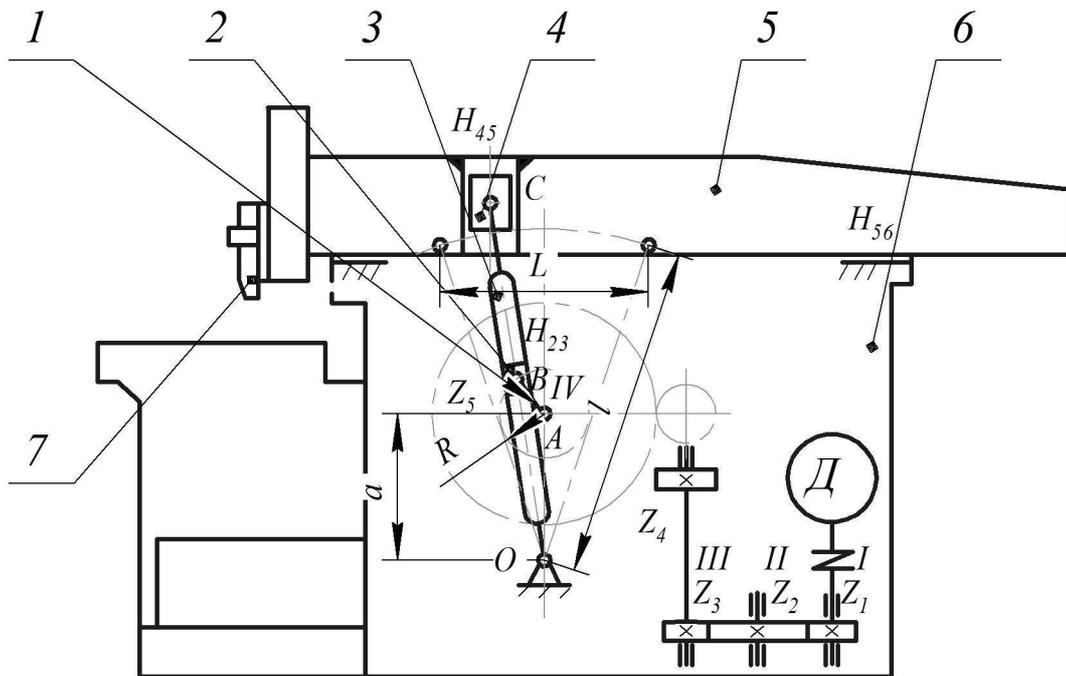


Рисунок 1.6 – Принципова кінематична схема механізму головного руху поперечно-стругального верстата: 1 – кривошип; 2 – кулісний камінь; 3 – куліса; 4 – сережка; 5 – повзун; 6 – основа (станина); 7 – різець

Привод механізму головного руху виконується двигуном Δ , вихідний вал якого з'єднаний за допомогою муфти із входним валом I (ведучою ланкою) передавального механізму. Останній змінює параметри обертового руху (частоту і момент) за допомогою зубчастих зачеплень $Z_1 - Z_2$, $Z_2 - Z_3$, $Z_3 - Z_4$, $Z_4 - Z_5$ і передає обертання вихідному валу IV , на якому закріплено кривошип 1 . Вихідний вал IV є ведучою ланкою кривошипно-кулісного механізму і утворює зі станиною 6 обертову пару A .

Рівномірне обертання кривошипу 1 за допомогою шарніра B і кулісного каменя 2 , що поступально переміщується в прорізі куліси 3 , перетворюється в гойдальний рух куліси навколо осі O обертової пари. Далі через шарнір C і поступальну пару H_{45} за допомогою сережки 4 рух гойдання куліси перетворюється у зворотно-поступальне переміщення повзуна 5 за напрямними станини 6 (поступальна пара H_{56}).

Повзун 5 оснащено робочим органом – різцем 7 , що при ході повзуна вліво стругає заготовку (робочий хід), а при ході вправо – робить холостий хід.

Число подвійних ходів повзуна 5 дорівнює числу обертів зубчастого колеса Z_5 , що жорстко посаджено на вал IV кривошипу 1 (обертова пара A). Довжина ходу повзуна залежить від амплітуди гойдання куліси. Її встановлюють, змінивши величину радіуса R .

Необхідно додати, що **головним рухом** у теорії механічної обробки конструкційних матеріалів називають рух різального інструмента або заготовки, при якому відбувається формоутворення деталі через зняття стружки. Головний рух у металорізальних верстатах може бути обертовим або зворотно-поступальним.

1.5 Функціональна здатність механізму

Структура кожного механізму характеризується певними технічними показниками:

- кількістю ланок;
- кількістю кінематичних пар;
- схемою з'єднання ланок;
- рухомістю кінематичних пар;
- поєднанням кінематичних пар;
- кількістю вхідних ланок;
- траєкторією вихідної ланки і т.п.

Можливості кінематичних пар механізму оцінюють рухомістю, а ланок – ступенями вільності.

Структуру механізму оцінюють функціональною здатністю.

Рухомість кінематичних пар встановлюється конструктивним виконанням рухомих з'єднань ланок поміж собою або з основою. Ступінь вільності ланок визначається кількістю обмежень, що накладають зв'язки на відносний рух ланок. Функціональна здатність механізму визначається структурою, що дозволяє вихідній ланці переміщуватись певною траєкторією із необхідною швидкістю.

Під *функціональною здатністю механізму* необхідно розуміти можливість оптимальної структури сприймати рухи задання певною кількістю вхідних ланок і перетворювати їх у потрібний рух вихідної ланки із необхідними параметрами для виконання заданої технологічної операції. Оптимальною структурою буде така побудова механізму, коли потрібні рухи вихідної ланки досягаються мінімальною кількістю ланок та кінематичних пар.

Слід зазначити, що можливості механізму визначаються схемою з'єднання проміжних ланок за допомогою кінематичних пар, які трансформують, реверсують або змінюють характер руху. Тому вхідні та вихідні ланки механізмів для виконання плоскопаралельного руху, залежно від конструктивного виконання рухомих з'єднань із основою, можуть виконувати обертовий або поступальний рух, а проміжні ланки в основному виконують плоскопаралельний рух, описуючи різні криві. Цю здатність найчастіше застосовують у технологічних машинах, а проміжні ланки беруть як виконавчі, коли робочому органу необхідно рухатись певною траєкторією.

Схем з'єднання ланок між собою може бути безліч, тому можливості механізмів безмежні. Під час роботи вони додають, віднімають, множать або ділять параметри руху; логарифмують, потенціюють, підносять до ступеня, добувають корені, здійснюють тригонометричні обчислення, диференціюють, інтегрують і т.д. показники руху задання, тобто кут повороту або довжину шляху.

Як бачимо, можливості механізмів різноманітні, тому функціональна здатність механізму є комплексним показником, якого важко оцінити одним параметром.

Одним із найбільш поширених показників функціональної здатності механізму є можливість, під якою розуміють умовний ступінь вільності вихідної ланки або число ведучих ланок, що для плоских механізмів не може перевищувати двох. Слід зазначити, що плоскі механізми із замкненою структурою можуть існувати лише в тому випадку, якщо вихідна ланка утворює із основою однорухому кінематичну пару, тобто має один ступінь вільності. А можливість, тобто умовний ступінь вільності, механізму, яку ми розглянемо нижче, може бути для плоских механізмів і удвічі більше, тобто дорівнювати двом.

При розгляді рухомості механізмів технологічних машин дискретної дії, тобто циклічних, необхідно зазначити таке:

- вільна ланка у просторі має шість ступенів вільності відносно основи, тобто $w_{np} = 6$;

- при плоскому русі вільна ланка має відносно основи три ступені вільності, тобто $w_{nl} = 3$;

- кожна кінематична пара накладає певне число обмежень (зв'язків) на відносний рух ланок.

Уведемо такі позначення для механізмів, що виконують плоско-паралельний рух: n – число рухомих ланок; p_1 – число однорухомих кінематичних пар; p_2 – число дворухомих кінематичних пар; $w_1 = 1$ – ступінь вільності ланки при наявності однорухомої кінематичної пари; $w_2 = 2$ – ступінь вільності ланки при наявності дворухомої кінематичної пари; $u_1 = 2$ – число умов зв'язку, що накладає однорухома кінематична пара на відносний рух ланок; $u_2 = 1$ – число умов зв'язку, що накладає дворухома кінематична пара на відносний рух ланок.

Розглянемо одноланкові механізми (рисунок 1.7, а, б) технологічних машин безперервної дії, єдина ланка яких утворює однорухому кінематичну пару із основою. Для них можливість (умовний ступінь вільності) буде становити:

$$W_{\text{мех}} = w_1 \cdot p_1 = (w_{nl} - u_1) \cdot p_1 = p_1 = n = 1. \quad (1.8)$$

Виконують нарощення одноланкового кінематичного ланцюга ланками за допомогою однорухомих кінематичних пар (рисунок 1.7, в, г). Відповідно будемо мати таку кількість можливостей:

- для дволанкового механізму

$$W_{\text{мех}} = w_1 \cdot p_1 = (w_{nl} - u_1) \cdot p_1 = p_1 = n = 2; \quad (1.9)$$

- для триланкового

$$W_{\text{мех}} = w_1 \cdot p_1 = (w_{nl} - u_1) \cdot p_1 = p_1 = n = 3; \quad (1.10)$$

- для n -ланкового механізму

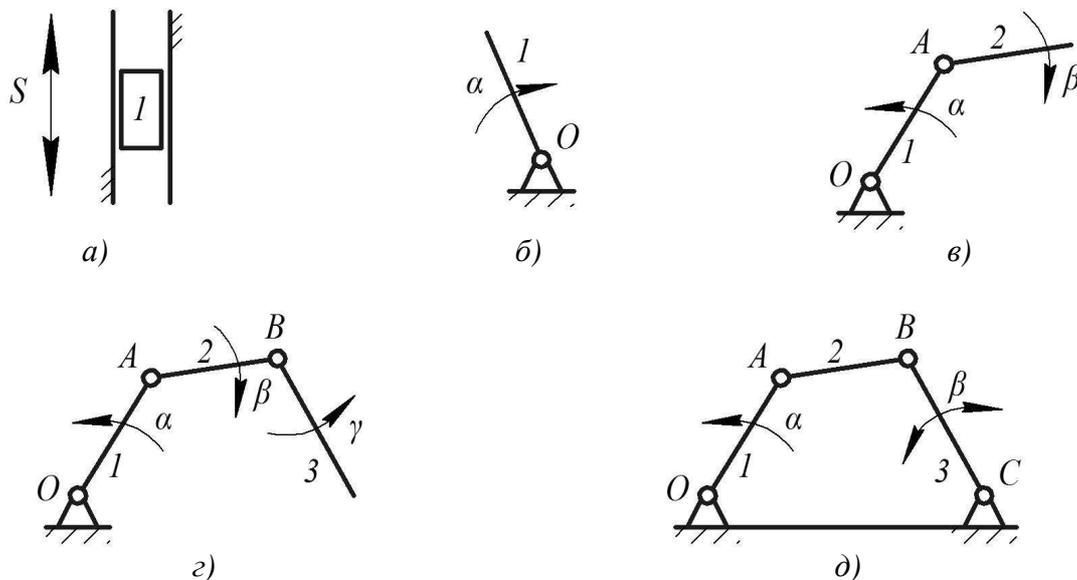


Рисунок 1.7 – Кінематичні схеми важільних механізмів:
 а, б – одноланкові; в – дволанковий; г – триланковий відкритої
 структури; д – триланковий замкненої структури

$$W_{\text{мех}} = w_1 \cdot p_1 = (w_{\text{пл}} - u_1) \cdot p_1 = p_1 = n. \quad (1.11)$$

Таким чином, бачимо, що рухомість вихідної ланки механізму, утвореної послідовним нарощуванням одноланкового кінематичного ланцюга ланками однорухомих кінематичних пар, визначається кількістю однорухомих з'єднань p_1 , що дорівнює числу ланок n .

Замикаючи відкритий кінематичний ланцюг (рисунок 1.7, д) механізму на основу за допомогою однорухомої кінематичної пари, тобто створюючи замкнений кінематичний ланцюг, ми позбавляємо вихідну ланку механізму $u_1 = (\omega_{\text{пл}} - \omega_1) = (\omega_{\text{пл}} - 1)$ ступенів вільності. Отже, формула для визначення можливості плоскопаралельного механізму, утвореного замкненим кінематичним ланцюгом така:

- при наявності однорухомих кінематичних пар

$$W_{\text{мех}} = w_1(p_1 - 1) - u_1 = n - u_1 = n - 2; \quad (1.12)$$

- при наявності однорухомих кінематичних пар та однієї дворухомої кінематичної пари $p_2 = 1$

$$W_{\text{мех}} = w_1(p_1 - 1) + w_2 p_2 - u_1 = (p_1 - 1) + 2 \cdot 1 - 2 = p_1 - 1 = n - 1. \quad (1.13)$$

Можливість механізму можна визначити і такою формулою:

$$W_{\text{мех}} = W_{\text{лан}} - u_{\text{кп}}, \quad (1.14)$$

де $W_{лан} = w_{np} n$ – можливе число ступенів вільності ланок механізму відносно основи;

$u_{кн} = u_1 p_1 + u_2 p_2 + u_3 p_3 + u_4 p_4 + u_5 p_5$ – число умов зв'язку, тобто число ступенів вільності, що віднімають у ланок механізму кінематичні пари:

- однорухома $u_1 = w_{np} - 1$;
- дворухома $u_2 = w_{np} - 2$;
- трирухома $u_3 = w_{np} - 3$;
- чотирирухома $u_4 = w_{np} - 4$;
- п'ятирухома $u_5 = w_{np} - 5$;

а p_i – кількість кінематичних пар i -ої рухомості.

Отже, маємо

- для просторового механізму:

$$W_{мех} = w_{np} n - [u_1 p_1 + u_2 p_2 + u_3 p_3 + u_4 p_4 + u_5 p_5] = w_{np} n - \left[\begin{array}{l} (w_{np} - 1) p_1 + (w_{np} - 2) p_2 + (w_{np} - 3) p_3 + \\ + (w_{np} - 4) p_4 + (w_{np} - 5) p_5 \end{array} \right]; \quad (1.15)$$

- для плоского механізму:

$$W_{мех} = w_{пл} n - [u_1 p_1 + u_2 p_2] = w_{пл} n - [(w_{пл} - 1) p_1 + (w_{пл} - 2) p_2]. \quad (1.16)$$

Підставляючи числові значення в отримані формули, знаходимо можливість просторового механізму

$$W_{мех} = 6n - [5 \cdot p_1 + 4 \cdot p_2 + 3 \cdot p_3 + 2 \cdot p_4 + 1 \cdot p_5] \quad (1.17)$$

і плоского механізму

$$W_{мех} = 3n - [2 \cdot p_1 + 1 \cdot p_2]. \quad (1.18)$$

Формула (1.17) запропонована у 1923 р. А.П. Малишевим та П.О. Сомовим, а формула (1.18) запропонована у 1869 р. П.Л. Чебишевим.

Загальний вигляд запису такий:

$$W_{мех} = wn - \sum_{i=1}^{w-1} (w-i) p_i, \quad (1.19)$$

де i – індекс, що позначає рухомість кінематичної пари;

w – можливе число ступенів вільності ланки відносно основи;

n – число ланок;

p_i – число кінематичних пар i -ої рухомості.

Щоб пояснити різницю між можливістю механізму, що дорівнює числу рухів задання, і ступенем вільності вихідної ланки, розглянемо такий приклад. На рисунку 1.8 наведено кінематичну схему важільного диференціалу, що містить дві вхідні ланки: кривошип 1 і повзун 6; вихідну ланку 4, виконану у вигляді коромисла, і проміжні ланки: повзун 5 і шатуни 2 і 3. Ланки з'єднані між собою і з основою однорухомими кінематичними парами обертової та поступальної дії.

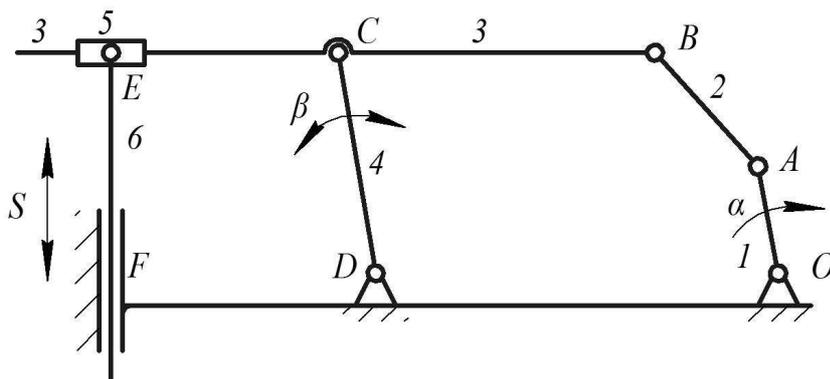


Рисунок 1.8 – Кінематична схема важільного диференціалу

Рухом задання є обертовий рух кривошипу 1 (перша вхідна ланка) і зворотно-поступальний рух повзуна 6 (друга вхідна ланка). Проміжні ланки однорухомих кінематичних пар сумують рухи задання і перетворюють їх у коливальний рух вихідної ланки – коромисла 4.

Під ступенем вільності розуміють можливості ланки обертатися на площині або переміщуватись поступально двома взаємно перпендикулярними напрямками на одній площині. Якщо з цієї точки зору розглядати плоскопаралельний механізм, що зображений на рисунку 1.8, то вихідна ланка 4 має один ступінь вільності.

А можливість механізму, що розрахована за формулами (1.13) або (1.19), має 2 ступені вільності. Дійсно, важільний диференціал може сприймати два рухи задання: кут повороту α кривошипу 1 і шлях поступального переміщення S повзуна 6 і сумувати їх в один коливальний рух коромисла 4, що вимірюється кутом повороту β . Таким чином, можливість механізму дорівнює кількості вхідних ланок, що при плоскопаралельному переміщенні не може перевищувати двох. Тому в подальшому будемо розглядати плоскопаралельні механізми циклічної дії, що мають одну можливість, рідше – дві.

1.6 Передавальна функція

Найбільш повно характеризує кінематичні можливості замкненої структури технологічних механізмів *передавальна функція*. Аргументом передавальної функції є узагальнена координата. **Узагальненими**

координатами називають незалежні параметри, що встановлюють положення вхідних ланок механізму і дають можливість визначити положення усіх інших ланок механізму відносно нерухомої системи координат, що пов'язана із основою у відповідний момент часу. Число узагальнених координат дорівнює числу вхідних ланок, що визначає можливість механізму. Враховуючи те, що здебільшого для механізмів технологічних машин джерелом механічного руху є двигуни, вихідна ланка (вал) здійснює обертовий рух, узагальненою координатою передавальних і виконавчих механізмів зазвичай приймають кут повороту вхідної ланки α .

Передавальною функцією механізму із одним рухом задання називається функціональна залежність координати вихідної ланки механізму (шляху S або кута повороту β) від незалежної змінної, якою є узагальнена координата, тобто від кута повороту вхідної ланки α :

$$\beta = f(\alpha) \quad (1.20)$$

або

$$S = f(\alpha). \quad (1.21)$$

Швидкістю вхідної ланки механізму називається похідна узагальненої координати α за часом t , тобто

$$\omega_1 = d\alpha / dt. \quad (1.22)$$

Швидкістю вихідної ланки механізму називається перша похідна кута повороту β або пройденого шляху S за часом t , тобто

$$\omega_n = d\beta / dt \quad (1.23)$$

або

$$V_n = dS / dt. \quad (1.24)$$

Передавальним відношенням називається частка від ділення кутової швидкості вхідної ланки ω_1 до кутової швидкості ω_n або лінійної швидкості V_n вихідної ланки, тобто

$$i = \omega_1 / \omega_n \quad (1.25)$$

або

$$i = \omega_1 / V_n. \quad (1.26)$$

Механічні передачі характеризуються відносно постійним передавальним відношенням, а ось важільні та кулачкові механізми мають змінне передавальне

відношення. Здебільшого такі механізми будують на основі механічних передач, а виконавчі механізми – на основі механізмів різних класів.

Для замкненої структури механізмів, що мають дві вхідні ланки, тобто дві узагальнені координати α_1 та α_2 , передавальна функція має такий вигляд:

$$\beta = f(\alpha_1, \alpha_2) \quad (1.27)$$

або

$$S = f(\alpha_1, \alpha_2). \quad (1.28)$$

Якщо використовують яку-небудь проміжну ланку як виконавчу, передавальну функцію зручніше записувати у вигляді параметричних рівнянь

$$x = f_1(\alpha) \quad (1.29)$$

або

$$y = f_2(\alpha), \quad (1.30)$$

де x , y – координати виконавчої ланки на площині у прямокутній системі координат.

Передавальна функція є основою характеристики будь-якого механізму. Вона дає можливість оцінити здатність механізму виконувати певні перетворення руху задання при рівномірному обертанні вхідної ланки.

1.7 Утворення механізмів

Проектування механічних пристроїв технологічних машин зазвичай відбувається у такій послідовності:

- розробка виконавчого механізму;
- попереднє встановлення потужності та вибір двигуна;
- розробка передавального механізму;
- уточнення коефіцієнта корисної дії машини;
- остаточне визначення ефективної потужності та вибір двигуна.

Як бачимо, під час проектування технологічної машини у першу чергу розробляють виконавчий механізм на базі відомих або оригінальних технічних рішень. Слід зазначити, що конструкція технологічної машини визначається структурою виконавчого механізму. Тому природним є прагнення розробити найбільш досконалу, тобто оптимальну, конструкцію виконавчого механізму. Лише вона створює конкурентоздатну технологічну машину, що відповідає ринковим вимогам, дає найбільший економічний ефект і володіє найбільш високими техніко-економічними та експлуатаційними показниками. Тому утворення механізмів будемо розглядати із точки зору оптимальної структури виконавчого механізму.

Оптимальною структурою механізму є така схема з'єднання ланок, яка при мінімальній кількості кінематичних пар дає можливість виконавчій ланці із

необхідною точністю відтворювати потрібну траєкторію переміщення робочого органу. Тому оволодіння методикою утворення механізмів може із найменшими витратами часу та сил створювати нові технічні рішення інженерних задач.

Утворення виконавчого механізму починають із ретельного аналізу вихідних даних, якими є:

- траєкторія переміщення робочого органу;
- допустимі відхилення від потрібної траєкторії;
- графік навантаження виконавчої ланки;
- оптимальні технологічні режими;
- діапазон зміни робочих швидкостей;
- допустимі швидкості холостих ходів;
- співвідношення інтервалів робочих і холостих ходів;
- умови експлуатації;
- обмежувальні умови;
- технічні вимоги.

Як зазначено раніше (див. рисунки 1.6, 1.7), найбільш простими є структурні схеми механізмів, що складаються із однієї ланки, яка утворює із основою однорухомі кінематичні пари (обертові або поступальні). Однак такі структури у більшості випадків є неприпустимими для технологічних машин дискретної дії при обертовому русі задання вхідної ланки.

Враховуючи вище сказане, розглянемо структурний синтез, тобто утворення нових схем механізмів без визначення розмірів ланок, які реалізують необхідну траєкторію переміщення робочого органу. При цьому будемо спиратись на теорію структурного синтезу важільних механізмів, створену професором Л.В. Ассуром (1914-1918 рр.) та розвинену професором А.П. Малишевим (1933 р.).

Більш складні механізми можуть бути утворені приєднанням до одноланкових механізмів додаткових кінематичних ланцюгів. Очевидно, щоб отримати новий механізм із можливістю мати один ступінь вільності, до одноланкового механізму необхідно приєднати кінематичні ланцюги, рухомість яких відносно основи буде нульовою. Нульова рухомість кінематичного ланцюга досягається лише після приєднання її до основи за допомогою кінематичних пар. У цьому випадку число ступенів вільності ланок $W_{лан}$ відносно основи повинно бути рівним числу умов зв'язку, що накладають кінематичні пари на відносний рух ланок між собою і з основою $u_{кп}$, тобто, коли

$$W_{лан} = u_{кп} \cdot \quad (1.31)$$

Для плоских механізмів маємо

$$W_{лан} = w_{пл} \cdot n, \quad (1.32)$$

$$u_{кп} = u_1 p_1 + u_2 p_2, \quad (1.33)$$

де $w_{nl} = 3$ – число ступенів вільності вільної ланки на площині;

n – число ланок кінематичного ланцюга;

p_1 – число однорухомих кінематичних пар;

p_2 – число дворухомих кінематичних пар;

$u_1 = 2$ – число умов зв'язку, що накладає однорухома кінематична пара на відносний рух ланок;

$u_2 = 1$ – число умов зв'язку, що накладає дворухома кінематична пара на відносний рух ланок.

Дослідимо тотожність (1.31) для отримання замкненої структури, що перебуває у нульовій рухомості відносно основи.

Одна ланка ($n = 1$) при плоскопаралельному рухові має відносно основи три ступені вільності, тобто $w_{лан} = 3$. Зіставляючи рухомість ланки $w_{лан}$ із числом накладених умов зв'язку $u_{кп}$ відповідно до (1.33), отримуємо: одна ланка утворює замкнену структуру із нульовою рухомістю відносно основи при наявності однієї однорухомої кінематичної пари $p_1 = 1$, що має число умов зв'язку $u_1 = 2$, і однією дворухомою кінематичною парою $p_2 = 1$, яка має число умов зв'язку $u_2 = 1$.

Таким чином, $u_{кп} = 2 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 3$.

На рисунку 1.9, *а, б* показано замкнені структури із однією ланкою, що має нульову рухомість відносно основи.

При кількості ланок у кінематичному ланцюгові $n = 2$, що утворюють однорухомі з'єднання поміж собою і з основою, відповідно маємо: $W_{лан} = 3 \cdot 2 = 6$, $p_1 = 3$, $u_1 = 2$; $u_{кп} = 2 \cdot 3 = 6$.

На рисунку 1.9, *в* представлена замкнена структура кінематичного ланцюга із двома ланками. Така структура при наявності однорухомих шарнірних з'єднань утворює із основою ферму, що перебуває відносно основи у нульовій рухомості.

Замкнені структури механізмів із функціональною можливістю, що дорівнює одному ступеню вільності, можливо отримати із простіших структурних груп Ассура із однією або двома ланками.

Двоповодкові групи Ассура, окрім шарнірних з'єднань, мають іще чотири модифікації. Це зображено на рисунку 1.10.

Для кінематичного ланцюга із числом ланок $n = 3$, що утворюють однорухомі з'єднання поміж собою, а вхідні та вихідні ланки із основою, маємо: $W_{лан} = 3 \cdot 3 = 9$, $p_1 = 4$, $u_1 = 2$; $u_{кп} = 2 \cdot 4 = 8$.

Отже, така структурна група не має нульової рухомості відносно основи, так як $W_{лан} \neq u_{кп}$ і може бути використана для побудови дворухомих механізмів.

На рисунку 1.11 наведено замкнені структури деяких механізмів із функціональною можливістю, що дорівнює одному ступеню вільності, які утворені приєднанням до одноланкового механізму структурних груп, показаних на рисунку 1.9, *а, б*.

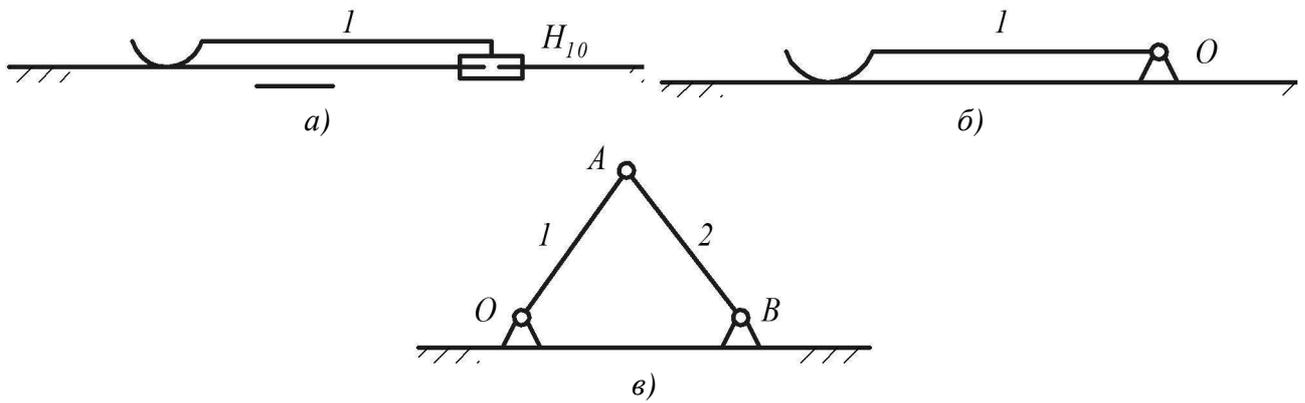


Рисунок 1.9 – Простіші структурні групи Ассура: а, б – одноланкові; в – дволанкові

У першому випадку (рисунок 1.11, а) – це зубчаста передача, вхідною ланкою якої є шестірня 1. Вона отримує обертовий рух через вал I від джерела механічного руху, наприклад, електродвигуна. Шестірня утворює дворухоме з'єднання із вихідною (веденою) ланкою – зубчастим колесом 2, яке утворює обертову кінематичну пару з основою через вал II.

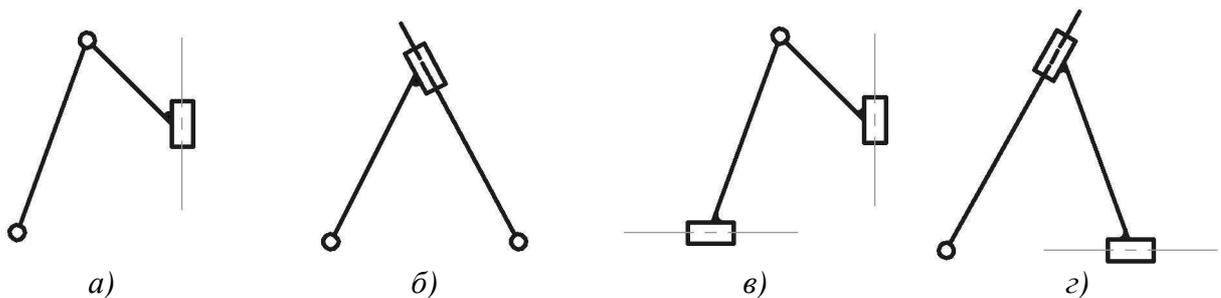


Рисунок 1.10 – Можливі варіанти двоповодкових структурних груп

Структурна формула зубчастої передачі $\uparrow IIOP2II$ означає: обертова кінематична пара, утворена із основою за допомогою валу I, на якому закріплена вхідна ланка-шестірня 1; шестірня 1 через дворухоме з'єднання ОП пов'язана із веденою ланкою-колесом 2, яке закріплено на валу II, утворюючи обертову пару із основою.

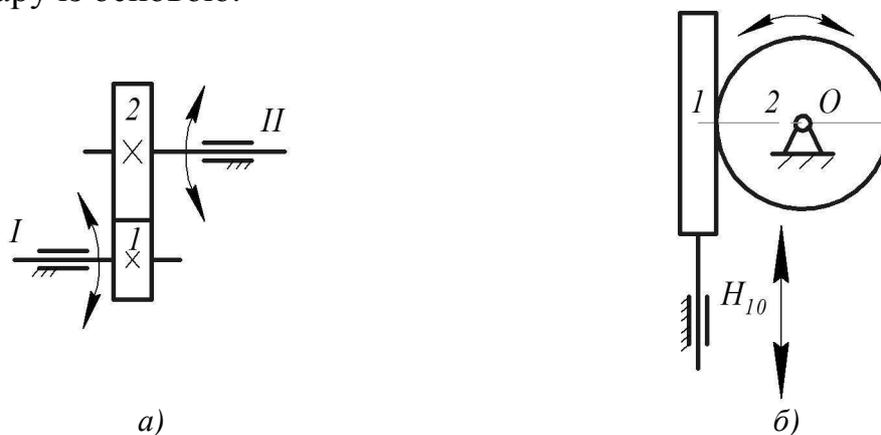


Рисунок 1.11 – Замкнені структури деяких механізмів:
а – зубчаста; б – рейково-зубчаста передача

У другому випадку (рисунок 1.11, б) – це рейково-зубчаста передача, вхідною ланкою якої є рейка 1. Вона отримує зворотно-поступальне переміщення від джерела механічного руху, наприклад, пневмоциліндра. Рейка 1 утворює дворухому кінематичну пару $ПО$ із зубчастим колесом – веденою ланкою 2, що утворює обертову кінематичну пару O із основою. Колесо може здійснювати реверсний обертовий рух залежно від напрямку ходу пневмоциліндра.

Структурна формула рейково-зубчастої передачі $\uparrow H_{10}1PO2O$ значить: поступальна пара H_{10} , утворена рейкою 1 з основою: рейка через дворухоме з'єднання $ПО$ зв'язана із зубчастим колесом 2, що утворює обертову кінематичну пару O із основою.

На рисунку 1.12 наведено замкнені структури деяких механізмів із функціональною можливістю, що дорівнює одному ступеню вільності, які утворені приєднанням до одноланкового механізму (виконаний у вигляді кривошипу). Він виконує обертовий рух відносно основи, структурних груп, показаних на рисунку 1.10, а, б.

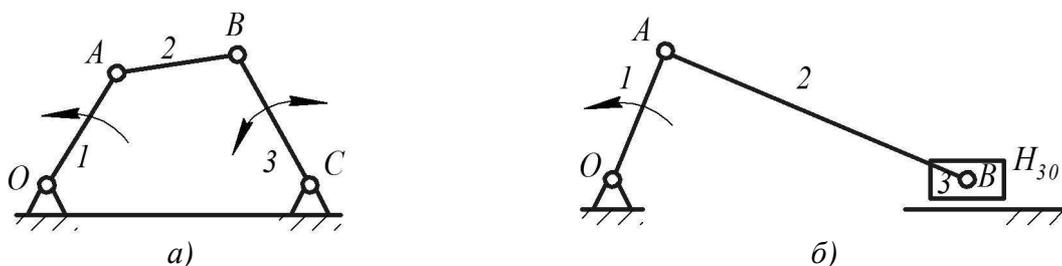


Рисунок 1.12 – Замкнені структури деяких механізмів:
а – кривошипно-коромислового; б – кривошипно-повзунного

Кривошипно-коромисловий механізм складається з кривошипу 1, що утворює обертову кінематичну пару O із основою. Кривошип отримує обертовий рух задання від джерела механічного руху, наприклад, електродвигуна. Він сполучений через обертову пару A із шатуном 2, що, у свою чергу, з'єднаний через обертову пару B із коромислом 3, утворюючи обертову пару C із основою. У такому механізмі однобічний обертовий рух кривошипу 1 перетворюється у коливальний рух коромисла 3. Структурна формула кривошипно-коромислового механізму така: $\uparrow O1A2B3C$. Тут кінематичні пари позначені латинськими літерами, а ланки – арабськими цифрами. Стрілкою позначено рух задання ланки, яка веде.

Кривошипно-повзунний механізм складається з кривошипу 1, що утворює обертову кінематичну пару O із основою. Кривошип отримує обертовий рух задання від джерела механічного руху, наприклад, електродвигуна. Він з'єднаний через обертову пару із шатуном 2. Шатун спряжений через обертову пару B із повзуном, який утворює поступальну пару H_{30} із основою. За допомогою такого механізму однобічний обертовий рух кривошипа 1

перетворюється у зворотно-поступальне переміщення повзуна 3 відносно основи.

Структурна формула механізму така: $\uparrow O1A2B3H_{30}$. Тут латинськими літерами позначені обертові пари, арабськими цифрами – ланки, а поступальна кінематична пара літерою H .

На рисунку 1.13 наведено двокривошипно-шатунний механізм із функціональною можливістю, що дорівнює двом ступеням вільності. Він утворений приєднанням до одноланкового кривошипного механізму структурної групи – кінематичного ланцюга, складеного із трьох ланок. Останні з'єднані між собою однорухомими шарнірними з'єднаннями.

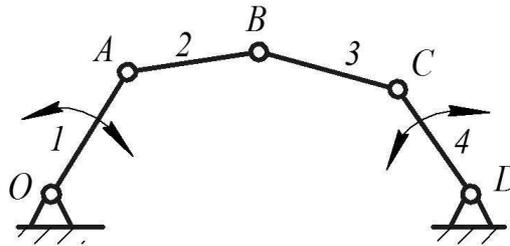


Рисунок 1.13 – Двокривошипно-шатунний механізм

Механізм складається із кривошипу 1, що утворює із основою обертову пару O . До нього через обертову пару A приєднано шатун 2, який також через обертову пару B спряжений із іншим шатуном 3. Шатун, у свою чергу, з'єднаний через обертову пару C із кривошипом 4, який утворює обертову пару D з основою. Функціональна здатність механізму відповідно до (1.13) дорівнює

$$W_{\text{мех}} = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 5 = 2.$$

Механізм має дві вхідних привідних ланки 1 і 4, які можуть отримувати обертовий рух від джерел механічного руху, наприклад, електродвигунів. Через шатуни 2 і 3 обертовий рух кривошипів підсумовується у потрібний плоско-паралельний рух виконавчої ланки, якою може бути один із шатунів.

Структурна формула механізму така: $\uparrow O1A2B3C4D\uparrow$. Тут стрілками показано рухи задання вхідних ланок 1 і 4.

Викладені правила утворення механізмів є нормативними не лише для важільних, а й для всіх механічних пристроїв. Вони є практичним засобом для ефективного розв'язку складних конструкторських задач і дозволяють уникнути можливих помилок під час проектування.

1.8 Циклограми механізмів

Виконавчі механізми технологічних машин дискретної дії виконують необхідні рухи для здійснення технологічної операції у певній послідовності переходів, періодично повторюючи початковий стан. Так забезпечується

циклічність роботи механізмів, а технологічна операція здійснюється періодично протягом певного проміжку часу – *циклу*.

Повний цикл роботи машини складається із суми періодів (інтервалів часу) робочого і холостого ходів і вистою кожного механізму.

Інтервал циклу, на якому відбувається безпосереднє виконання виконавчою ланкою виконавчого механізму технологічної операції, називають **фазою робочого ходу**. Інтервал циклу, на якому ланки механізму переміщуються без виконання корисної роботи, називають **фазою холостого ходу**. Інтервал циклу, протягом якого виконавча ланка не здійснює руху, називають **вистоєм**.

Наочно циклічність роботи виконавчих механізмів дискретної дії представлено на прикладі плоского кулачкового механізму (рисунок 1.14), вхідною ланкою якого є кулачок 1, а вихідною – штовхач 2. Ланки змонтовані на основі 3. Кулачок утворює з основою однорухому обертову пару, а штовхач – однорухому поступальну пару. Силове замикання ланок забезпечує пружина 4. Кулачок і штовхач утворюють між собою дворухому кінематичну пару.

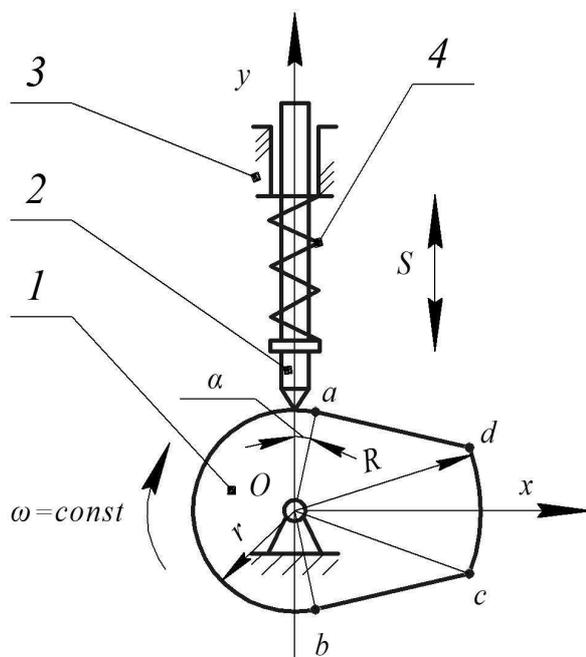


Рисунок 1.14 – Плоский кулачковий механізм:
1 – кулачок; 2 – штовхач; 3 – основа; 4 – пружина

При рівномірному обертанні кулачка за годинниковою стрілкою навколо осі O штовхач переміщується вгору-вниз залежно від кута повороту α , тобто узагальненої координати. Будемо відраховувати кут α від вертикальної осі ординат Oy , як показано на рисунку 1.14. Початкове положення механізму таке: точка «а» кулачка знаходиться на позитивному боці осі Oy і кут $\alpha = 0^\circ$.

Повертаючись рівномірно за годинниковою стрілкою із початкового положення «а» в положення «b», кулачок не переміщує штовхач вгору або вниз, так як радіус кулачка r на цьому секторі не змінюється. Таким чином, при повороті кулачка від «а» до «b» штовхач стоїть – не виконує рух. Спостерігається фаза вистою.

Далі при повороті кулачка від точки «b» до точки «c» штовхач переміщується вгору на хід, що дорівнює різниці променів Oc і Ob , тобто на величину $R - r$, і виконує робочий хід. При досягненні штовхачем точки «c» і повороті кулачка від «c» до «d» радіус кулачка R не змінюється і штовхач не рухається. Спостерігається фаза вистою.

При повороті кулачка від точки «d» до точки «a» штовхач опускається вниз на величину різниці $R - r$, виконуючи холостий хід, і механізм приходить у початкове положення.

Рівномірне обертання кулачка із кутової швидкістю ω перетворюється у нерівномірне переміщення $S = f(\alpha)$ штовхача: спочатку вгору (робочий хід), а потім вниз (холостий хід). При цьому спостерігається дві фази вистою, коли штовхач переміщується поверхнею кулачка радіусом r і поверхнею радіусом R . Перша фаза вистою називається *нижньою*, а друга – *верхньою*.

На рисунку 1.15 представлено графік переміщення S штовхача 2 залежно від кута повороту α кулачка 1, а на рисунку 1.16 – циклограма роботи плоского кулачкового механізму. Повний цикл відповідає повороту кулачка на 360° , протягом якого штовхач виконує робочий хід, а потім і холостий, що чергуються із фазами вистою штовхача.

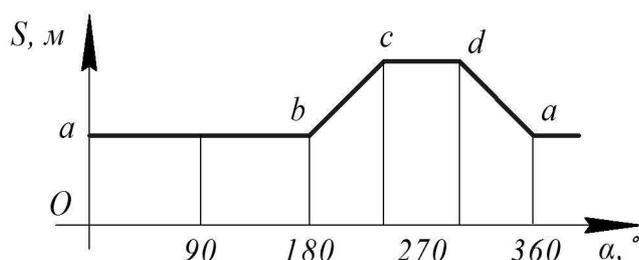


Рисунок 1.15 – Графічна залежність $S = f(\alpha)$ переміщення S штовхача від кута повороту кулачка на кут α за годинниковою стрілкою

1.9 Створення нових машин

Технологічні машини є основою сучасного автоматизованого виробництва. Їх створення зазвичай відбувається у такій послідовності: проведення наукових досліджень; виникнення технічної ідеї; обґрунтування необхідності створення; аналіз можливості виконання; розробка технологічного процесу; складання технічного завдання; проектування; виготовлення дослідного зразка; проведення досліджень; освоєння серійного виробництва. Перераховані етапи тільки незначно висвітлюють тернистий і трудомісткий процес створення нової машини [6, 25].

Наукові дослідження поділяються на *фундаментальні* і *прикладні*. Фундаментальні дослідження – це процес вивчення нових, невідомих раніше, природних явищ. Вони не завжди можуть бути об’єктивно оцінені сучасниками, оскільки загальний рівень інтелектуального розвитку суспільства не дозволяє зробити цього. Прикладні дослідження спрямовані на пошук практичних можливостей для реалізації фундаментальних досліджень. У нашому випадку вони завершуються розробкою технологічного процесу й

аргументованою пропозицією щодо створення нової машини, тобто технічною ідеєю.

Ланки механізму	Узагальнена координата, $\alpha, ^\circ$									
		0	45	90	135	180	225	270	315	360
Кулачок	Рух ланки механізму									
Штовхач	Рух ланки механізму	нижній вистій								
		роб. хід вгору								
		верхній вистій								
		хол. хід униз								

Рисунок 1.16 – Циклограма роботи кулачкового механізму

Кожна технічна ідея потребує скрупульозного техніко-економічного обґрунтування необхідності створення нової машини і всебічного аналізу можливості виготовлення цими засобами виробництва і кадрами машинобудівного профілю.

Проектування технологічної машини починають після опрацювання (частіше замовником) технічного завдання на розробку та постановку на виробництво виробу, в якому наводять початкові дані для проектування механізмів, а саме:

- графік навантаження виконавчої ланки;
- траєкторію і закон пересування робочого органу;
- обмежувальні умови;
- критерії оцінки технічного рівня;

- екологічні, ергономічні, економічні, безпекові та інші потрібні вимоги.

Розпочинаючи проектування нової машини, конструктори вторгаються у невідоме раніше середовище нових технічних завдань, розв'язання яких залежить не лише від творчого потенціалу розробників нової техніки, а й від того наскільки глибоко і повно вони володіють сучасними методами аналізу і синтезу механізмів. Знаходження оптимального технічного рішення поставленої задачі є послідовним процесом пошуку оптимуму, коли після побудови, тобто синтезу, декількох варіантів нової машини здійснюють кінематичний і динамічний аналізи механізмів машини і потім вибирають найбільш ефективний та економічний варіант, вносять у нього відповідні корективи та беруть за основу для конструювання. При незадовільних результатах аналізів відкидають усі запропоновані варіанти і пошук технічного рішення починають спочатку. Тому на етапі проектування досить гостро стоїть питання правильного оцінювання результатів виконаних робіт і, у першу чергу, оцінки ефективності та економічності прийнятих технічних рішень.

До викладеного слід додати, що матеріальні витрати на проведення кожного наступного етапу створення нової машини збільшуються у порівнянні із попереднім етапом у рази. Тому кожна стадія проектування завершується техніко-економічним оцінюванням результатів виконаних робіт.

Етап проектування є основним, хоча і не завершальним для долі нової машини, тому його виконують висококваліфіковані конструктори відповідного машинобудівного профілю.

Проектування нової технологічної машини починають із розробки декількох варіантів виконавчого механізму на базі графіка навантаження і закону переміщення виконавчої ланки відповідно до заданого технологічного процесу. Ця робота супроводжується побудовою структурних та функціональних схем машини, що поступово та послідовно після визначення і коригування оптимального варіанта, виконання кінематичних і динамічних аналізів, а, якщо і необхідно, то і натурних випробувань, розрахунку потужності і вибору двигуна, перетворюється у принципову кінематичну схему машини.

Методично план проектування механізмів можна показати у вигляді таких взаємопов'язаних кроків:

- розробка структурної схеми;
- метричний синтез;
- кінематичний аналіз;
- динамічний аналіз;
- розрахунки на міцність;
- визначення характеру руху під дією прикладених сил;
- встановлення способів забезпечення заданого режиму руху;
- розрахунок потужності та вибір двигуна.

При метричному синтезі виконують попереднє визначення основних розмірів ланок механізму, що розроблюється, за заданою функцією $S = f(t)$ або $\beta = f(t)$, що визначає закон переміщення виконавчої ланки при заданих обмеженнях та обраних критеріях оцінки технічного рівня.

Кінематичний аналіз механізму має зворотний порядок, коли знаходять кінематичні параметри функцій $S = f(t)$ або $\beta = f(t)$, що характеризують рух виконавчої ланки при відомих метричних параметрах механізму і заданому русі вхідної ланки.

У результаті динамічного аналізу визначають силове навантаження ланок і кінематичних пар, що є початковими даними для визначення потужності і вибору двигуна, розрахунків на міцність складових ланок, визначення характеру руху механізму під дією прикладених сил та встановлення способів забезпечення заданого режиму руху.

1.10 Цільова функція

Задачі синтезу механізмів вирішують за обмеженим числом умов. Подальший кінематичний та динамічний аналізи доповнюють якісну картину прийнятого технічного рішення та допомагають у пошуку оптимальної структури.

Систему рівнянь, що визначають функціональний взаємозв'язок метричних, кінематичних і динамічних параметрів механізму, називають *математичним описом*. Він зазвичай має аналітичну форму і доповнюється графічними зображеннями.

Математичною моделлю технологічної машини називають аналітичний вираз, записаний мовою математичних символів, що відображає із необхідною точністю поведінку механізмів машини в реальних умовах технологічного процесу. Моделювання засновано за принципом аналогії між явищами різної фізичної природи, що можуть бути описані однаковими математичними рівняннями. Математичні моделі дають можливість дослідити фізичні явища на основі ідентичності форми аналітичних виразів та однозначності співвідношень між змінними у рівняннях оригіналу та моделі. Синтез механізмів машини методами математичного моделювання звільняє розробників від частини натурних випробувань створюваної конструкції машини.

Формулюючи вимоги, що висувуються технологічним процесом до розроблюваного механізму, визначають технічні параметри, за допомогою яких можна найбільш повно характеризувати майбутній пристрій. Для механізмів виділяють такі групи параметрів:

- геометричні показники (габарити, траєкторія переміщення робочого органу і допустимі відхилення від неї);
- вагові показники (маса, навантаження на фундамент, тиск на ґрунт);
- кінематичні показники – характеризують закон переміщення робочого органу за необхідною траєкторією;
- динамічні показники – характеризують переміщення робочого органу під дією прикладених сил;
- показники міцності – визначають вибір конструкційних матеріалів;
- показники надійності (безвідмовність, довговічність, збереженість, ремонтпридатність);

- екологічні показники – визначають вплив на навколишнє середовище;
- ефективність роботи (коефіцієнт корисної дії, коефіцієнт втрат, співвідношення між інтервалами робочих та холостих ходів);
- економічні показники (вартість, термін окупності капітальних витрат);
- конкурентоспроможність (технічний рівень, кількість запатентованих технічних рішень, патентна чистота).

Таким чином, бачимо, що синтез механізмів є складним багатоваріантним технічним питанням, для якого досить важко обрати й сформулювати єдиний комплексний показник, котрий би всебічно характеризував проектовану конструкцію. Тому виділяють декілька основних параметрів для характеристики технічного рівня проектованого механізму, і називають їх *критеріями оптимізації*.

Аналітичний вираз, що встановлює функціональну залежність критерію оптимізації від технічних, економічних, екологічних та інших параметрів технологічної машини, називається *цільовою функцією*. Усі параметри можна виразити через деяке число незалежних змінних показників, з якими пов'язана і цільова функція. Таким чином, цільова функція являє собою функціональну залежність критерію оптимізації K_p від параметрів, що оптимізуються, тобто

$$K_p = f(P_z, P_v, P_{kn}, P_d, P_m, P_n, P_{ekl}, P_{ef}, P_{ekn}, P_{kнк}), \quad (1.34)$$

де $P_z, P_v, P_{kn}, P_d, P_m, P_n, P_{ekl}, P_{ef}, P_{ekn}, P_{kнк}$ – відповідно показники геометричні, вагові, кінематичні, динамічні, міцності, надійності, екологічності, ефективності, економічності, конкурентоспроможності.

Питання для самоконтролю

- 1 Охарактеризуйте основні види ланок механізмів.
- 2 Назвіть можливі сполучення незалежних рухів у кінематичних парах?
- 3 Назвіть функції передавальних та виконавчих механізмів.
- 4 З чого складається кінематична схема механізму головного руху поперечно-стругального верстата?
- 5 У чому полягає функціональна здатність важільних механізмів? Вкажіть особливості її визначення.
- 6 Що називають передавальною функцією механізму?
- 7 У якій послідовності відбувається проектування механічних пристроїв?
- 8 Назвіть особливості побудови циклограми роботи плоского кулачкового механізму.
- 9 Назвіть етапи проектування нової машини.
- 10 Дайте визначення цільової функції.

2.1 Структура механізмів

Структура механізмів – це схема з'єднання ланок за допомогою кінематичних пар, що дозволяє виконавчій ланці виконувати потрібні переміщення робочого органу при певному русі ведучої ланки.

Існує безліч конструкцій механічних пристроїв різного призначення. Вони створені наполегливою працею вчених, конструкторів, механіків у результаті багатовікових пошуків.

Структуру нових виконавчих та передавальних механізмів розробляють, спираючись на відомі технічні рішення. Враховуючи їх велике значення для розв'язку нових технічних задач, розглянемо структуру окремих типових механізмів відповідно до класифікації, що запропонована І.І. Артоболевським: важільні; кулачкові; фрикційні; зубчасті; гвинтові; гнучкі; комбіновані [1, 2, 10, 12-15].

2.1.1 Важільні механізми

Важільні механізми складені із ланок-важелів, які утворюють між собою і з основою рухомі з'єднання, що є нижчими кінематичними парами – обертовими та поступальними. Вони широко застосовуються у різних галузях машинобудування. Важільні механізми мають певні переваги над кулачковими і зубчастими механізмами: простота виготовлення, висока міцність і добра зносостійкість. Це дозволяє застосовувати їх для передачі значних зусиль у пресах, кувальних молотах, компресорах і т.д.

Більшість важільних механізмів має один ступінь вільності, що вимагає одного джерела механічного руху для вхідної (ведучої) ланки. Широкого поширення у всіх галузях техніки отримали кривошипно-повзунні, кривошипно-коромислові, кривошипно-кулісні механізми, які й будемо розглядати.

2.1.1.1 Кривошипно-повзунний механізм

Кривошипно-повзунний механізм призначений для перетворення рівномірного обертового руху кривошипу у нерівномірне прямолінійне зворотно-поступальне переміщення повзуна. Він може бути використаний для перетворення зворотно-поступального переміщення повзуна в обертовий рух кривошипу. Враховуючи те, що зворотний механізм має переважне застосування в машинах-двигунах, розглянемо перший варіант, що використовується зазвичай у технологічних машинах.

На рисунку 2.1 представлена кінематична схема осьового кривошипно-повзунного механізму, тобто такого механізму, у якому траєкторія переміщення повзуна проходить крізь центр обертання кривошипа. Він складається з кривошипа 1, шатуна 2 і повзуна 3, що змонтовані на основі 4 за допомогою

рухомих з'єднань. Кривошип 1 утворює з основою 4 однорухому обертову пару-шарнір O , а повзун 3 – однорухому поступальну пару H_{34} . Шатун 2 з'єднує ланку, що веде, із веденою ланкою однорухомими обертовими парами-шарнірами A і B . Як бачимо, кривошипно-повзунний механізм має мінімально можливе число ланок для замкненого кінематичного ланцюга, тобто три, і має функціональну можливість, що дорівнює одному ступеню вільності.

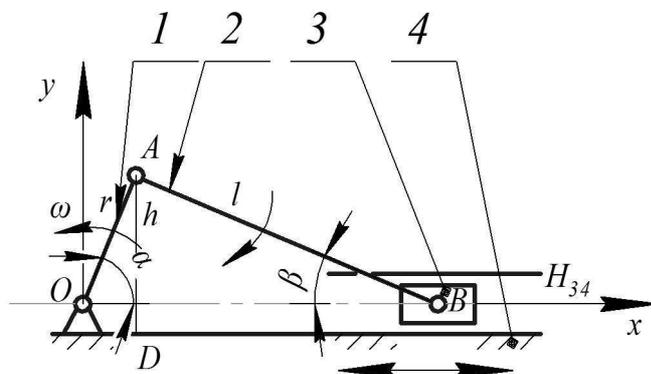


Рисунок 2.1 – Кривошипно-повзунний механізм:
 1 – кривошип; 2 – шатун; 3 – повзун; 4 – основа

Кривошип і шатун зазвичай виконують у вигляді стрижнів різного поперечного перерізу, а повзун – у вигляді поршня, що розташований у циліндрі, який прикріплений до основи. Поступальне переміщення поршня шатуном відбувається через палець, за допомогою якого утворюється обертова пара.

Приймаючи довжину кривошипа рівною r , а довжину шатуна l кратною r , отримаємо

$$l = \lambda \cdot r, \quad (2.1)$$

де λ – коефіцієнт, величина якого, як правило, знаходиться у межах від 3 до 5.

Чим менше λ , тим менші габаритні розміри і маса механізму. Однак зі зменшенням λ збільшується кут нахилу шатуна β до траєкторії переміщення повзуна, що призводить до збільшення тиску поршня на стінки циліндра, а відповідно, і до збільшення зносу спряжених деталей.

Працює кривошипно-повзунний механізм так. Двигун, який на схемі не показано, рівномірно обертає кривошип 1 навколо шарніра O . Шарнір A , за допомогою якого кривошип приєднано до шатуна 2 , описує кругову траєкторію. Шатун при цьому здійснює плоскопаралельний рух і через палець у шарнірі B поступально переміщує поршень 3 в циліндрі, тобто відносно основи 4 .

Узагальненою координатою кривошипно-повзунного механізму є кут повороту кривошипа α . Визначимо передавальну функцію кривошипно-повзунного механізму. Поточний кут повороту α кривошипа, що обертається із постійною кутовою швидкістю ω проти годинникової стрілки, у відрахований

від початкового положення вздовж прямої Ox буде дорівнювати (за проміжок часу t)

$$\alpha = \omega \cdot t. \quad (2.2)$$

Опустимо перпендикуляр з точки A на абсцису Ox прямокутної системи координат Oxy . Тоді

$$h = AD = r \sin \alpha = r \sin \omega t. \quad (2.3)$$

Поточна абсциса точки B , що належить повзуну, буде дорівнювати

$$\begin{aligned} x &= OD + DB = OD + \sqrt{AB^2 - AD^2} = r \cos \alpha + \sqrt{l^2 - h^2} = \\ &= r \cos(\omega t) + \sqrt{(\lambda r)^2 - (r \sin(\omega t))^2} = r \cos(\omega t) + r \sqrt{\lambda^2 - \sin^2(\omega t)} = \\ &= r \left(\cos(\omega t) + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2(\omega t)} \right). \end{aligned}$$

Таким чином, маємо таку передавальну функцію механізму:

$$x = r \left(\cos(\omega t) + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2(\omega t)} \right). \quad (2.4)$$

Кривошипно-повзунний механізм є механізмом головного руху парової машини, поршневого насоса, поршневого компресора, багатьох приладів і т.д.

2.1.1.2 Кривошипно-коромисловий механізм

Кінематичну схему *кривошипно-коромислового механізму* показано на рисунку 2.2. Механізм складається із кривошипа 1, шатуна 2 і коромисла 3, що з'єднані між собою кульками A і B , а кривошип і коромисло утворюють відповідно однорухомі обертові пари O і C із основою 4. Розміри ланок r , l , b та відстань $OC = a$ вказано на рисунку.

При обертанні кривошипа 1 за допомогою джерела механічного руху, наприклад, електродвигуна, коромисло 3 гойдається навколо шарніра C . Шатун 2 при цьому здійснює плоскопаралельний рух.

Визначимо передавальну функцію кривошипно-коромислового механізму. За узагальнену координату візьмемо кут повороту кривошипа α . Опустимо з точки A на лінію OC перпендикуляр AD . Знаходимо, що

$$\operatorname{tg} \beta' = \frac{AD}{CD} = \frac{r \cdot \sin \alpha}{a - r \cdot \cos \alpha}. \quad (2.5)$$

$$AC^2 = (r \cdot \sin \alpha)^2 + (a - r \cdot \cos \alpha)^2 = (r \cdot \sin \alpha)^2 + a^2 - 2 \cdot a \cdot r \cdot \cos \alpha + (r \cdot \cos \alpha)^2 = r^2 + a^2 - 2 \cdot a \cdot r \cdot \cos \alpha.$$

З трикутника ABC маємо, що

$$l^2 = b^2 + AC^2 - 2 \cdot AC \cdot b \cdot \cos \beta'',$$

звідси

$$\cos \beta'' = \frac{b^2 + AC^2 - l^2}{2 \cdot AC \cdot b}.$$

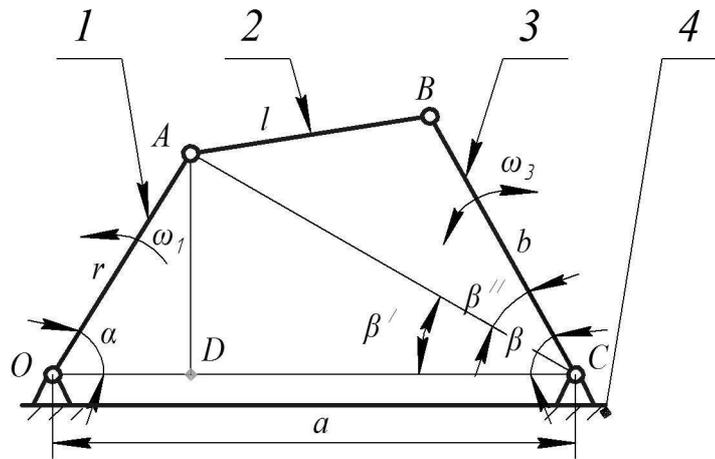


Рисунок 2.2 – Кривошипно-коромисловий механізм:
1 – кривошип; 2 – шатун; 3 – коромисло; 4 – основа

Підставляючи в отриманий вираз значення AC , отримаємо

$$\cos \beta'' = \frac{b^2 - l^2 + r^2 + a^2 - 2 \cdot a \cdot r \cdot \cos \alpha}{2 \cdot b \sqrt{r^2 + a^2 - 2 \cdot a \cdot r \cdot \cos \alpha}}. \quad (2.6)$$

Шуканий кут повороту коромисла $\beta = \beta' + \beta''$ із урахуванням виразів (2.5) і (2.6) буде дорівнювати

$$\beta = \arctg \frac{r \cdot \sin \alpha}{a - r \cdot \cos \alpha} + \arccos \left(\frac{b^2 - l^2 + r^2 + a^2 - 2 \cdot a \cdot r \cdot \cos \alpha}{2 \cdot b \sqrt{r^2 + a^2 - 2 \cdot a \cdot r \cdot \cos \alpha}} \right). \quad (2.7)$$

Отримане рівняння (2.7) дозволяє знаходити кут гойдання коромисла β за кутом повороту кривошипа α при відомих розмірах ланок, тобто є передавальною функцією механізму.

Кривошипно-коромислові механізми працюють як самостійні виконавчі механізми, так і у складі більш складних комбінованих механізмів.

2.1.1.3 Кривошипно-кулісний механізм

Кінематична схема одного з найбільш поширених і простих *кривошипно-кулісних механізмів* представлена на рисунку 2.3 Механізм складається із кривошипа 1, повзуна 2 і куліси 3, що встановлені за допомогою однорухомих з'єднань O та B на основі 4. Кривошип утворює із повзуном обертову кінематичну пару A , а повзун утворює із кулісою поступальну кінематичну пару H_{23} .

При обертанні кривошипа джерелом механічного руху повзун ковзає по кулісі й обертається навколо шарніра O разом із кривошипом, завдяки наявності шарніра A . При цьому повзун тягне за собою кулісу, повідомляючи їй рухи гойдання відносно шарніра B і вертикальної осі OB .

Кривошипно-кулісний механізм характеризується розміром кривошипа r та відстанню між шарнірами O і B , що дорівнюють a . Положення усіх ланок механізму визначається кутом повороту кривошипа α навколо шарніра O , що приймаємо за узагальнену координату.

Якщо рахувати поворот куліси за годинниковою стрілкою прямим ходом, то поворот куліси проти годинникової стрілки буде зворотним ходом. Кривошипно-кулісний механізм застосовують у виконавчих механізмах, що вимагають швидкого зворотного ходу, наприклад, у механізмах головного руху стругальних верстатів, шасі літаків і т.д.

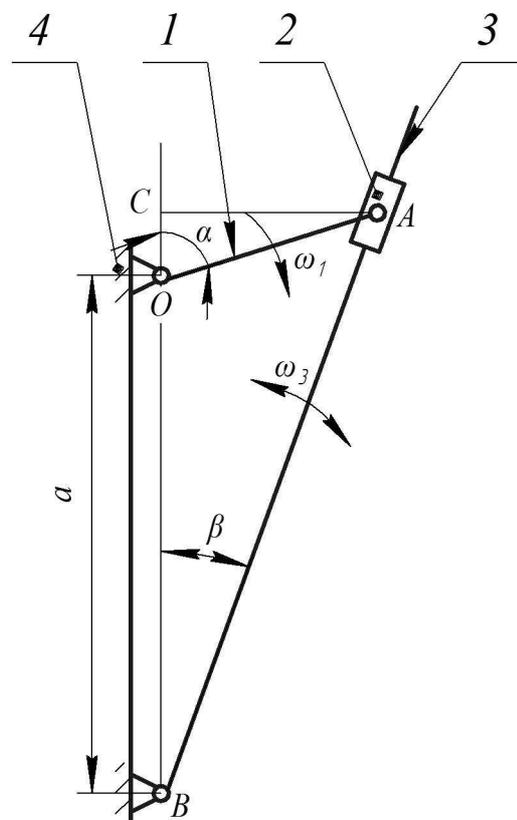


Рисунок 2.3 – Кривошипно-кулісний механізм:
1 – кривошип; 2 – повзун; 3 – куліса; 4 – основа

Визначимо передавальну функцію механізму $\beta = f(\alpha)$. Для цього опустимо з точки A перпендикуляр на продовження лінії OB . Величина перпендикуляра

$$AC = r \sin \alpha.$$

З трикутника ABC знаходимо

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{AC}{BC} = \frac{r \sin \alpha}{a + r \cos \alpha}. \quad (2.8)$$

Тепер кут повороту куліси β буде дорівнювати

$$\beta = \operatorname{arctg} \left(\frac{r \sin \alpha}{a + r \cos \alpha} \right), \quad (2.9)$$

що є передавальною функцією кривошипно-кулісного механізму.

2.1.1.4 Деякі особливості важільних механізмів

Розглянуті прості триланкові механізми перетворюють обертовий рух кривошипа у нерівномірний зворотно-поступальний рух, рух гойдання веденої ланки, або у складний плоско-паралельний рух шатуна.

Багатоланкові важільні механізми, у яких число ланок більше трьох, створюють такі закони руху ведених ланок, яких не можуть дати триланкові механізми. Найбільш часто застосовують п'ятиланкові механізми, що здатні відтворювати потрібну закономірність руху робочого органа або забезпечувати необхідні умови передачі потужності. Багатоланкові механізми утворюють послідовним або паралельним приєднанням двоповодкових груп Ассура до кривошипа (рисунок 2.4).

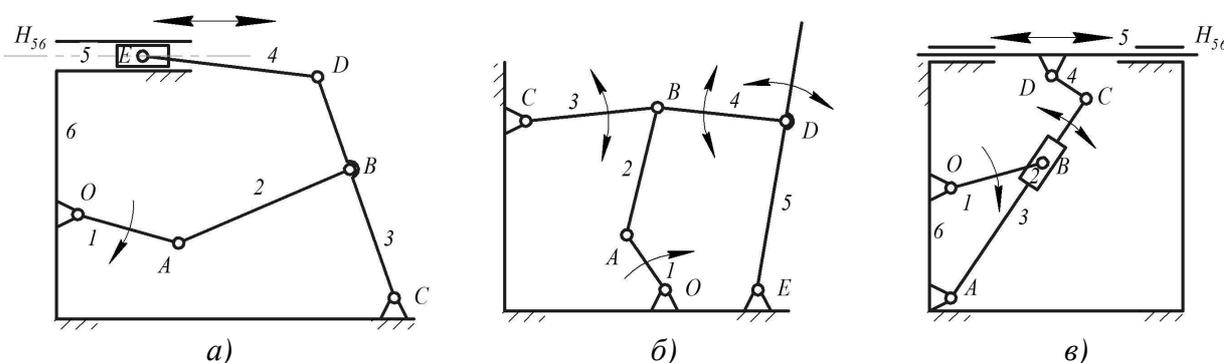


Рисунок 2.4 – П'ятиланкові важільні механізми:

a – кривошипно-повзунний; *б* – кривошипно-коромисловий; *в* – кривошипно-кулісний

Перевагою важільних механізмів, що мають у своєму складі кінематичні ланцюги із нижчими парами, є достатньо просте забезпечення необхідної

міцності ланок. Недоліками важільних механізмів є невелике число умов-обмежень, що ускладнює вирішення задач метричного синтезу.

Одним із основних критеріїв якості виконання певної технологічної операції є точність відтворення заданої функції $S = f(\alpha)$ або $\beta = f(\alpha)$ руху виконавчої ланки залежно від узагальненої координати α .

Оптимальної умови передачі сил у важільних механізмах досягають, дотримуючись необхідного кута тиску j . **Кутом тиску j** називають кут між напрямком рушійної сили F , що прикладена до веденої ланки, і вектором швидкості V_e веденої ланки у точці прикладання рушійної сили (рисунок 2.5). Для робочих (прямих) ходів рекомендують кути тиску $j \leq 30^\circ$, а для зворотних, тобто холостих ходів, можливо брати $j \leq 45^\circ$.

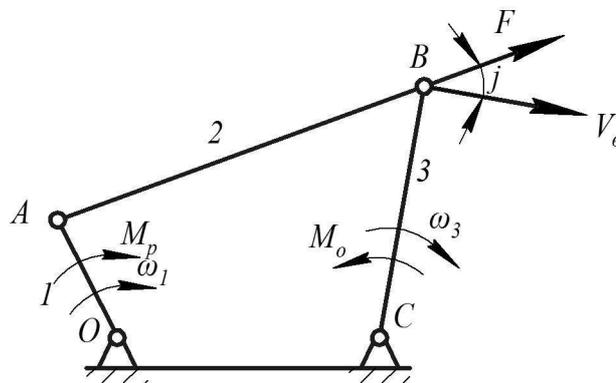


Рисунок 2.5 – Кут тиску j у кривошипно-коромисловому механізмі:
 M_p – момент руху; M_o – момент опору; ω_1 – кутова швидкість ведучої ланки;
 ω_3 – кутова швидкість веденої ланки

За експлуатаційний критерій σ важільних механізмів беруть відношення часу робочого ходу t_p до часу холостого ходу t_x , тобто

$$\sigma = \frac{t_p}{t_x} \quad (2.10)$$

або коефіцієнт використання машинного часу

$$\nu = \frac{t_p}{t}, \quad (2.11)$$

де $t = (t_p + t_x)$ – час повного циклу.

Різновидом важільних механізмів є *ексцентрикові важільні механізми*. Вони відрізняються тим, що вхідна (ведуча) ланка виконана у вигляді ексцентрика. Усі інші ланки таких механізмів є важелями. Як приклад, на

рисунку 2.6 наведено кінематичну схему ексцентрикового важільного повзунного механізму.

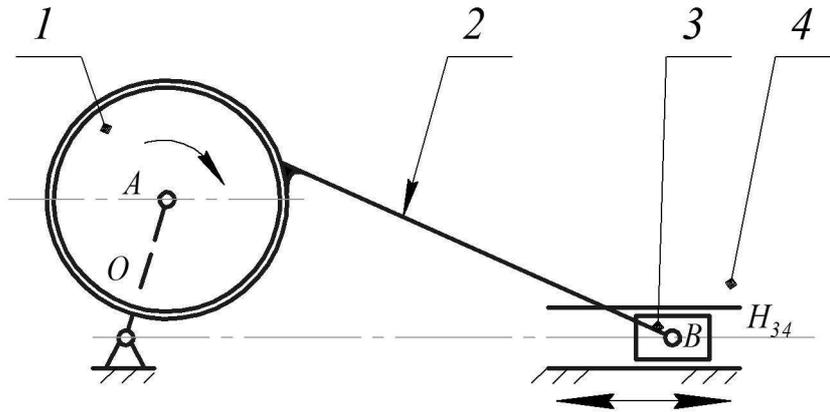


Рисунок 2.6 – Ексцентриковий важільний повзунний механізм:
1 – ексцентрик; 2 – шатун; 3 – повзун; 4 – основа

У таких механізмів висока надійність. Їх застосовують як виконавчі механізми для насосів, компресорів, дозаторів і т.д.

2.1.1.5 Механізми періодичного повороту

Відомі різноманітні конструкції механізмів, що при безперервному та рівномірному обертанні ведучої ланки здійснюють періодичний поворот веденої ланки через певно визначений проміжок часу. Це кулачкові, зірчкові, хрестоподібні та інші механізми. Вони призначені для періодичного чергування поворотів та вистоїв виконавчих ланок, що часто вимагається для різних технологічних операцій.

Особливо широкого поширення в технологічних машинах дискретної дії набули хрестоподібні механізми, відомі також під назвою *мальтійські*, що побудовані на основі кулісних механізмів із вільним входженням пальця кривошипа в паз куліси та вільним виходом з нього. На рисунку 2.7, а, б наведені схематичні зображення *хрестоподібного механізму* в різних положеннях складових ланок: ведучої 1 та веденої 2.

Ведуча ланка 1 виконана у вигляді дискового сектора 1а зовнішнім радіусом r_0 із вирізом за кутом $2\varphi_n$. До нього прикріплено кривошип 1б радіусом r , що несе цівку 1в діаметром d . Як бачимо, сектор 1а, кривошип 1б та цівка 1в складають єдину цілу ланку, що утворює обертову пару O .

Ведена ланка 2 з'єднана із основою 3 за допомогою обертової пари A і виконана у вигляді мальтійського хреста із декількома пазами шириною b , що чергуються із виїмками радіусом r_0 . Ширина пазів b дорівнює зовнішньому діаметру d цівки 1в, а радіус виїмки дорівнює зовнішньому радіусу r_0 дискового сектора 1а. Це дає можливість при повороті кривошипа 1б цівці 1в вільно заходити у пази хреста, а дисковому сектору 1а вільно ковзати зовнішньою поверхнею за виїмками хреста 2, не повертаючи його.

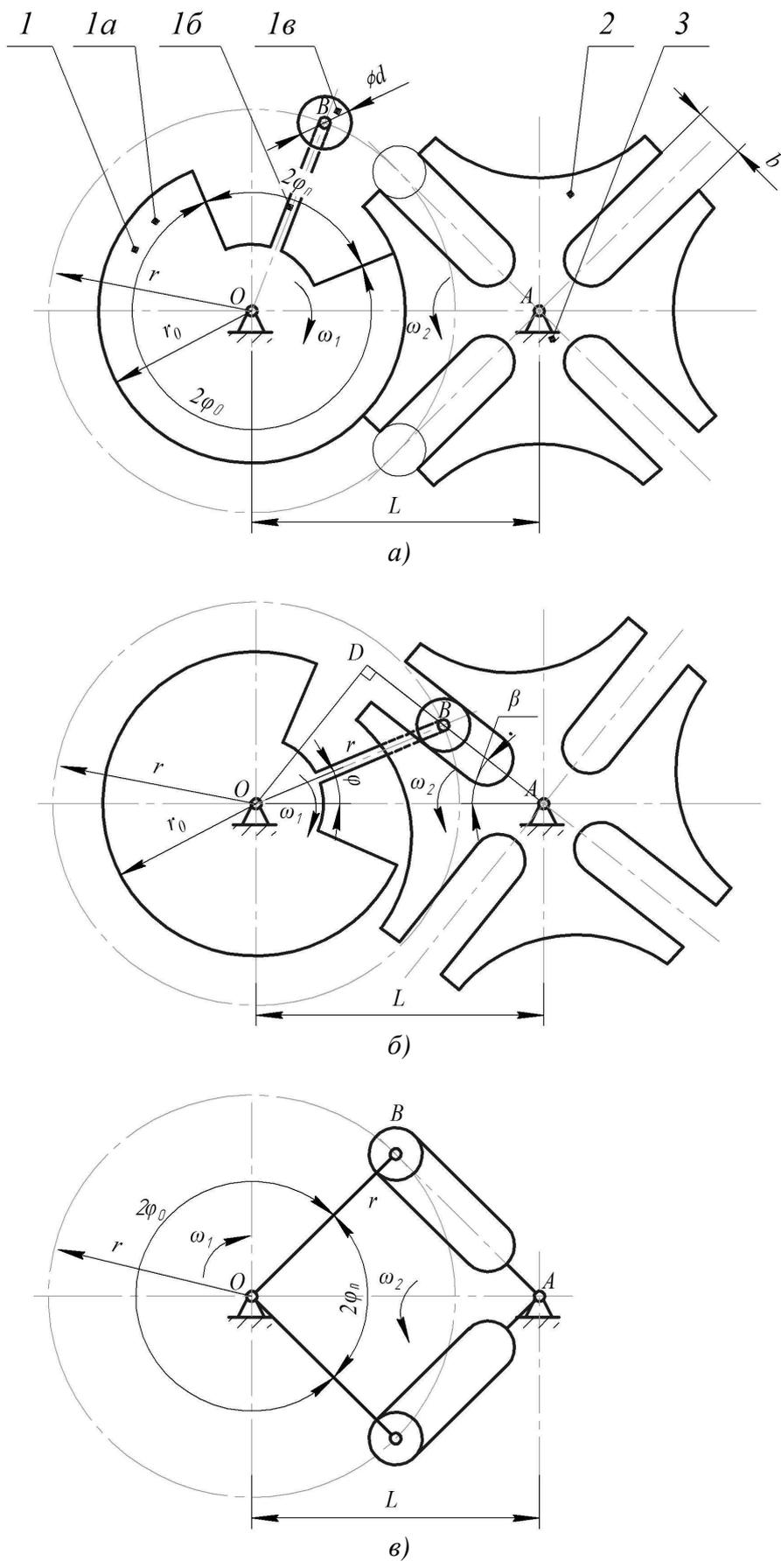


Рисунок 2.7 – Хрестоподібний механізм та його аналог:
 а – хрест замкнений; б – хрест вільний; в – кулісний механізм
 (входження цівки у паз і вихід цівки із паза куліси)

На рисунку 2.7, *а*, *б* показано *хрестоподібний механізм* у двох положеннях: *а* – хрест замкнутий дисковим сектором і не може повертатись; *б* – хрест вільний і може повертатись кривошипом через цівку.

Також наведено схематичне зображення аналога – *кулісного механізму* (рисунок 2.7, *в*) із пазами на кулісі. Показано положення кривошипа у момент входу цівки в паз куліси і у момент виходу із паза. Це дає можливість за кутами $2\varphi_n$ та $2\varphi_0$ визначити час повороту t_n і час вистою t_0 куліси, тобто хреста.

Працює хрестоподібний механізм так. Дисковий сектор *1а* безперервно обертається за годинниковою стрілкою. У певно визначеному положенні, коли вектор колової швидкості цівки *1в*, що рівномірно рухається колом радіуса r , співпадає з віссю паза на хресті, кривошип *1б* заводить цівку *1в* у паз хреста *2* і повертає його проти годинникової стрілки на кут $2\varphi_n$. При цьому виїмка на хресті не торкається зовнішньої поверхні дискового сектора, тому що у ньому є виріз за кутом $2\varphi_n$. Після повороту хреста *2* на чітко визначений кут $2\varphi_n$ кривошип *1а* виводить цівку *1в* з паза хреста *2* у той момент, коли вектор колової швидкості цівки збігається з віссю паза. Потім дисковий сектор *1а* своєю зовнішньою поверхнею входить у співдотик із коловою виїмкою на хресті і утворює своєрідний замок, що не дозволяє повертатись хресту при повороті дискового сектора на кут $2\varphi_0$ за годинниковою стрілкою. Таким чином, здійснюється чітко визначений вистій хреста при повороті дискового сектора на кут $2\varphi_0$. Коли дисковий сектор повернеться на кут $2\varphi_0$, кривошип суміщає цівку із пазом на хресті, починається наступний поворот хреста на кут $2\varphi_n$ і цикл поворот – вистій хреста повторюється знову.

На рисунку 2.7, *а*, *б* розглянуто хрестоподібний механізм із зовнішнім зачепленням дискового сектора з мальтійським хрестом. Механізм періодичного повороту можна виконати із внутрішнім зачепленням дискового сектора з мальтійським хрестом. У цьому випадку ведуча та ведена ланки будуть повертатись в одному напрямку.

Зазвичай хрестоподібні механізми виконують із числом пазів на мальтійському хресті 3 або 4 при кількості цівок від 1 до 3.

Розглядаючи замкнені контури *OAB* і *OAD* на рисунку 2.7, *б*, бачимо, що

$$OD = L \sin \beta = r \sin(\varphi + \beta). \quad (2.12)$$

Отже,

$$\frac{L}{r} = \frac{\sin(\varphi + \beta)}{\sin \beta}.$$

Так як

$$\frac{\sin(\varphi + \beta)}{\sin \beta} = \frac{\sin \varphi \cos \beta + \cos \varphi \sin \beta}{\sin \beta} = \sin \varphi \operatorname{ctg} \beta + \cos \varphi,$$

то можемо записати

$$\operatorname{ctg} \beta = \frac{L / r - \cos \varphi}{\sin \varphi}. \quad (2.13)$$

Цей вираз встановлює залежність $\beta = f(\varphi)$.

2.1.1.6 Класифікація важільних механізмів

Важільні механізми класифікують за такими ознаками: призначення, характер руху, види кінематичних пар, принцип передачі руху, конструктивне виконання, структурна побудова і т.д.

Структурна класифікація, запропонована І.І. Артоболевським [1, 2] на основі ідей Л.В. Ассура, є найбільш поширеною. За нею важільні механізми із однорухомими кінематичними парами поділяються на класи. Механізм першого класу складається із однієї ведучої ланки, що з'єднана із основою за допомогою кінематичної пари п'ятого класу. Механізми більш високих класів утворюються послідовним приєднанням до механізму першого класу кінематичних ланцюгів, що мають нульову рухомість. Таким чином, нові більш складні механізми зберігають рухомість початкового механізму.

Кінематичний ланцюг, що при з'єднанні із основою зовнішніми кінематичними парами стає нерухомим і перетворюється у ферму, називається *групою Ассура*. Структурна формула групи Ассура для плоского руху має такий вигляд:

$$W = 3n - 2p_5 = 0, \quad (2.14)$$

де n – число рухомих ланок;

p_5 – число однорухомих кінематичних пар п'ятого класу.

Отже, можна записати, що

$$3n = 2p_5. \quad (2.15)$$

Дотримуючись цього співвідношення, складають можливі сполучення ланок і кінематичних пар p_5 для груп Ассура (таблиця 2.1).

Таблиця 2.1 – Сполучення ланок n та кінематичних пар p_5 для груп Ассура

Варіант групи	1	2	3	4	5
n	2	4	6	8	10
p_5	3	6	9	12	15

Групи ранжують порядковими числами. Порядок групи визначається числом елементів ланок, якими група приєднується до початкового механізму.

Найбільш поширені в машинобудуванні двоповодкові групи, що складаються із двох ланок і трьох кінематичних пар p_5 .

На рисунку 2.8 представлено різні модифікації двоповодкових груп другого порядку. Клас механізму визначають за структурною групою найбільш високого порядку.

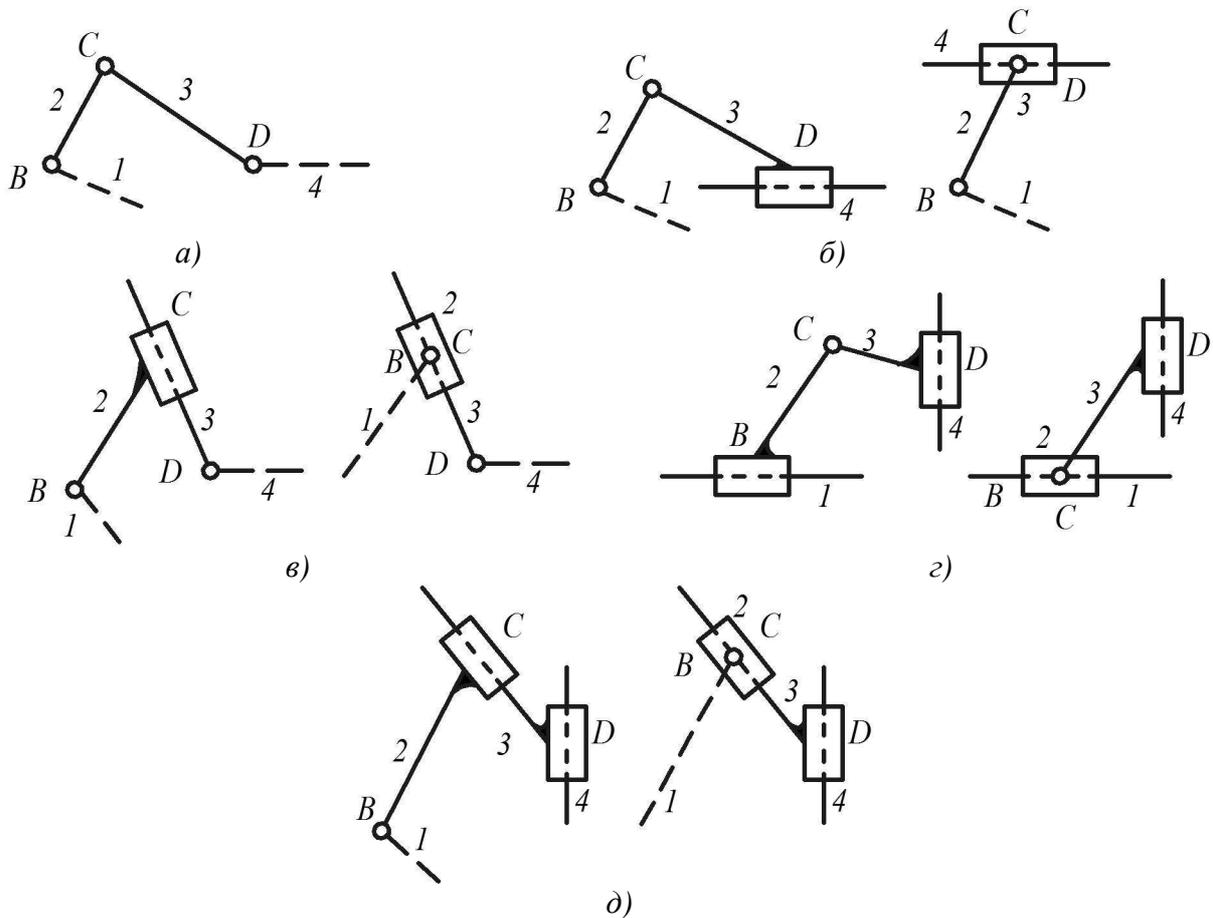


Рисунок 2.8 – Модифікації двоповодкових груп другого порядку:
 а – першого виду; б – другого виду; в – третього виду; г – четвертого виду; д – п'ятого виду

2.1.2 Кулачкові механізми

Кулачкові механізми складаються із ведучої (вхідної) ланки – кулачка, що має профіль змінної кривизни, та веденої (вихідної) ланки – штовхача або важеля, що утворюють між собою вищу кінематичну пару. Ланки механізму з'єднані із основою за допомогою однорухомих кінематичних пар (обертових чи поступальних). При рівномірному обертанні кулачка штовхач або важіль виконує змінний реверсивний рух (поступальний або коливальний). Кулачкові механізми дозволяють веденій ланці виконувати будь-який (заздалегідь заданий) закон руху і застосовуються як виконавчі механізми у металорізальних верстатах, пресовому обладнанні, машинах-автоматах, командоапаратах різного призначення та ін.

Розглянемо структуру та принцип дії найбільш поширених конструкцій плоских кулачкових механізмів, що мають силове замикання вищої кінематичної пари під дією сили тяжіння веденої ланки:

- обертовий кулачок взаємодіє із центрально розташованим роликівим штовхачем, що утворює із основою поступальну пару;
- обертовий кулачок взаємодіє із роликівим штовхачем, що гойдається, і утворює із основою обертову пару;
- обертовий кулачок взаємодіє з ексцентрично розташованим відносно осі кулачка роликівим штовхачем, що утворює з основою поступальну пару.

Перераховані кулачкові механізми містять дві ланки, тобто $n = 2$, що утворюють між собою вищу кінематичну пару $p_4 = 1$ і з'єднані із основою за допомогою двох однорухомих кінематичних пар $p_5 = 2$. Таким чином, функціональна можливість механізму буде визначатись одним ступенем вільності ($W = 3n - 2p_5 - p_4, W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 1 = 1$).

Зазначимо, що ролик уводиться в конструкцію штовхача із метою зменшити тертя штовхача на поверхні кулачка і не впливає на рухомість механізму.

2.1.2.1 Кулачковий механізм із осьовим розташуванням роликівого штовхача

Кулачковий механізм із осьовим розташуванням роликівого штовхача складається з двох ланок: ведучої ланки 1, якою є кулачок, і веденої ланки 2, якою є штовхач (рисунок 2.9, а). Між собою ланки 1 і 2 утворюють вищу дворухому кінематичну пару. Кулачок поєднано із основою 3 за допомогою обертової пари O , а штовхач утворює із основою поступальну пару H_{23} . Для зменшення тертя штовхач 2 обладнано роликівом 4. З'єднання ланок за допомогою вищої кінематичної пари відбувається під дією сили тяжіння штовхача. Так забезпечується силове замикання вищої кінематичної пари. Кулачок має вигляд плоского тіла із профілем змінної кривизни.

Працює кулачковий механізм так. Ведуча ланка 1 отримує рівномірний обертовий рух із постійною кутовою швидкістю $\omega_1 = const$ від деякого джерела механічної енергії. Рівномірний обертовий рух профільованого кулачка за допомогою вищої кінематичної пари перетворюється у змінний поступальний рух штовхача.

Беручи за узагальнену координату механізму кут повороту кулачка α , наприклад, від деякої лінії відліку Ox , будемо графік переміщення штовхача S вздовж прямої Oy залежно від кута повороту кулачка α (рисунок 2.9, б). За цим графіком видно, що при повороті кулачка на кут α_1 , коли штовхач перекочується профілем кулачка від точки a до точки b , що описаний радіусом r , штовхач не переміщується в осьовому напрямку Oy , знаходиться на відстані Or від осі Oa . При повороті кулачка на кут α_2 штовхач контактує із профілем кулачка від точки b до точки c за деякою кривою bc та віддаляється від осі Oa на величину $h = R - r$. Подальший поворот кулачка на кут α_3 не призводить до переміщення штовхача, так як він перекочується профілем останнього від точки c до точки d , що описаний постійним радіусом R . Завершується цикл, коли кулачок повернеться на кут $\alpha = 2\pi$, поворотом останнього на кут α_4 . При

цьому штовхач взаємодіє із профілем кулачка, що описаний деякою кривою, тобто від точки d до точки a , і наближується до осі Oa на відстань Or .

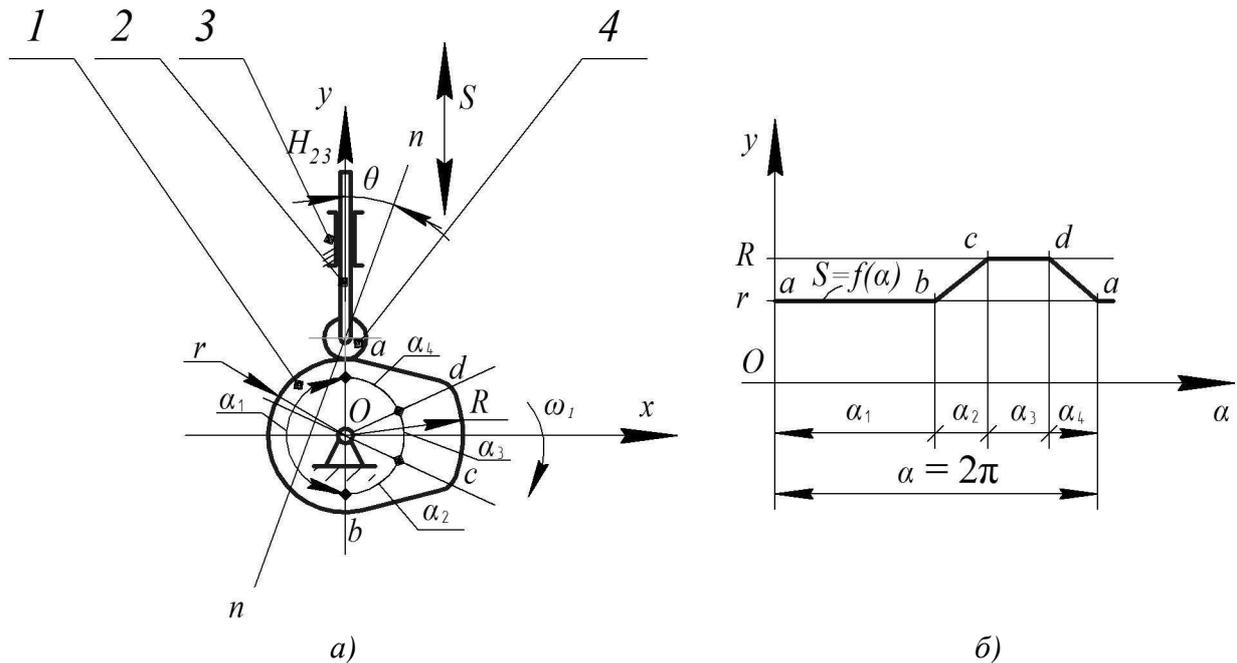


Рисунок 2.9 – Кулачковий механізм із осьовим розташуванням роликowego штовхача (а) та графік переміщення штовхача S залежно від кута повороту кулачка α (б)

Розглядаючи криву $abcd$ (рисунок 2.9, б), тобто шлях переміщення штовхача S залежно від кута повороту кулачка α , бачимо деякі характерні ділянки кривої, що визначає функцію $S = f(\alpha)$, а саме:

- ab – ділянка нижнього вистою штовхача у положенні Or від осі кулачка;
- bc – ділянка підйому штовхача на величину ходу $h = R - r$;
- cd – ділянка верхнього вистою штовхача при переміщенні по радіусу R профілю кулачка;
- da – ділянка опускання штовхача від верхнього положення до нижнього на величину ходу $h = R - r$.

Перерахованим відрізкам шляху S , що проходить штовхач, відповідають такі кути повороту кулачка:

- α_1 – кут нижнього вистою;
- α_2 – кут підйому;
- α_3 – кут верхнього вистою;
- α_4 – кут опускання.

Сума цих кутів ($\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = 360^\circ$) є циклом роботи кулачкового механізму, що повторюється через час $t = 2\pi / \omega_1$.

Крива $abcd$ характеризує закон переміщення штовхача S залежно від кута повороту кулачка α , тобто функцію $S = f(\alpha)$. При повороті кулачка на кути α_1 і α_2 штовхач стоїть, закон його переміщення, а, отже, і профіль кулачка, визначається тією технологічною операцією, яку виконує штовхач на

ділянках підйому та опускання, тобто на ділянках bc і da . Після цього закон переміщення штовхача $S = f(\alpha)$ уточнюється і коригується за результатами кінематичного й динамічного аналізів механізму для усунення жорстких ударів штовхача по профілю кулачка, а отже і для підвищення надійності та довговічності кулачкового механізму. При профілюванні кулачка не допускають перевищення визначеного значення кута тиску θ . **Кут тиску θ** – це кут між прямою $n-n$, що з'єднує центри кривизни контактуючих профілів (перпендикуляр до дотичної у точці контакту), які утворюють вищу кінематичну пару, і напрямком переміщення штовхача H_{23} . Для кулачкових механізмів із поступальним рухом штовхача кут θ не повинен перевищувати 30° .

Диференціюючи функцію $S = f(\alpha)$, знаходимо швидкість переміщення штовхача

$$V = \frac{dS}{dt} = \frac{df(\alpha)}{dt}. \quad (2.16)$$

Друга похідна від функції $S = f(\alpha)$ дає прискорення штовхача під час руху, тобто

$$a = \frac{dV}{dt} = \frac{d^2S}{dt^2} = \frac{d^2f(\alpha)}{dt^2}. \quad (2.17)$$

2.1.2.2 Кулачковий механізм із ексцентричним розташуванням роликового штовхача

Інколи через конструктивні вимоги неможливо застосувати кулачковий механізм із осьовим розташуванням роликового штовхача. Тоді вдаються до проектування конструкції із ексцентрично розташованим роликовим штовхачем, кінематична схема якого представлена на рисунку 2.10. Усі вищевикладені міркування щодо кулачкового механізму із осьовим розташуванням роликового штовхача повністю відносяться і до механізму із ексцентричним роликовим штовхачем. Однак під час профілювання кулачка особливу увагу необхідно звертати на кут тиску θ .

2.1.2.3 Кулачковий механізм із роликовим важелем, що гойдається

На рисунку 2.11 представлена кінематична схема кулачкового механізму із роликовим важелем, що гойдається. Механізм складається із двох ланок: ведучої ланки 1, якою є кулачок, що утворює обертову пару O із основою 3, і веденої ланки 2, виконаної у вигляді одноплечового важеля із роликом 4. Останній утворює із основою обертову пару A . Між собою ланки 1 і 2 з'єднані за допомогою вищої кінематичної пари, що має два ступені вільності.

Працює кулачковий механізм так. Ведуча ланка 1 отримує рівномірний обертовий рух із постійною кутовою швидкістю $\omega_1 = const$ від деякого джерела

механічної енергії. Через дворухому кінематичну пару рівномірне обертання кулачка перетворюється у коливальний рух важеля навколо осі шарніра A .

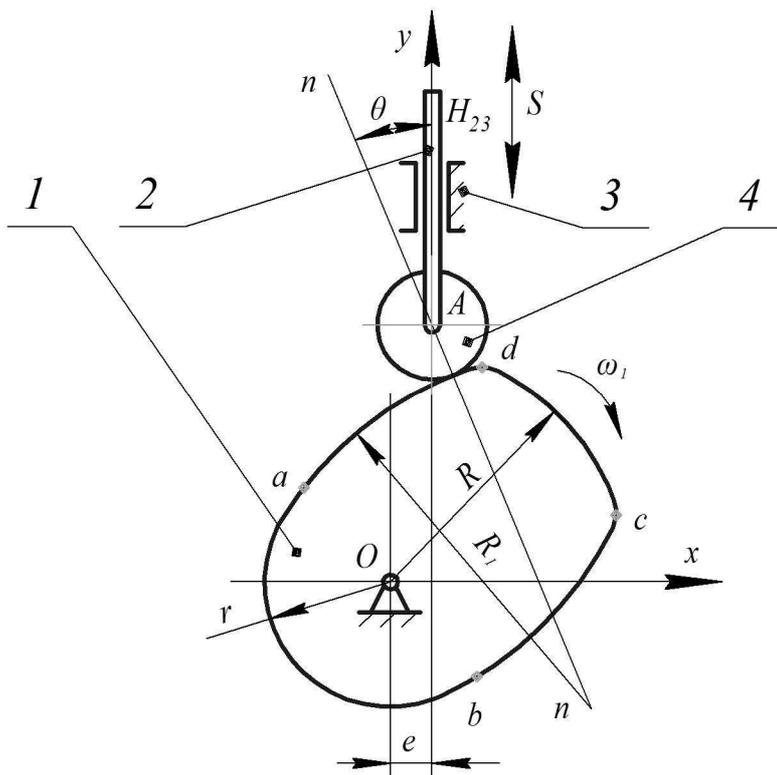


Рисунок 2.10 – Кулачковий механізм із ексцентричним розташуванням штовхача:
1 – кулачок; 2 – штовхач; 3 – основа; 4 – ролик

Беручи за узагальнену координату механізму кут повороту кулачка α від нижнього положення важеля, коли він опирається своїм роликом на профіль кулачка радіусом r , будують графік коливань важеля, тобто графік зміни кута повороту важеля φ залежно від кута повороту кулачка α (рисунок 2.11, б). За цим графіком видно, що профіль кулачка змінної кривизни спонукає важіль виконувати змінний коливальний рух. При повороті кулачка за годинниковою стрілкою на кут α_1 , коли ролик важеля перекочується профілем кулачка, що описаний радіусом r , від точки a до точки b , важіль не повертається навколо шарніра A , а стоїть. Кут повороту важеля φ при цьому дорівнює нулю. Потім кулачок повертається на кут α_2 , ролик важеля контактує із профілем кулачка, що описаний деякою кривою bc , від точки b до точки c . Важіль повертається за годинниковою стрілкою на кут φ_R . Подальший поворот кулачка на кут α_3 не призводить до повороту важеля, так як його ролик перекочується профілем кулачка, що описаний постійним радіусом $R > r$, від точки c до точки d . Завершується цикл, тобто один оберт кулачка за годинниковою стрілкою на кут $\alpha = 2\pi$, поворотом кулачка на кут α_4 . При цьому ролик важеля взаємодіє із профілем кулачка, що описаний деякою кривою da , від точки d до точки a . Важіль повертається у початковий стан поворотом проти годинникової стрілки на кут φ_R , що визначається радіусом кулачка r у точці a .

Перерахованим переміщенням важеля відповідають такі кути повороту кулачка: α_1 – кут нижнього вистою; α_2 – кут підйому; α_3 – кут верхнього вистою; α_4 – кут опускання.

Сума кутів $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = 360^\circ$ є циклом роботи кулачкового механізму, що повторюється.

Крива $abcd$ характеризує закон повороту важеля на кут φ залежно від кута повороту кулачка α , тобто функцію $\varphi = f(\alpha)$. При повороті кулачка на кути α_1 та α_3 важіль залишається нерухомим, закон повороту важеля, а, отже, і профіль кулачка, визначають тією технологічною операцією, яку виконує важіль на ділянках підйому bc та опускання da . Після цього закон переміщення важеля $\varphi = f(\alpha)$ уточнюється і коригується за результатами кінематичного й динамічного аналізів механізму, щоб не допускати жорстких ударів ролика важеля по профілю кулачка і, таким чином, підвищити надійність та довговічність кулачкового механізму.

При проектуванні кулачка враховують кут тиску θ , який не повинен перевищувати 45° . Кут тиску визначається кутом між прямою $n-n$, що з'єднує центри кривизни контактуючих профілів, які утворюють вищу кінематичну пару, і дотичною до траєкторії повороту осі ролика важеля навколо осі шарніра A .

Диференціюючи функцію $\varphi = f(\alpha)$, знаходимо кутову швидкість важеля. Друга похідна від функції $\varphi = f(\alpha)$ дає кутове прискорення важеля під час руху, тобто

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{df(\alpha)}{dt} \text{ та } \varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{d^2f(\alpha)}{dt^2}. \quad (2.18)$$

2.1.3 Фрикційні механізми

Фрикційні механізми відносять до механічних передач і тому їх називають *фрикційними передачами*. Вони використовуються як передавальні механізми для передачі обертового руху від одного валу до іншого і як виконавчі механізми, які перетворюють обертовий рух ведучої ланки у поступальне переміщення заготовки, що оброблюється. Передача руху у фрикційних механізмах виконується силами тертя, що створюються через притискання дотичних ланок або ведучої ланки із заготовкою.

Відмінною особливістю фрикційних механізмів є відносне ковзання елементів дотичних ланок, що не забезпечує сталості передавального відношення. Тому фрикційні передачі застосовують у силових і кінематичних ланцюгах механізмів, що не потребують жорсткого кінематичного зв'язку між ланками, а також для плавної та безперервної зміни передавального відношення, тобто як варіатори.

Враховуючи вище сказане, розглянемо структуру простішої нерегульованої фрикційної передачі та конструкцію деяких типів фрикційних варіаторів.

2.1.3.1 Фрикційна передача

На рисунку 2.12 показано кінематичну схему простішої нерегульованої фрикційної передачі, що складається з двох ланок: ведучої ланки I , що виконана у вигляді валу I , на якому закріплено гідравлічний каток діаметром d_1 , і веденої ланки 2 , виконаної у вигляді валу II , на якому встановлено циліндричний каток діаметром d_2 . Ланки 1 і 2 утворюють між собою вищу кінематичну пару, а з основою 3 – обертові кінематичні пари O та A . Ланка 1 отримує обертовий рух від деякого джерела механічної енергії.

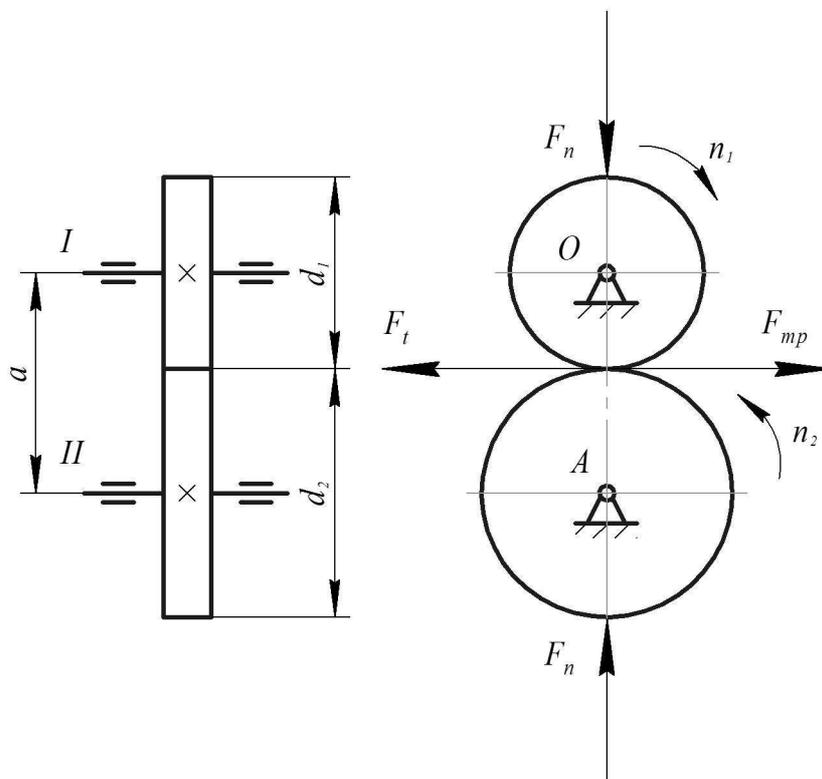


Рисунок 2.12 – Фрикційна передача

Передача обертового руху від вала I до вала II можлива за умови, якщо колова сила F_t на ободі катків буде меншою від сили тертя між катками F_{mp} , тобто при

$$F_t \leq F_{mp}. \quad (2.19)$$

Щоб створити необхідну силу тертя F_{mp} , катки притискають із деякою нормальною силою F_n . Отримуємо

$$F_{mp} = F_n \cdot f, \quad (2.20)$$

де f – коефіцієнт тертя ковзання на поверхні катків.

Функціональна можливість фрикційної передачі, що складається із двох ланок, тобто $n=2$, і утворює між собою вищу кінематичну пару $p_4=1$ і обертові пари O та A із основою, тобто $p_5=2$, дорівнює одиниці, а саме:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4;$$

$$W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 1 = 1.$$

Передавальне відношення фрикційної передачі визначається так:

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1(1-\varepsilon)} \approx \frac{d_2}{d_1}, \quad (2.21)$$

де n_1 – частота обертання ведучого вала I ;

n_2 – частота обертання веденого вала II ;

d_1 – діаметр катка, який веде;

d_2 – діаметр веденого катка;

$\varepsilon \approx 0,01 \dots 0,03$ – коефіцієнт ковзання.

2.1.3.2 Фрикційні варіатори

Існує велика кількість різних конструкцій *фрикційних варіаторів*. Найбільш поширеними є торові та планетарні варіатори.

Торовий варіатор (рисунок 2.13) складається із трьох ланок: ланки I , яка веде; проміжної ланки 3 ; веденої ланки 2 . Ланка I , яка веде, має вигляд вала, на якому закріплено торовий каток-чашка $Ч1$. Проміжна ланка 3 має вигляд торової тарілки, яка з'єднана обертовою парою з віссю III . Ведена ланка 2 має вигляд вала II , на якому встановлено торовий каток-чашка $Ч2$. Торова тарілка 3 притискається зусиллям F_n до торових поверхонь діаметром d катків-чашок $Ч1$ і $Ч2$. Ланки 1 і 2 утворюють із основою 4 обертові пари. Між собою ланки $1, 2, 3$ утворюють вищі кінематичні пари. Вісь III з'єднана із основою 4 через шарнір O , за допомогою якого можна повертати тарілку на певний кут α , коли задавати діаметри дотику тарілки d_1 і d_2 на торових катках. Це дає можливість плавно змінювати передавальне відношення від вала I до вала II , що визначають за формулою:

$$i_{12} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_m}{d_1} \cdot \frac{d_2}{d_m(1-\varepsilon)} = \frac{d_2}{d_1(1-\varepsilon)}, \quad (2.22)$$

де d_m – діаметр тарілки;

d_1 – діаметр дотику тарілки і торової поверхні катка Ч1;

d_2 – діаметр дотику тарілки і торової поверхні катка Ч2;

ε – коефіцієнт ковзання;

n_1 – частота обертання вала I, який веде;

n_2 – частота обертання веденого вала II.

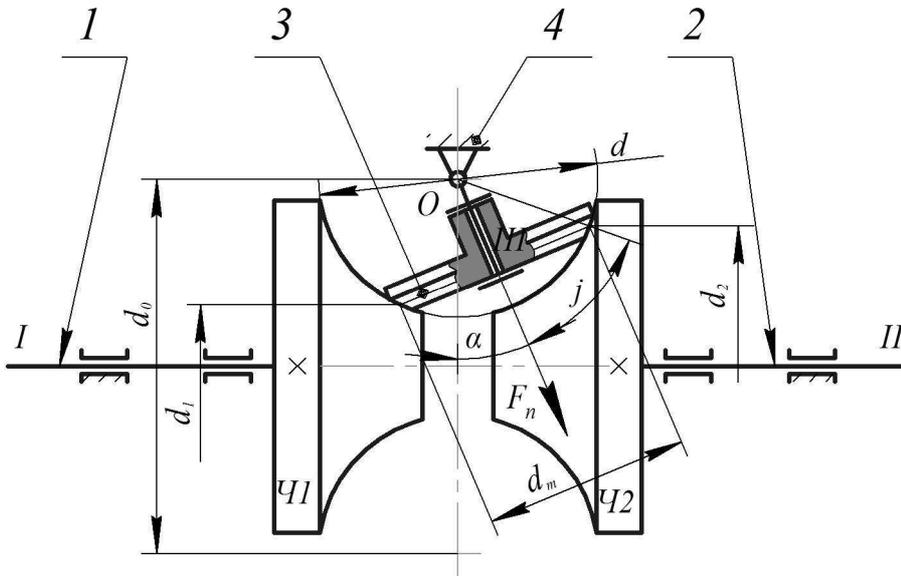


Рисунок 2.13 Торевий варіатор

Функціональна можливість торового варіатора, що складається із трьох ланок, тобто $n = 3$, утворюючи між собою дві вищі кінематичні пари $p_4 = 2$ і з основою – три обертові пари, тобто $p_5 = 3$, дорівнює одиниці, а саме:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4;$$

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 2 = 1.$$

На рисунку 2.14 показано кінематичну схему планетарного фрикційного варіатора. Варіатор складається із чотирьох ланок:

- ланки 1, яка веде. Вона складається із вала I, на якому закріплено диск з конічним торцем ДК;

- веденої ланки 2, що складається із вала II, на якому встановлено диск із плоским торцем ДП;

- проміжної ланки 3 – сателіта С, що утворює із віссю III водила h обертову пару. Вона має конічну та циліндричну поверхні дотику із торцями ланок 1 і 2 та основою 5 через вінець б;

- проміжної ланки 4 – водила h, що утворює із основою 5 через вісь IV обертову пару, на осі III водила h встановлено сателіт С;

- основи 5 – корпусу варіатора;

- вінця 6, що утворює із основою 5 за допомогою осі *IV* встановлювальну поступальну пару, через яку вінць здійснює налагоджувальне переміщення відносно основи 5 у процесі зміни частоти обертання веденої ланки.

Ланка, яка веде, і ведена ланка з'єднані із основою обертовими парами. Сателіт *C* утворює вищі кінематичні пари із ланками 1 і 2 та з основою 5 через вінць 6.

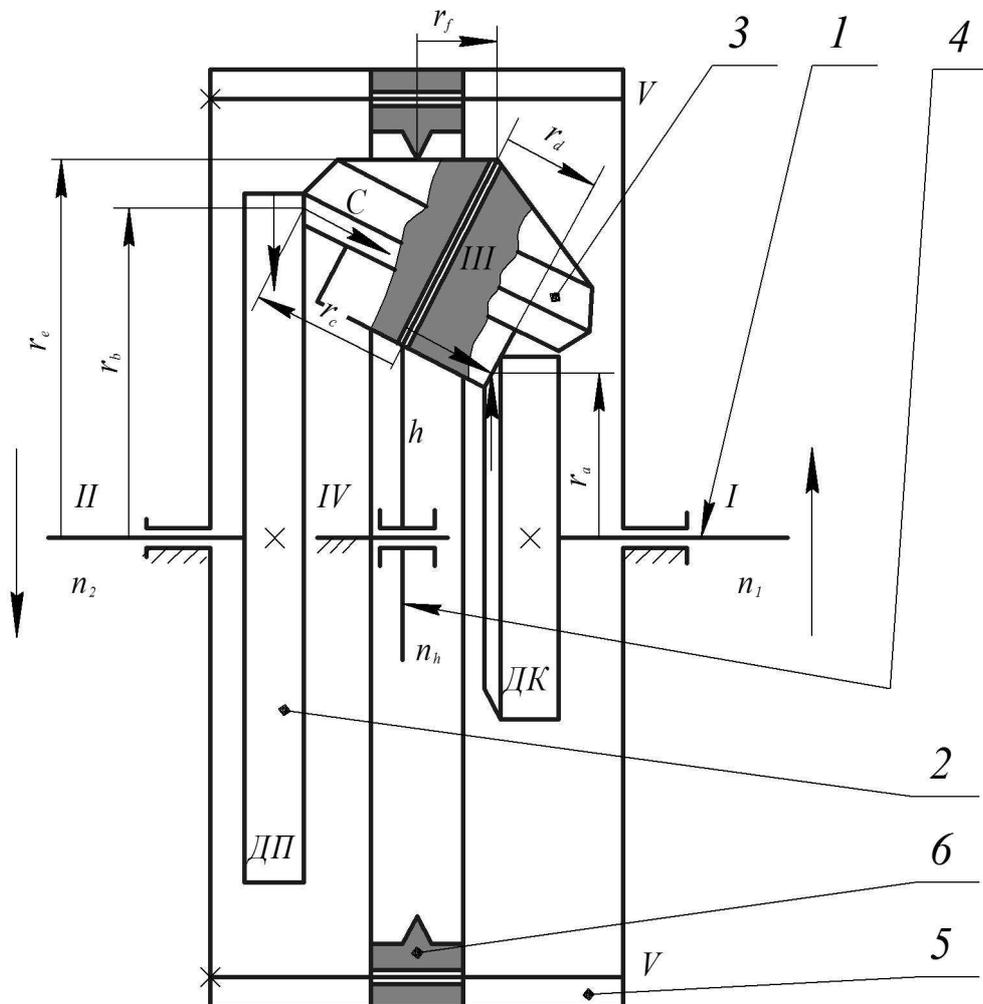


Рисунок 2.14 – Планетарний фрикційний варіатор

На рисунку 2.14 показано радіуси дотику поверхонь ланок між собою та з основою. Радіуси r_a , r_d , r_c , r_b , r_e є постійними величинами, а радіус r_f є змінною величиною. Його величина змінюється через встановлювальне поступальне переміщення вінця 6 відносно основи 5 по осях *V* у процесі зміни частоти обертання веденої ланки 2. Потім вінць закріплюється із основою. На рисунку 2.14 стрілками вказано напрям обертання ланок.

Працює варіатор так. Від деякого джерела механічного руху ланка 1, яка веде, через вал *I* отримує рівномірний обертовий рух із постійною частотою n_1 . Диск *ДК* через конічну торцеву поверхню передає обертовий рух проміжній ланці 3, тобто сателіту *C*, через циліндричну поверхню. Сателіт *C* отримує обертовий рух відносно осі *III* проміжної ланки 4, що являє собою водило *h* і

одночасно разом із водилом обертається навколо основи 5 завдяки утворенню на радіусі r_f вищої кінематичної пари із вінцем 6. Таким чином, сателіт C здійснює планетарний обертовий рух відносно осі $I-II$ основи 5. Через конічну поверхню сателіт дотикається до плоскої поверхні диска $ДП$ і надає веденій ланці 2, а відповідно, і вихідному валу II трансформований обертовий рух.

Функціональна можливість варіатора, що має чотири ланки $n=4$, чотири однорухомих кінематичних пари $p_5=4$ і три вищі кінематичні пари $p_4=3$, дорівнює одиниці, а саме:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4;$$

$$W = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 4 - 3 = 1.$$

Передавальне відношення варіатора i_{12} від ведучого вала I до веденого вала II визначаємо, використовуючи метод звороту руху, відомий як *метод Вілліса*. Для цього надаємо водилу h , валам I, II , а також основи 5 обертовий рух із частотою мінус n_h . У такому випадку водило h буде зупинено, так як його частота обертання дорівнює нулю ($n_h - n_h = 0$), сателіт C буде обертатися навколо осі III зупиненої проміжної ланки 4, вал I із частотою $n_1 - n_h$, а вал II із частотою $n_2 - n_h$.

У зворотному механізмі (рисунок 2.15) утворюються два кінематичних ланцюги. У першому ланцюгові обертовий рух від вала I , який веде, через диск $ДП$ і сателіт C передається вінцю 6, що обертається із частотою $0 - n_h = -n_h$. У другому ланцюгові обертовий рух від вінця 6 через сателіт C і диск $ДП$ передається веденому валу II . Розглянемо передавальне відношення цих кінематичних ланцюгів.

Передавальне відношення від вала I до вінця 6, що тепер умовно обертається із частотою $-n_h$, при зупиненому водилі h , буде визначатись передавальним числом

$$i_{16}^h = \frac{n_1 - n_h}{-n_h} = -\frac{r_d \cdot r_c}{r_a \cdot r_f}.$$

Знак мінус вказує на те, що вінць 6 обертається у протилежному напрямі відносно вала I . Знаходимо

$$-\frac{n_1}{n_h} + 1 = -\frac{r_d \cdot r_c}{r_a \cdot r_f} \quad \text{або} \quad \frac{n_1}{n_h} = 1 + \frac{r_d \cdot r_c}{r_a \cdot r_f}.$$

Звідси маємо, що

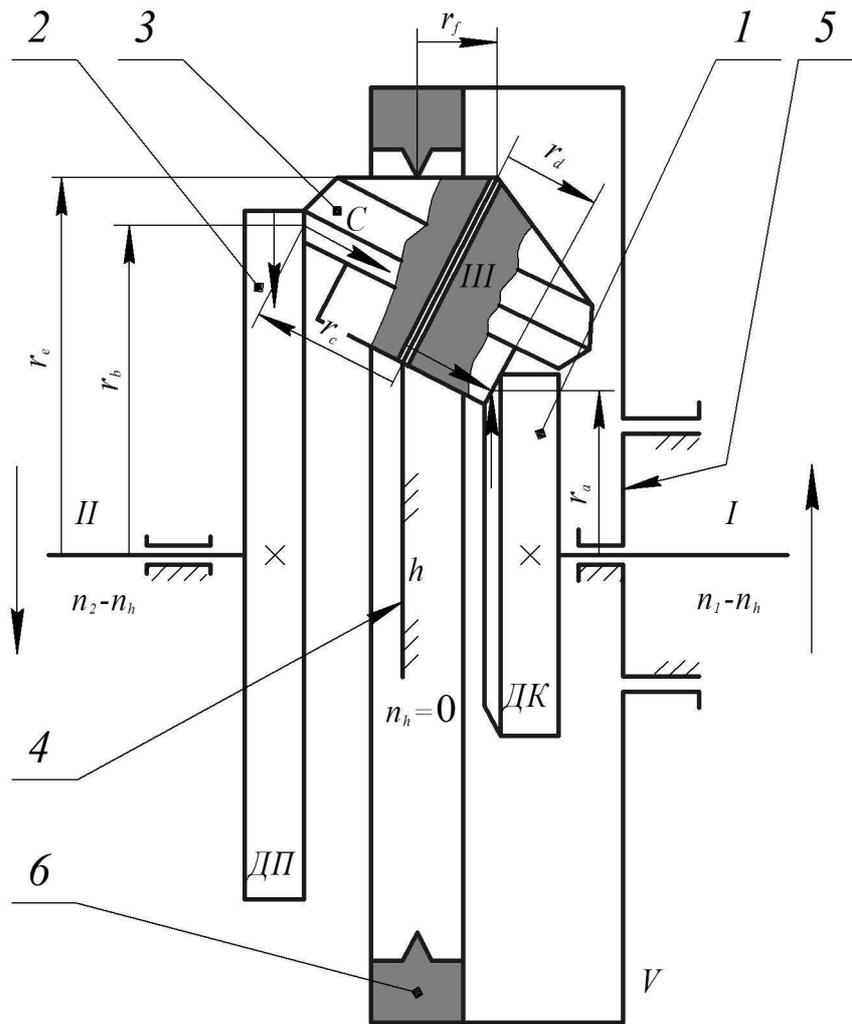


Рисунок 2.15 – Зворотний механізм планетарного варіатора

$$n_h = \frac{n_1}{1 + \frac{r_d \cdot r_c}{r_a \cdot r_f}} \quad (2.23)$$

Для наступного ланцюга, у якому обертовий рух $-n_h$ від вінця б через сателіт С передається веденому валу II, що обертається із частотою $n_2 - n_h$, передавальне відношення дорівнює

$$i_{62}^h = \frac{-n_h}{n_2 - n_h} = \frac{r_b \cdot r_f}{r_c \cdot r_e}$$

Знак плюс означає те, що вінець б і вал II обертаються в одному напрямкові. Знаходимо

$$\frac{n_2 - n_h}{-n_h} = \frac{r_c \cdot r_e}{r_b \cdot r_f} \text{ або } -\frac{n_2}{n_h} + 1 = \frac{r_c \cdot r_e}{r_b \cdot r_f} \text{ та } \frac{n_2}{n_h} = 1 - \frac{r_c \cdot r_e}{r_b \cdot r_f}$$

Звідси маємо, що

$$n_h = \frac{n_2}{1 - \frac{r_c \cdot r_e}{r_b \cdot r_f}}. \quad (2.24)$$

Прирівнюючи отримані вирази для n_h знаходимо

$$\frac{n_1}{1 + \frac{r_d \cdot r_c}{r_a \cdot r_f}} = \frac{n_2}{1 - \frac{r_c \cdot r_e}{r_b \cdot r_f}}.$$

Звідси маємо

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{1 + \frac{r_d \cdot r_c}{r_a \cdot r_f}}{1 - \frac{r_c \cdot r_e}{r_b \cdot r_f}} = i_{12}, \quad (2.25)$$

що є передавальним відношенням від вала I , який веде, до веденого II при нерухомому вінці b відносно основи 5 .

З урахуванням ковзання ланок ε передавальне відношення варіатора становить

$$i_{12} = \frac{\left(1 + \frac{r_d \cdot r_c}{r_a \cdot r_f}\right)}{\left(1 - \frac{r_c \cdot r_e}{r_b \cdot r_f}\right) \cdot (1 - \varepsilon)}. \quad (2.26)$$

2.1.4 Зубчасті механізми

Зубчасті механізми відносять до механічних передач, тому їх зазвичай називають *зубчастими передачами*. Особливістю зубчастих механізмів є передача руху за допомогою зубчастого зачеплення, що утворюють поміж собою ланки, які ведуть, та ведені ланки (зубчасті колеса, зубчасті колеса та рейки). На рисунку 2.16 показано деякі види зубчастих передач. Ефективність зубчастого зачеплення значно залежить від профілю бічних поверхонь зубців, за допомогою яких зубці торкаються один одного під час передачі руху. Профіль бічної поверхні зуба визначає вид зубчастого зачеплення. У принципі профіль зубців може бути довільним. Необхідно лише дотримуватись однакових прийомів побудови профілів зубців однієї пари зубчастих коліс. Найбільш широкого поширення мають такі види зубчастих зачеплень: евольвентне, колове, прямолінійне, циклоїдне, годинникове, цівкове.

Робота зубчастої передачі можлива лише при наявності у зубчастого зачеплення перекриття, яке полягає в тому, що при виході із зачеплення однієї пари зубців наступна пара повинна бути у зачепленні.

Розташовані у корпусі зубчасті механізми, що слугують для зниження кутової швидкості вхідної ланки, називаються **редукторами**, а розташовані у корпусі зубчасті механізми, що підвищують кутову швидкість ведучої ланки, – **мультиплікаторами** (рисунок 2.17).

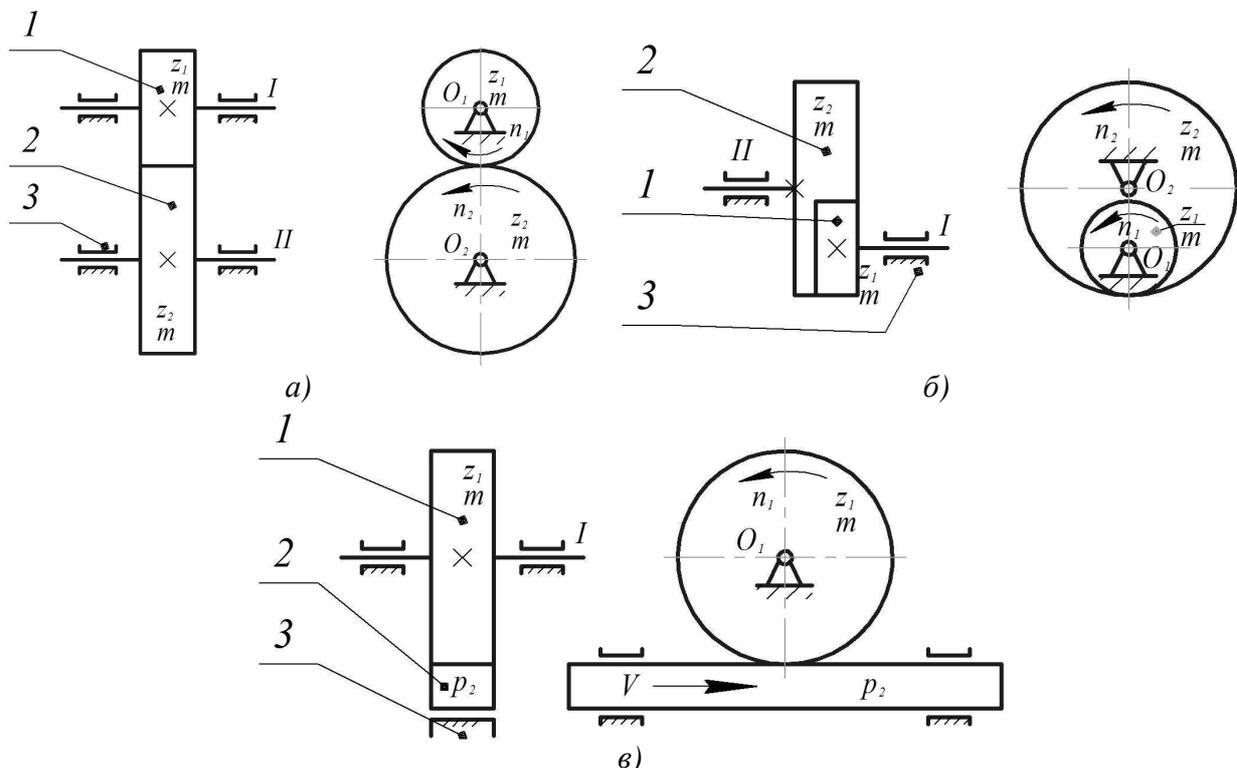


Рисунок 2.16 – Кінематичні схеми зубчастих передач:
 а – циліндрична із зовнішнім зачепленням зубчастих коліс і паралельними осями валів; б – циліндрична із внутрішнім зачепленням зубчастих коліс і паралельними осями валів; в – циліндрично-конічна рейка;
 I – ланка, що веде; 2 – ведена ланка; 3 – основа;
 z_1, z_2 – число зубців; m – модуль; p_2 – лінійний крок зубців



Рисунок 2.17 – Закриті зубчасті механізми: а – редуктор; б – мультиплікатор; I – ведучий вал; II – ведений вал

Багатоланкові зубчасті механізми, які призначені для отримання низки послідовних дискретних значень кутової швидкості вихідної ланки через примусову перебудову зубчастих пар, називаються **коробками швидкостей** або **коробками зміни передач** (рисунок 2.18).

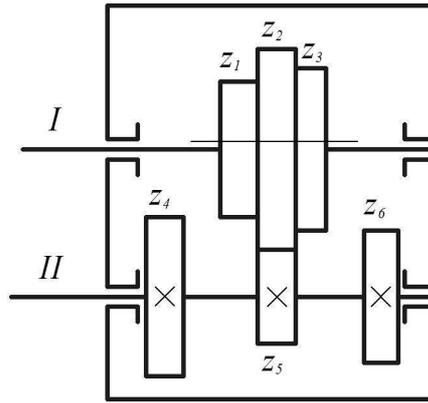


Рисунок 2.18 – Коробка швидкостей: z_1, z_2, z_3 – пересувний блок;
 z_4, z_5, z_6 – зубчасті колеса; I – вал, який веде; II – ведений вал

Зубчасті механізми можуть мати розгалужені кінематичні ланцюги, що передають механічну енергію двигуна декільком робочим органам, швидкості яких повинні бути узгоджені (рисунок 2.19, а). Багатопотокові зубчасті механізми застосовують, коли механічна енергія двигуна передається виконавчій ланці декількома паралельно працюючими шляхами (рисунок 2.19, б). Широкого поширення набули ступінчасті зубчасті передачі із послідовним з'єднанням окремих пар зубчастих коліс (рисунок 2.19, в), що суттєво зменшує частоту обертання ведучого валу.

У рядових зубчастих механізмах проміжні зубчасті колеса, що утворюють послідовний ланцюжок ланок, не впливають на частоту обертання вихідної ланки. Тому такі проміжні колеса називають *паразитними*. Зубчасті механізми із паразитними зубчастими колесами застосовують у тому випадку, коли необхідно змінити напрям обертання ланки, що веде, або передати механічну енергію двигуна на певну відстань l (рисунок 2.19, г).

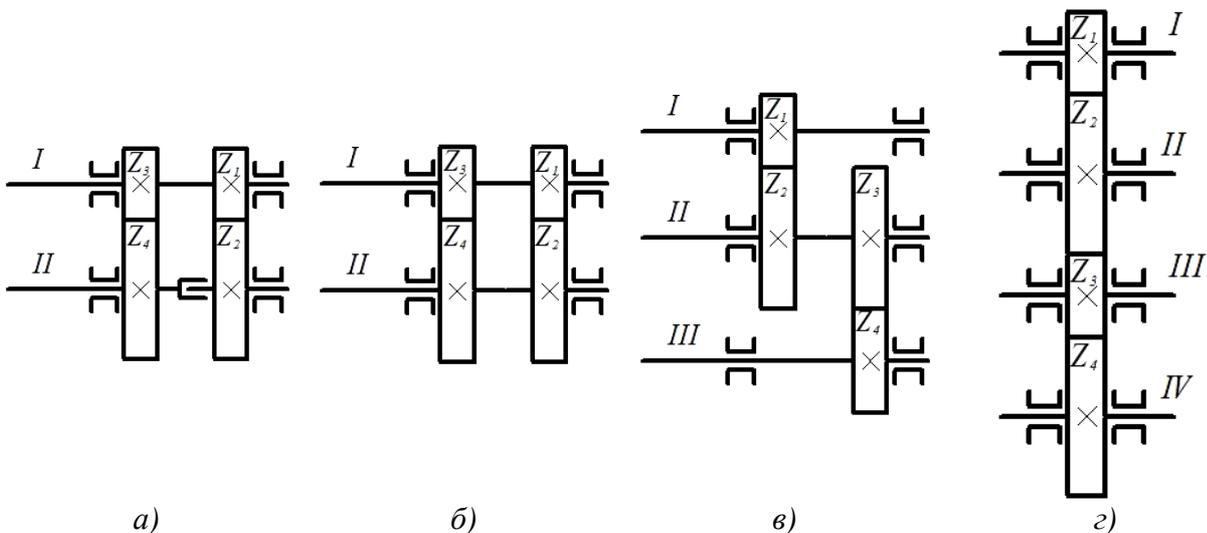


Рисунок 2.19 – Зубчасті механізми: а – розгалужені; б – багатопотокові;
в – багатоступінчасті; г – рядові; I – вал, що веде; II, III, IV – ведені вали

Зубчасті механізми можуть бути виконані не лише із паралельними, але і з осями валів, що перетинаються або є перехресними (рисунок 2.20).

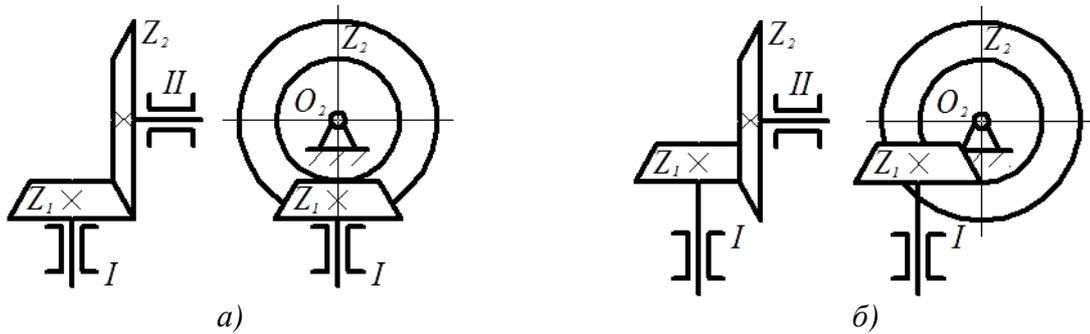


Рисунок 2.20 – Зубчасті передачі: а – осі валів, що перетинаються; б – осі перехресних валів

Залежно від розташування зубців на твірних поверхнях зубчастих коліс розрізняють прямозубі, косозубі та шевронні зубчасті передачі (рисунок 2.21).

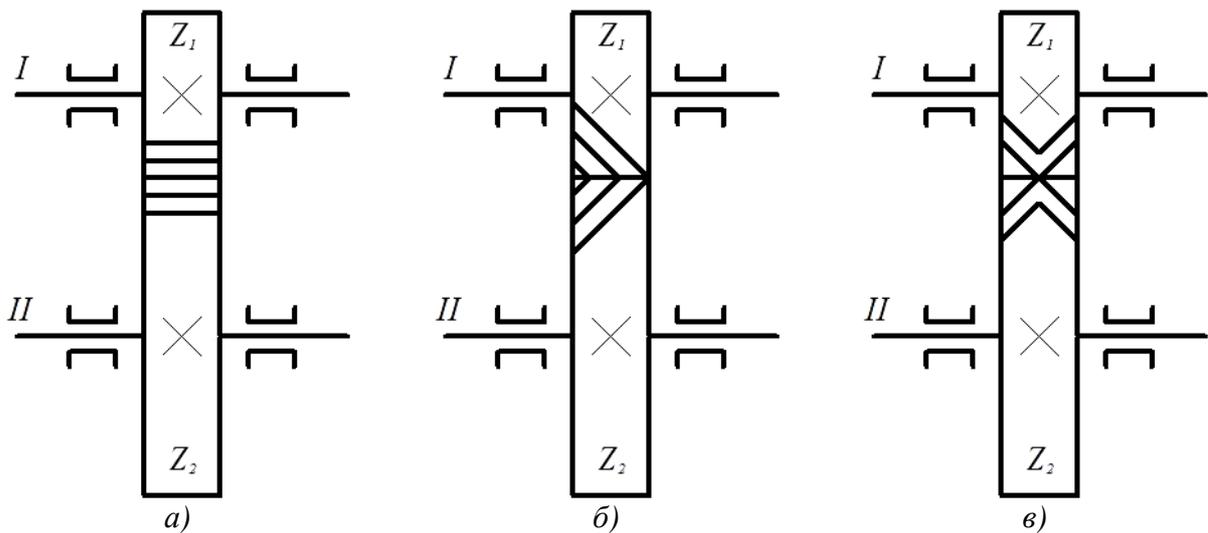


Рисунок 2.21 – Зубчасті передачі: а – прямозубі; б – косозубі; в – шевронні

Терміни визначення та позначення складових елементів зубчастих передач стандартизовано. Термін «зубчасте колесо» для складових ланок зубчастого механізму є загальним. Менше колесо із однієї пари зубчастих коліс, що знаходяться у зачепленні, називають **шестірня**, а більше – **колесо**. Параметрам шестірні присвоюють індекс 1, а параметрам колеса – 2. Тому число зубців на шестірні позначають z_1 , а на колесі – z_2 .

Розрізняють такі діаметри колових поверхонь зубів у торцевому перерізі зубчастих коліс (рисунок 2.22): ділильний d ; початковий d_w ; виступів d_a ; западин d_f .

Ділильне коло d поділяє зубці колеса у торцевому перерізі на головки та ніжки. За початковими колами зубчасті колеса перекочуються під час передачі обертового руху.

Відстань між однойменними профілями сусідніх зубців, виміряна по дузі будь-якого кола зубчастого колеса, називається *коловим кроком* p . Він змінюється залежно від діаметра кола.

Основною характеристикою розмірів зубчастих коліс є *модуль* m , що дорівнює частці від ділення колового кроку по ділильному колу p на число π , тобто

$$m = \frac{p}{\pi} \quad (2.27)$$

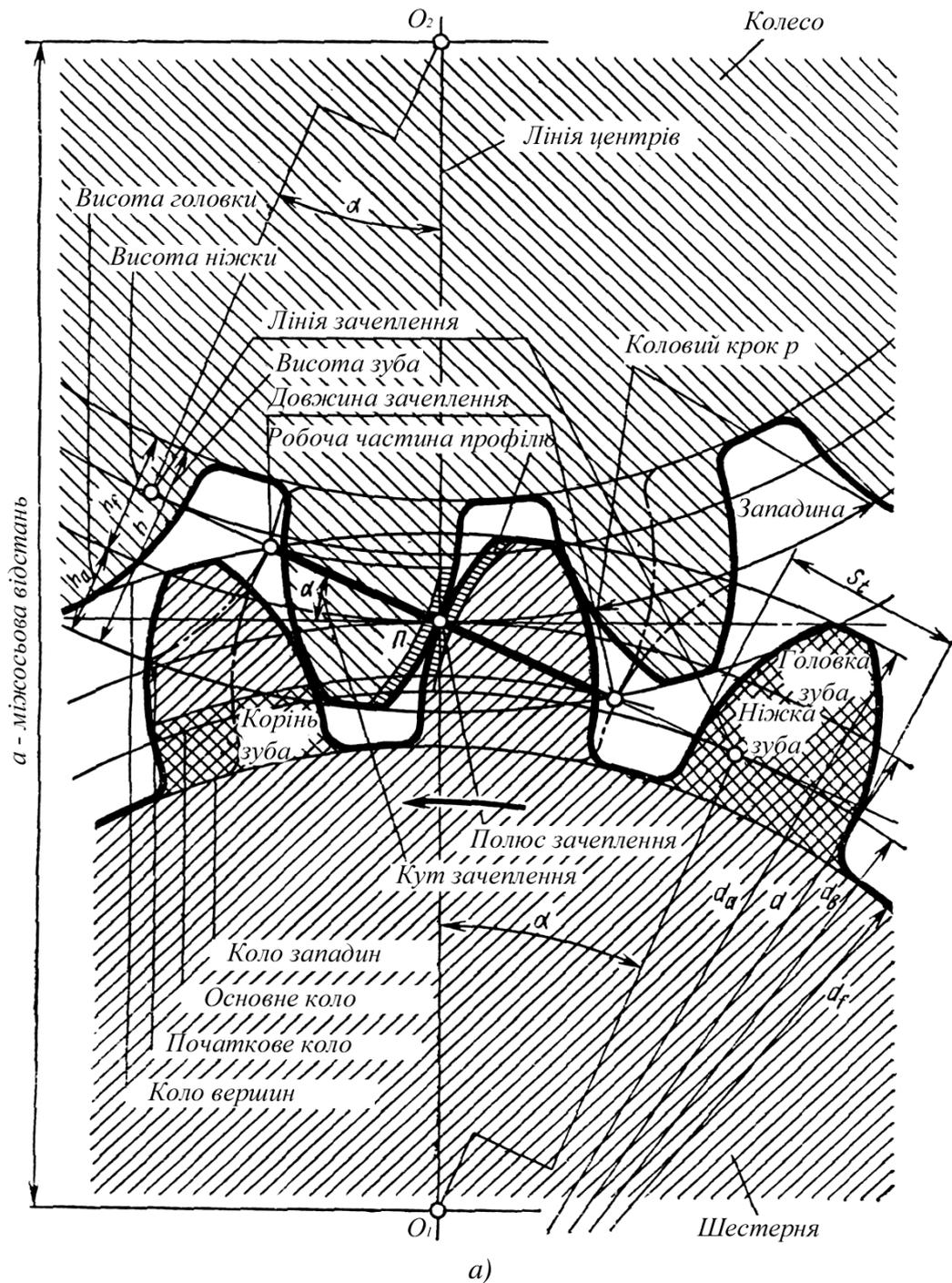


Рисунок 2.22 –Зубчаста передача, аркуш 1:
а – елементи зубчастого зачеплення

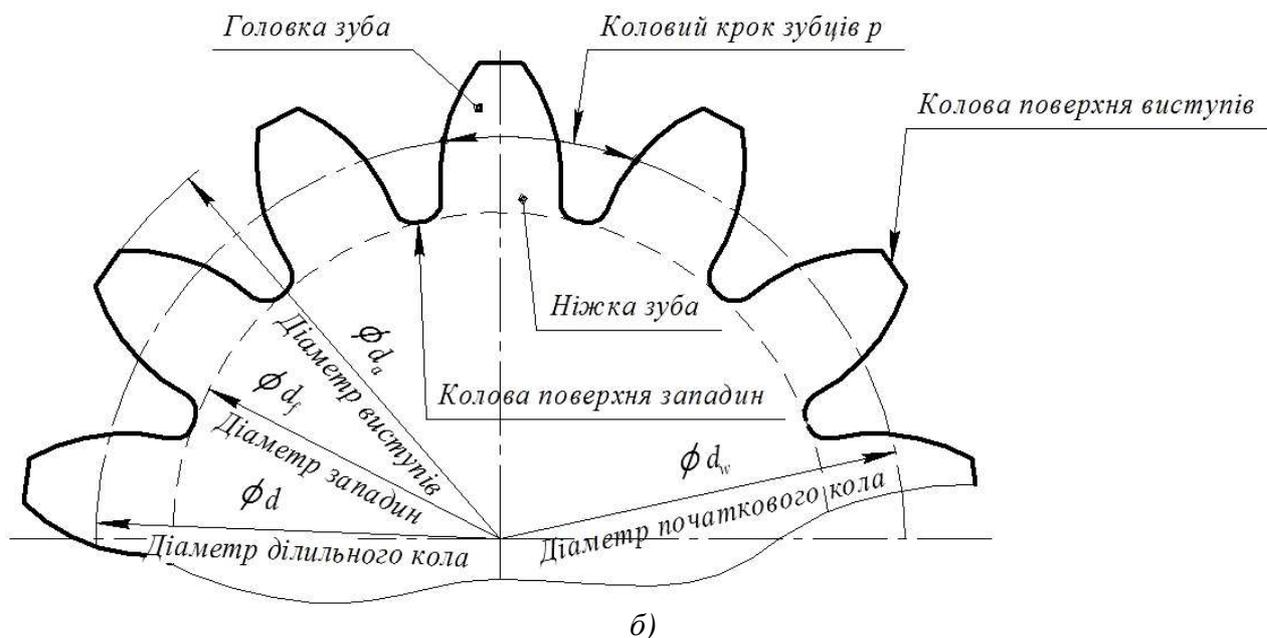


Рисунок 2.22 –Зубчаста передача, аркуш 2:
б) – зубчасте некориговане колесо (вид із торця), $\phi d = \phi d_w$

Враховуючи, що довжина ділительного кола зубчастого колеса $\pi d = pz$, можна визначити, що

$$d = m \cdot z. \quad (2.28)$$

Слід відзначити, що на рисунках 2.22-2.42 вказано ряд геометричних параметрів, які використовуються при побудові графічного зображення та проектування зубчастих зачеплень та не розглядаються у матеріалі підручника.

2.1.4.1 Види зубчастих зачеплень

Евольвентне зачеплення

Евольвентне зачеплення, запропоноване Л. Ейлером у XVIII ст., характеризується тим, що профіль бічних поверхонь зубців утворюється евольвентними кривими. **Евольвентною** називають криву, що випрямляє іншу криву у пряму лінію. Для побудови евольвентного профілю зубців використовують коло, яке називають *основним*. Щоб відрізнити основне коло від інших кіл зубчастих коліс, йому привласнюють індекс *v*. На рисунку 2.23 представлена схема утворення евольвент через випрямлення відповідних дуг основного кола діаметром d_e . Довжини випрямлених дуг основного кола дорівнюють радіусам кривизни евольвент у відповідних точках, тобто

$$\widehat{DA_0} = DA, \widehat{DB_0} = DB, \widehat{DC_0} = DC.$$

За наведеним рисунком можна побачити, що при збільшенні діаметра основного кола до нескінченності евольвенти перетворюється у пряму лінію. Тому зубці на рейках мають бічні поверхні, що утворені прямими лініями. Цю характерну особливість евольвентного зачеплення використовують для виготовлення виконуючих рейок різального інструмента.

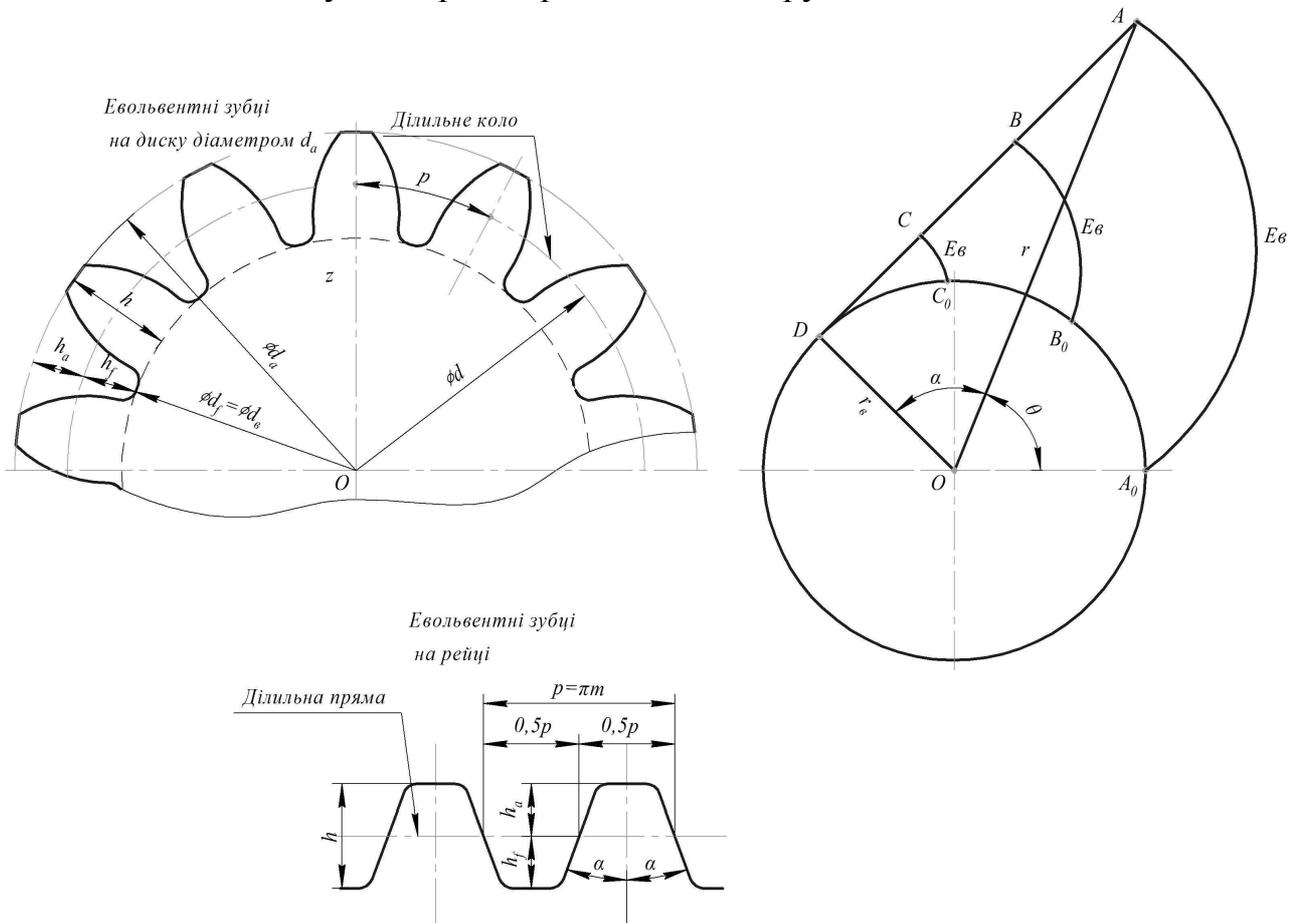


Рисунок 2.23 – Побудова евольвенти кола діаметром $d_g = 2r_g$

Розглянемо рівняння евольвенти. Щоб отримати довільну точку A на евольвенті, визначають координати: радіус вектора r та кут повороту вектора θ . Позначимо кут між променями OA і OD через α . З трикутника OAD знаходимо

$$r = r_g / \cos \alpha .$$

Так як відрізок DA дорівнює довжині дуги DA_0 , то

$$r_g \cdot \operatorname{tg} \alpha = r_g / (\alpha + \theta),$$

звідки

$$\theta = \operatorname{tg} \alpha - \alpha = \operatorname{inv} \alpha . \quad (2.29)$$

Позначений знаком $\operatorname{inv} \alpha$ вираз $(\operatorname{tg} \alpha - \alpha)$ читається як *інволюта* α . Функція $\operatorname{inv} \alpha$ є інволютою (евольвентою) функцією кута α . Для інволютичних

функцій складені відповідні таблиці, за якими за заданим кутом α знаходять $\operatorname{inv}\alpha$.

Циклоїдальне зачеплення

У циклоїдальному зачепленні бічний профіль зубців утворюється циклоїдами. **Циклоїди** – це плоскі траєкторії точок кола діаметром d_n , що називається виконуючим. Воно котиться по іншому колу діаметром d_w і називається початковим (рисунок 2.24). При цьому ніжка зуба окреслюється *гіпоциклоїдою* Γ_{ψ} , тобто плоскою траєкторією точки кола діаметром d_{n2} , що котиться нерухомим колом діаметром d_w всередині нього, а головка зуба – *епіциклоїдою* E_{ψ} , тобто плоскою траєкторією точки кола діаметром d_{n1} , що котиться нерухомим колом діаметром d_w поза ним.

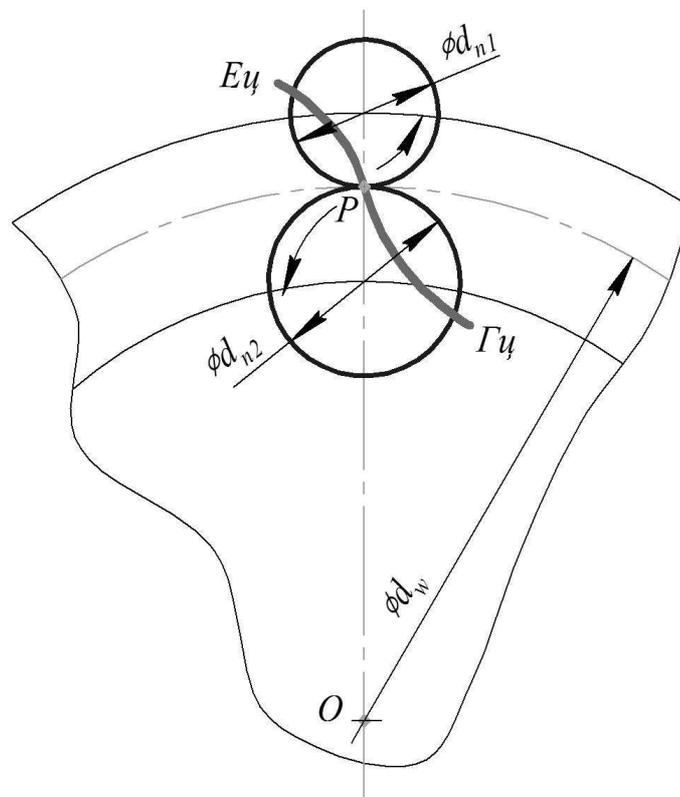


Рисунок 2.24 – Побудова циклоїдального профілю зубців:
 E_{ψ} – епіциклоїда; Γ_{ψ} – гіпоциклоїда; P – полюс зачеплення

Перевага циклоїдального профілю полягає у тому, що контакт зубів відбувається за випукло-увігнутим поверхнями, внаслідок чого зменшуються контактні напруження. Недоліком циклоїдального зачеплення є те, що правильне зачеплення можливе лише при двох відповідних зубчастих колесах і жорсткому допускові на міжцентрову відстань a_w (рисунок 2.25).

Годинникове зачеплення

У механізмах приладів і годинників застосовують годинникове зачеплення. У такому зачепленні головка зуба утворена дугою кола даного радіуса ρ , а ніжка зуба – радіальними прямими (рисунок 2.26). Годинникове зачеплення не має ефективного контактування зубів, тому його використовують переважно в кінематичних парах при незначних моментах, що передаються.

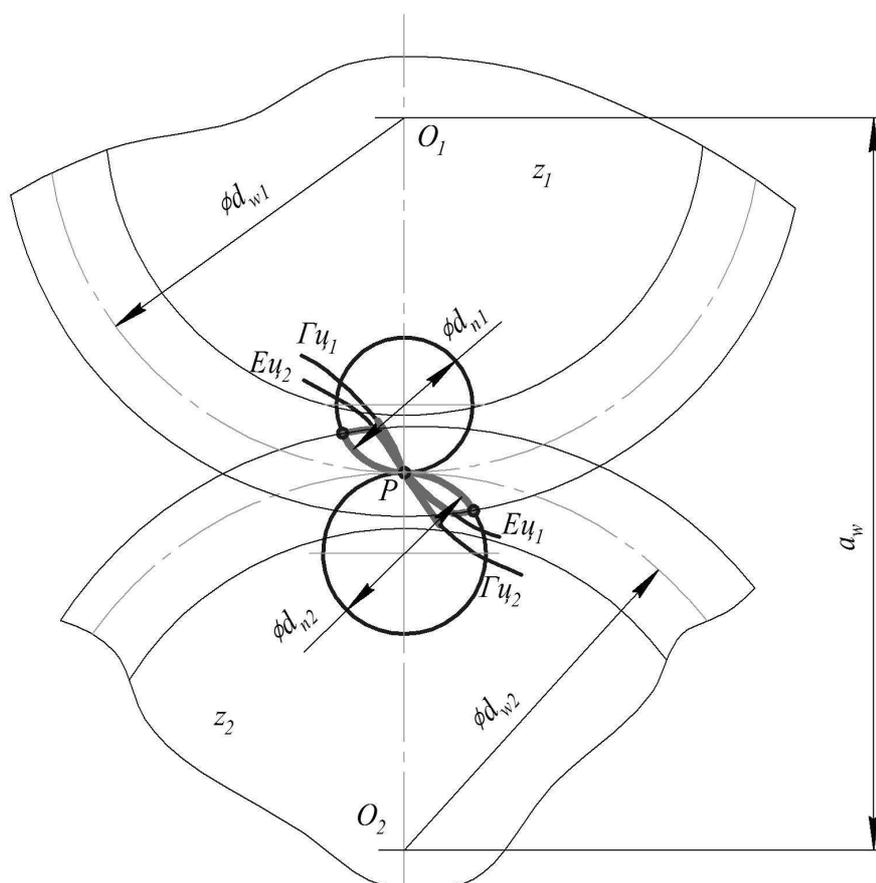


Рисунок 2.25 – Циклоїдальне зачеплення зубчастих коліс z_1 і z_2 :
 $E\psi$ – епіциклоїда; $\Gamma\psi$ – гіпоциклоїда; P – полюс зачеплення

Цівкове зачеплення

Цівкове зачеплення утворює зубчастий механізм, у якому для передачі обертального руху між паралельними валами використовується зубчасте та цівкове колесо.

На рисунку 2.27, а, б представлено зубчастий механізм із цівковим зачепленням [16-21, 27, 28]. Він складається з цівкового колеса 1, зубчастого колеса 2 та основи 3. Цівкове колесо виконано у вигляді диску 4, на ділільному колі якого діаметром d_1 розміщені роликові цівки 5 діаметром d_{ψ} . Профіль зубців спряженого зубчастого колеса виконано так. Головка зуба утворена еквідистантою епіциклоїди $E\psi$, яку отримують при перекочуванні ділільного кола цівкового колеса d_1 , по нерухомому колу діаметром d_2 , що є ділільним

колом зубчастого колеса, в один бік, а ніжка зуба утворена зовнішнім колом роlikової цівки діаметром $d_{ц}$.

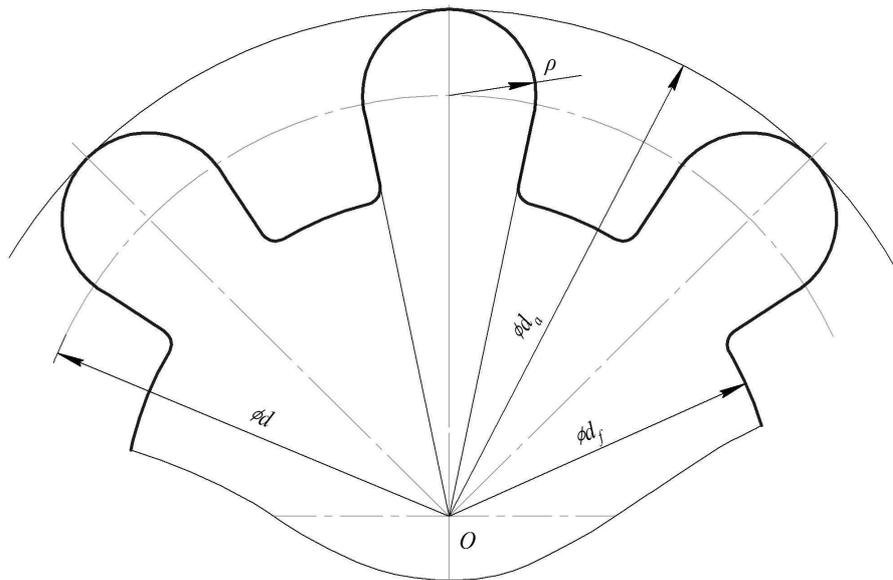


Рисунок 2.26 – Побудова годинникового профілю зубців

Ділильні кола спряжених коліс одночасно є і початковими колами, за якими ланки механізму під час передачі обертового руху перекочуються без ковзання. Точка дотику початкових кіл на лінії центрів O_1O_2 називається **полюсом зачеплення Р**.

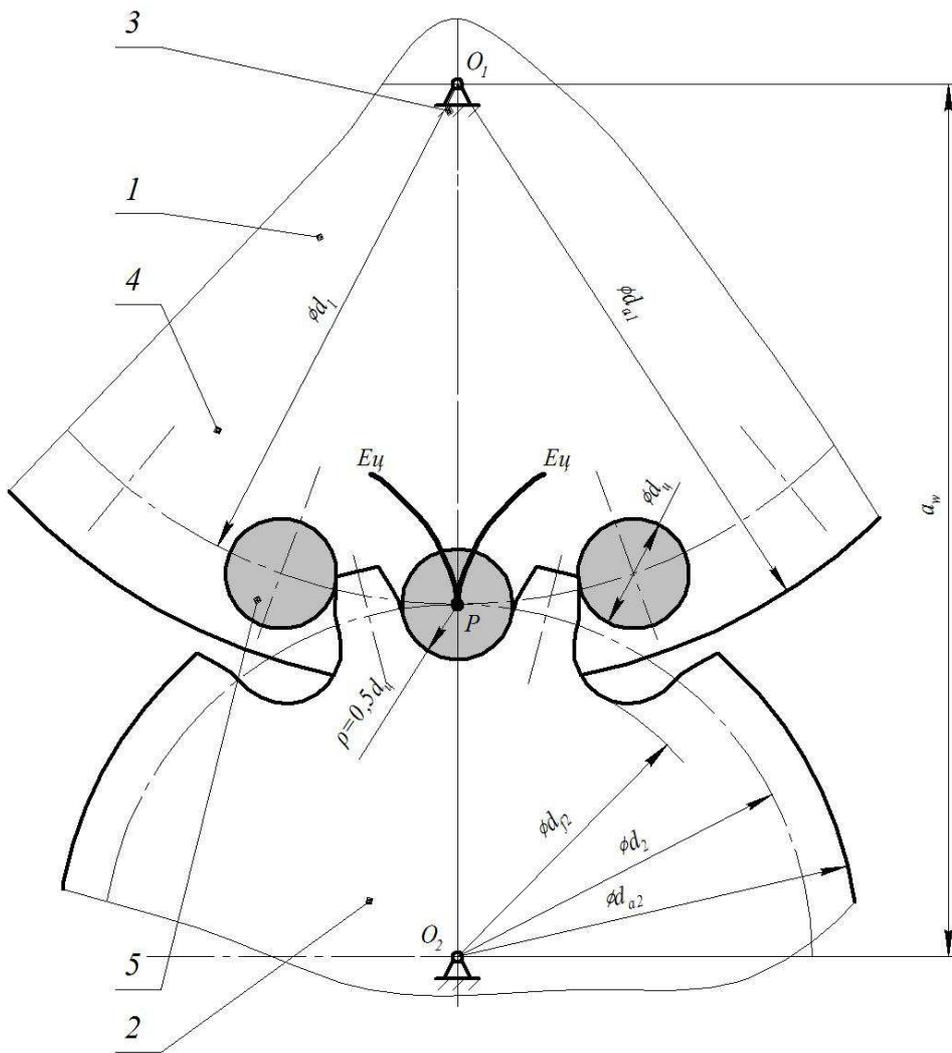
Цівкові механізми застосовуються для передачі незначних зусиль між паралельними валами.

Колове зачеплення

Можливість застосування колового профілю для бічних поверхонь зубців була обґрунтована у 1954 році М.Л. Новіковим. Сутність цієї пропозиції, яка зараз набула широкого поширення, така.

Своїми дослідженнями відомий учений Г.Р. Герц довів, що якщо опукла поверхня торкається увігнутої, то при незначній різниці між радіусами кривизни спряжених поверхонь, пляма контакту може сягати значних розмірів. Тому контактні напруження у цьому випадку будуть незначними у порівнянні із іншими видами зачеплень при одних і тих же геометричних розмірах деталей, що торкаються.

Спираючись на дослідження Г.Р. Герца, М.Л. Новіков запропонував зубці одного колеса зубчастої пари виконувати опуклими, а зубці другого колеса – увігнутими (рисунок 2.28). У нормальному перерізі такі зубці мають коловий профіль. Можна також вважати, що і в торцевому перерізі бічні поверхні зубців окреслені дугами кіл ρ_1 та ρ_2 , причому $\rho_2 > \rho_1$. Торкання таких зубців у торцевій площині відбувається у точці К (рисунок 2.29). Окрім того, менша висота зубців призводить до більшої міцності на згин. Тому зубчасті передачі М.Л. Новікова при рівних габаритах передають у 1,5...2 рази більшу потужність, ніж зубчасті передачі евольвентного зачеплення.



a)



б)

Рисунок 2.27 – Цівкове зачеплення: а – особливості побудови; б – застосування у приводі стрічково-шнєкового змішувача (обернене розташування)

Колове зубчасте зачеплення не має торцевої лінії зачеплення і може існувати лише за наявності осьового перекриття. Тому для збереження безперервності зачеплення передачі М.Л. Новікова виконують косозубими. У них точка контакту переміщується вздовж зубів від одного краю до іншого.

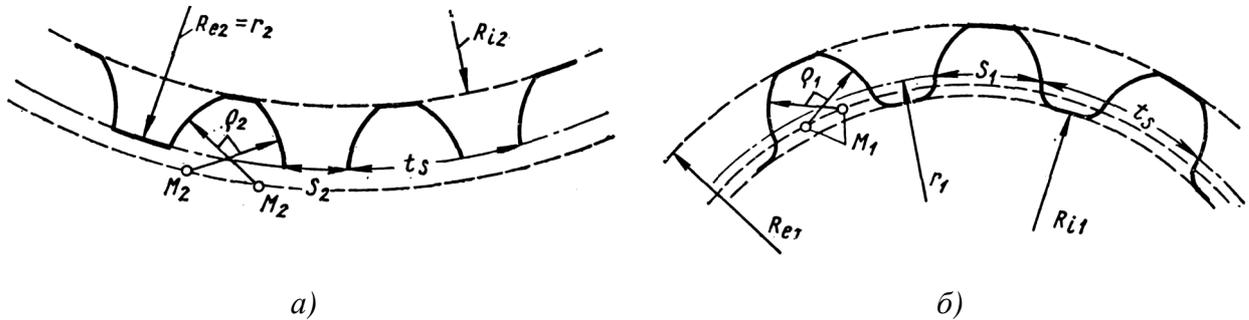


Рисунок 2.28 – Зубчасті колеса із коловим профілем зуба:
а – колесо із увігнутими зубами; б – колесо із опуклими зубами

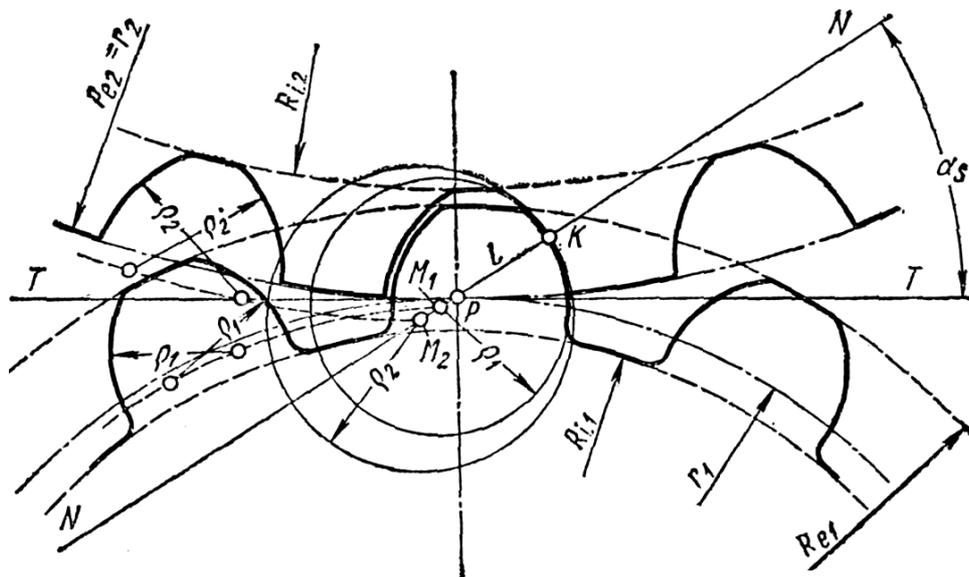


Рисунок 2.29– Побудова профілів колових зубів

Прямолінійне зачеплення

Для деяких зубчастих передач застосовують зубці трикутного або трапецієподібного перерізу із прямолінійними профілями. Прямолінійне зачеплення характерне для хвильових зубчастих передач, що мають у своєму складі пружно деформовані зубчасті колеса. Завдяки деформації гнучкого колеса такі передачі забезпечують високу багатопарність зачеплення зубців (20...40% від загального числа) і високе значення коефіцієнта перекриття, що дає можливість використовувати прямолінійний профіль для бічних поверхонь зубців (рисунок 2.30).

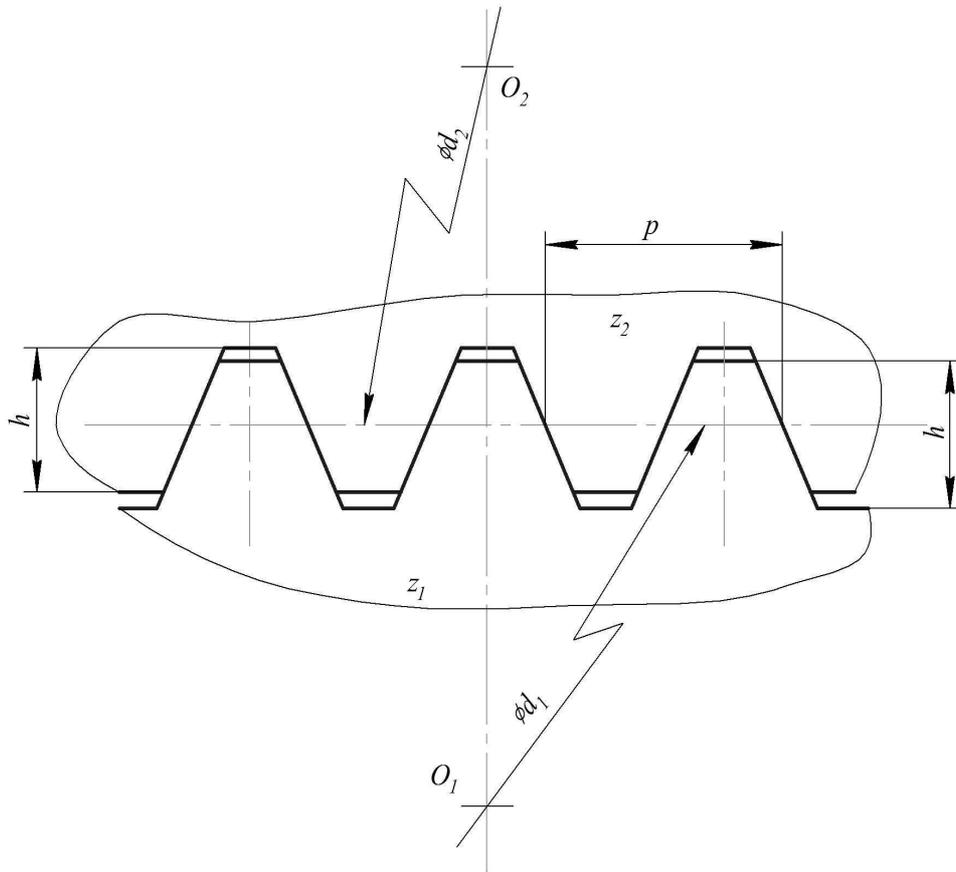


Рисунок 2.30 –Зубчаста передача із прямолінійними профілями зубців спряжених коліс:
 z_1, d_1, z_2, d_2 – число зубців та ділительний діаметр шестірни та колеса
 відповідно; h – висота зуба; p – крок;

Порівняльна оцінка зубчастих зачеплень

Із зазначеного зрозуміло, що найбільш поширеними профілями зубців, що визначають вид зубчастого зачеплення, є: евольвентний, коловий, циклоїдальний, годинниковий, цівковий, прямолінійний. Найбільше застосування у різних галузях машинобудування отримали евольвентний та коловий профілі. Кожен із них має певні переваги та недоліки.

Перевагами евольвентного зубчастого зачеплення є: відносна простота виготовлення; мала чутливість до неточностей міжосьової відстані.

Зубчасті колеса із евольвентним профілем входять у зачеплення при рівному модулі, куті зачеплення та основних геометричних параметрах зубців.

Недоліками евольвентного зачеплення є малі радіуси кривизни опуклих профілів бічних поверхонь зубів, що не дає достатньої контактної міцності, яка визначає несучу здатність зубчастої передачі. Через це внутрішнє евольвентне зачеплення, де відбувається дотик опуклих і увігнутих профілів, має деякі переваги перед зовнішнім зачепленням.

Для колового профілю зубці одного колеса виконують опуклими, а зубці другого колеса – увігнутими. Це сприяє зменшенню контактних напружень і збільшенню навантажувальної здатності зубчастого зачеплення. Тому зубчасті передачі із коловим зачепленням дають можливість (при рівних габаритах)

передавати у 1,5...2 рази більшу потужність порівняно з передачами евольвентного зачеплення.

Однак виготовлення зубчастих коліс із коловим профілем зубців значно складніше та дорожче, ніж зубчастих коліс із евольвентним профілем. Для нарізання зубчастих коліс із коловим профілем одного і того ж модуля необхідно два інструменти: один для нарізання зубів колеса із опуклим профілем і другий для нарізанням зубів колеса із увігнутим профілем.

Вибір того чи іншого зубчастого зачеплення для кожного конкретного випадку застосування обумовлюється техніко-економічними міркуваннями.

2.1.4.2 Передавальна функція зубчастих передач

Розглянемо найбільш просту одноступінчасту зубчасту передачу із зовнішнім зачепленням двох зубчастих коліс z_1 та z_2 (рисунок 2.21, а), що мають паралельні та нерухомі осі валів.

Під час безперервного обертання зубчастого колеса z_1 , яке веде, із постійною частотою n_1 ведене зубчасте колесо z_2 робить чітко визначене число обертів n_2 за одиницю часу завдяки постійному зачепленню зубчастої пари. Тому для цієї і будь-якої зубчастої пари має застосовуватися така пропорційна залежність:

$$n_1 = i \cdot n_2; \quad (2.30)$$

де n_1 – частота обертання ланки, що веде;

n_2 – частота обертання веденої ланки;

i – коефіцієнт пропорційності, що для зубчастих передач називається *передавальним відношенням*.

При $i > 1$ зубчаста передача є такою, що понижує, так як $n_1 > n_2$, і називається *редуктором*; при $i < 1$ зубчаста передача підвищує частоту обертання веденої ланки і називається *мультиплікатором*.

На основі викладеного можна записати, що передавальна функція для зубчастої пари записується так:

$$\varphi_2 = \varphi_1 / i;$$

де φ_1 – кут повороту колеса, що веде;

φ_2 – кут повороту веденого колеса.

Дійсно, $n_1 = i \cdot n_2$ або $\omega_1 = i\omega_2$ та $\frac{d\varphi_1}{dt} = i\frac{d\varphi_2}{dt}$, $d\varphi_1 = id\varphi_2$ та $\varphi_1 = i\varphi_2$. Тому

$$\varphi_2 = \varphi_1 / i.$$

Для зубчастих передач використовують таке поняття як *передавальне число u* , що визначається відношенням більшого числа зубців z_2 колеса до

меншого числа зубців шестірні z_1 . Передавальне число $u = z_2 / z_1$ є частковим випадком передавального відношення $i = n_1 / n_2$. Воно завжди більше одиниці, завжди додатне і належить лише до визначеної пари зубчастих коліс, що знаходяться у зачепленні. Однозначне визначення передавального числа u дозволяє уникнути ймовірності можливих помилок під час розрахунків зубчастих передач більш складних структур, ніж зубчата пара, що розглядається.

2.1.4.3 Основи теорії евольвентного зубчастого зачеплення

Основи теорії евольвентного зубчастого зачеплення розглянемо на прикладі простої циліндричної зубчастої передачі із паралельним розташуванням осей валів та зовнішнім зачепленням зубчастих коліс із прямими зубами.

Основна теорема зачеплення

Ланки, які утворюють вищу кінематичну пару, з'єднують за точками або лініями, які є елементами взаємодіючих ланок. До профілів елементів ланок, що торкаються, може бути проведена загальна нормаль. Для евольвенти, що утворює бічну поверхню зуба, випрямлена дуга основного кола спрямована по нормалі до профілю зуба. У зубчастому зачепленні беруть участь попарно зубці шестірні z_1 і колеса z_2 , контакт яких можливий лише за наявності загальної нормалі до профілю зубів. Геометрична побудова евольвент зубців, що стикаються, свідчить про те, що такою нормаллю $n-n$ може бути лише загальна дотична до основних кіл шестірні та колеса (рисунок 2.31).

Геометричне місце стикання профілів зубців, які контактують, позначене на нерухомій площині. Його називають *лінією зачеплення $n-n$* . Лінія зачеплення перетинає міжцентрову відстань a_w у деякій точці P , яку називають *полюсом зачеплення*.

Лінія зачеплення нахилена до прямої $T-T$, яка перпендикулярна до міжцентрової відстані a_w і проходить через полюс зачеплення P під деяким кутом α , що називають *кутом зачеплення*. Величина кута α залежить від міжцентрової відстані a_w та діаметрів основних кіл зубчастих коліс у зачепленні.

У полюсі зачеплення P зубчасті колеса z_1 і z_2 обкочуються без ковзання за колами, що мають діаметри d_{w_1} та d_{w_2} . Їх називають *початковими*. Розглянемо зубчасті колеса, в яких початкові кола збігаються із тими, що поділяють зубці на головки та ніжки, тобто $d_w = d = 2 \cdot r$ (рисунок 2.31).

Колові швидкості шестірні V_1 та колеса V_2 у полюсі зачеплення P рівні між собою. Тому записуємо: $V_1 = V_2$. Так як $V_1 = r_1 \omega_1$, а $V_2 = r_2 \omega_2$, то $r_1 \omega_1 = r_2 \omega_2$. Отже,

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{d_2}{d_1}, \quad (2.31)$$

тобто передавальне відношення від першої ланки до другої i_{12} зубчастої пари $z_1 - z_2$ дорівнює частці від ділення діаметрів початкових кіл d_w , а в цьому випадку діаметрів ділільних кіл d колеса та шестірні. Враховуючи, що діаметри ділільних кіл пропорційні числам зубців на шестірні z_1 та колесі z_2 , запишемо:

$$i_{12} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1} = u_{12}. \quad (2.32)$$

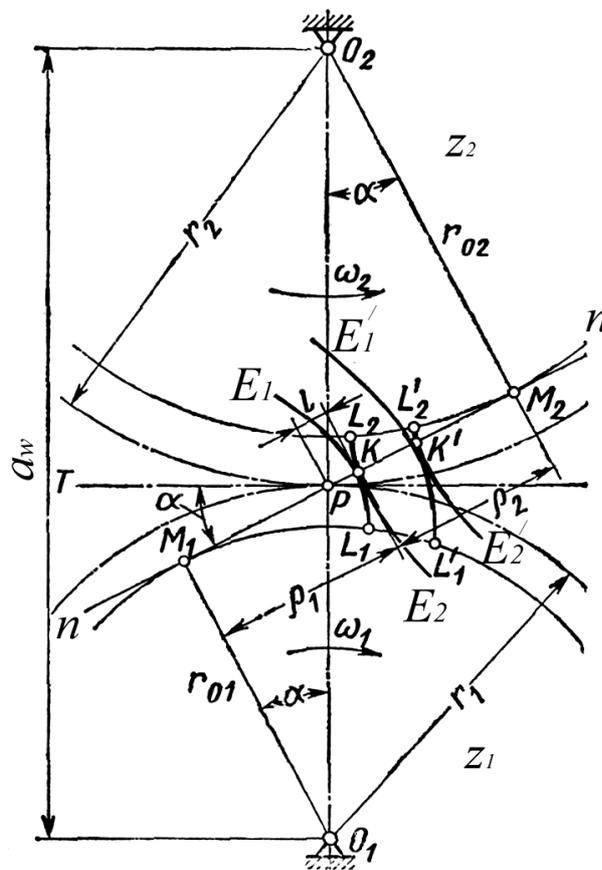


Рисунок 2.31 – Геометрична побудова евольвент зубів, що стикаються, шестірні z_1 та колеса z_2

Відношення z_2 / z_1 називається **передавальним числом** і позначається u_{12} .

На основі визначеного Р. Вільліс у 1841 р. сформулював теорему про зв'язки геометричних параметрів та швидкостей, що утворюють вищу кінематичну пару. У нашому випадку – зубчасте зачеплення.

Загальна нормаль до профілів зубів зубчастих коліс у зачепленні, що проведена через точку дотику початкових кіл, тобто через полюс зачеплення,

поділяє міжцентрову відстань на частини (радіуси), що обернено пропорційні кутовим швидкостям взаємодіючих ланок.

Дійсно, для постійності передавального відношення i необхідно, щоб загальна нормаль до профілів зубців у зачепленні, проведена в будь-якому положенні евольвент, що торкаються, проходила через одну точку на лінії центрів та ділила міжцентрову відстань у незмінній пропорції.

Дуга зачеплення та перекриття

У процесі зачеплення зубчастих коліс кожен зуб шестірні контактує із певним зубом колеса по лінії зачеплення та проходить при цьому своїм початковим колом $d_{w1} = 2r_{w1}$ певний шлях, що називається **дугою зачеплення шестірні** $l_{ш}$ (рисунок 2.32). Такий же шлях, але лише за своїм початковим колом d_{w2} , проходять і зубці колеса у процесі зачеплення із шестірнею. Довжину дуги зачеплення колеса позначимо l_k . Так як зубчасті колеса у зачепленні котяться один за одним за початковими колами, то очевидно, що дуга зачеплення шестірні $l_{ш}$ дорівнює дузі зачеплення колеса l_k , тобто $l_{ш} = l_k = l$.

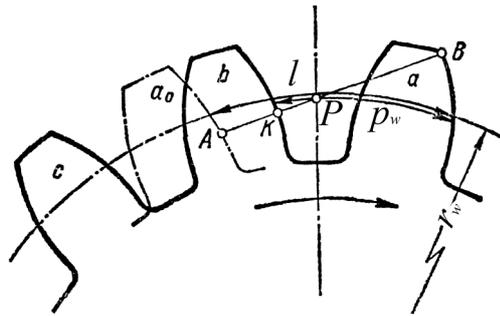


Рисунок 2.32 – Дуга зачеплення l та коловий крок p_w за початковим колом, радіус якого r_w

Відношення дуги зачеплення l до кроку зубців p_w на початковому колі називається **торцевим перекриттям** і позначається

$$\varepsilon_m = l / p_w. \quad (2.33)$$

Величина коефіцієнта торцевого перекриття ε_m коливається у процесі зачеплення. Нормальна робота зубчастого зачеплення можлива при середньому коефіцієнті торцевого перекриття $\varepsilon_m > 1,05$.

Характерною особливістю косозубих зубчастих коліс є **осьовий коефіцієнт перекриття** ε_{oc} , величина якого може сягати 8...10. Глумачення коефіцієнта осьового перекриття розглядають у курсі „Деталі машин”.

Коефіцієнт перекриття показує число пар зубців, що в середньому знаходяться у зачепленні, і цим характеризує плавність роботи зубчастого зачеплення.

Ковзання зубів

У процесі зачеплення кожна пара зубів шестірні та колеса не лише перекочується профілями, але й ковзає одна по одній. Саме тому розглянемо позаполюсне зачеплення двох зубів шестірні 1 та колеса 2, що наведено на рисунку 2.33. Надамо усім складовим частинам зубчастого механізму у т.ч. й основі 3 від'ємної кутової швидкості ланки 1 – ω_1 . При цьому ланка 1 зупиниться, тому що її кутова швидкість стане рівною нулю ($\omega - \omega_1 = 0$), ланка 2 отримає кутову швидкість $\omega_2 - \omega_1$, а основа 3 почне обертатися із кутовою швидкістю $-\omega_1$. В оберненому механізмі зуб колеса 2 матиме можливість виконувати два рухи: кочення навколо центра кривизни зуба і ковзання відносно профілю зуба шестірні 1. На бічних поверхнях зубів виникають сили опору кочення і сили тертя ковзання. Враховуючи малу величину сил тертя кочення порівняно із тертям ковзання, у розрахунках силами тертя кочення знехтуємо.

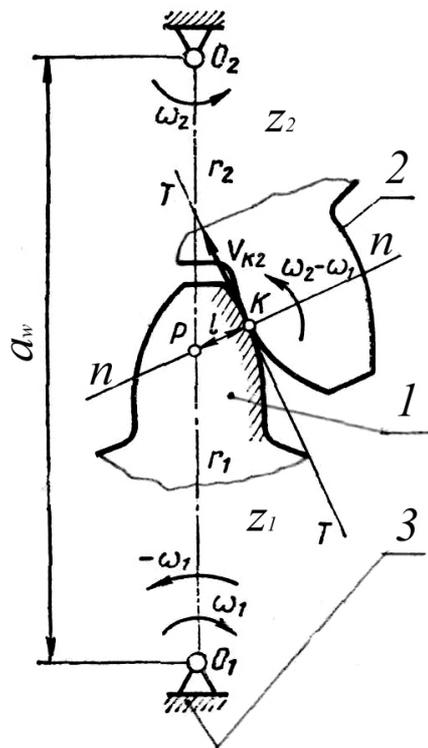


Рисунок 2.33 – Ковзання зубів шестірні z_1 та колеса z_2

Точка дотику K , що належить зубу колеса 2, переміщується відносно полюса зачеплення P із коловою швидкістю V_{k2} , яка визначається

$$V_{k2} = l(\omega_2 - \omega_1),$$

де l – відстань точки K до полюса зачеплення P .

Таким чином, бачимо, що у рухові зуб колеса 2 ковзає профілем зуба шестірні 1 зі швидкістю V_{k2} . Через тертя від ковзання виникає зношування

бічних поверхонь зубів і призводить до неминучості витрат потужності, що передається.

Останню формулу можна записати так:

$$V_{к2} = l\omega_2(1 - \omega_1 / \omega_2) = l\omega_2(1 - i_{12}).$$

Бачимо, що внутрішнє зачеплення із позитивним передавальним відношенням i_{12} вигідніше зовнішнього зачеплення, для якого передавальне відношення i_{12} є від'ємним.

Відповідно до [1] питома швидкість ковзання зубів колеса 2 визначається

$$c_2 = \frac{l}{\rho_2}(i_{12} - 1),$$

а питома швидкість ковзання зубів шестірні 1

$$c_1 = \frac{l}{\rho_1}(i_{21} - 1), \quad (2.34)$$

де ρ_1, ρ_2 – радіуси кривизни профілів зубів шестірні та колеса у певному положенні.

2.1.4.4 Виготовлення зубчастих коліс

Виготовлення зубчастих коліс виконують штампуванням, литвом або різанням. Найбільш поширеним методом, безумовно, є різання. Нарізання зубчастих вінців виконується двома способами: копіюванням і обкочуванням.

При конструюванні різальний інструмент виконують за формою, що відповідає западині між зубами. Такий інструмент прорізує западини поміж зубами і формує зубці на тілі заготовки, що періодично повертається на крок між зубами.

При обкочуванні різальний інструмент, що являє собою зубчастий вінець певного модуля, здійснює із заготовкою процес зубчастого зачеплення, що призводить (при відповідних рухах різання) до утворення на тілі заготовки западин між зубами.

Відслідкувати процес нарізання зубчастого вінця на диску обкочуванням можна при використанні різального інструмента у вигляді гребінки із кроком p . У поздовжньому перерізі гребінка являє собою виконуючу рейку із рівною висотою головки і ніжки зуба ($h_a = h_f$), сума яких становить повну висоту зуба h_e (рисунок 2.34). При нарізанні зубів на диску діаметром d_a гребінка встановлюється так, щоб її ділильна пряма була дотичною до ділильного кола діаметром d майбутнього колеса (рисунок 2.35). Далі гребінці задають лінійну швидкість переміщення V за дотичною до ділильного кола зубчастого колеса,

що нарізається. Останнє обертають із частотою n_2 , яка забезпечує колову швидкість заготовки на ділільному колі V_d , що дорівнює швидкості переміщення гребінки V .

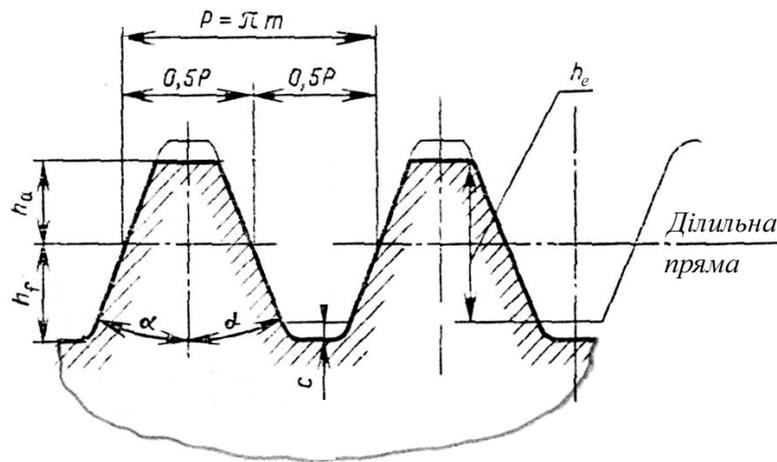


Рисунок 2.34 – Контур гребінки у поздовжньому перерізі

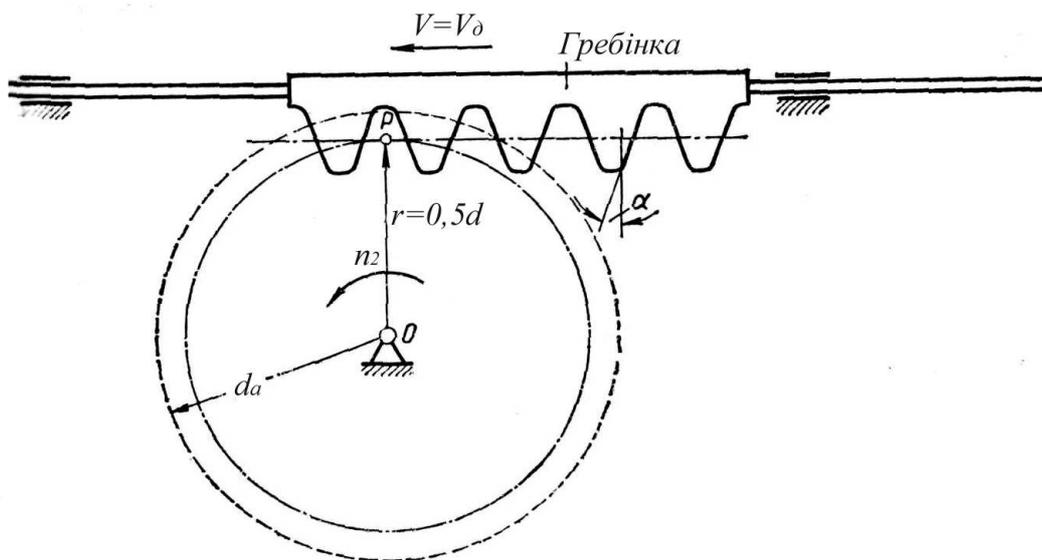


Рисунок 2.35 – Схема нарізання зубців на диску гребінкою

Так виникає зубчасте зачеплення дискової заготовки із гребінкою. Його доповнює рух різання гребінки за нормаллю до площини розміщення заготовки і гребінки. Це призводить до нарізання западин між зубами, тобто до утворення зубчастого вінця. Так як головка і ніжка зуба на виконуючій рейці мають однакову висоту $h_a = h_f$, то поверхня западин на гребінці проходить над заготовкою із деяким проміжком c (рисунок 2.34), що полегшує різання, а головка зуба на рейці висотою h_a нарізає западину на тілі заготовки глибиною h_f , що дорівнює висоті ніжки зуба зубчастого колеса, що нарізається.

Найменше число зубів

Рейку можна виконати нескінченної довжини та нарізати на ній нескінченне число зубів. На диску можна нарізати скінчене число зубів z певного модуля m , перетворюючи диск у зубчасте колесо.

При зменшенні числа зубів z та відповідній зміні діаметра ділильного кола $d = m \cdot z$ евольвентний профіль зуба набуває усе більшої кривизни, зуб стає більш опуклим і зменшується за товщиною у основи (рисунок 2.36). При деякому мінімальному числі зубів z_{\min} виконавча рейка різального інструмента починає підрізати ніжку зуба біля основи. Відбувається це тому, що поверхня вершин зубів різального інструмента перетинає лінію зачеплення у точці, що знаходиться за межами точки дотику лінії зачеплення із основним колом зубчастого колеса, що нарізається. Підрізаний зуб стає причиною заклинювання зубчастого зачеплення і суттєво зменшує міцність зубчастого вінця. Відповідно до [3] найменше число зубів, що дає можливість уникнути підрізання ніжки зуба при нарізанні зубчастого вінця і заклинювання зубів при зачепленні, становить $z = 17$. Зменшити підрізання зубів та виправити форму зуба можна за допомогою *коригування*.

Коригування

Коригування – це технологічний спосіб виправлення форми зубів через зміщення ділильної прямої виконавчої рейки різального інструмента. Коригування виконують стандартним різальним інструментом, що формує западини на зубчастому вінці. За трудомісткістю цей спосіб не відрізняється від операції нарізання некоригованих зубів, тому є дієвим прийомом збільшення контактної витривалості та міцності зубів на згин. Використовуються два способи коригування: *висотне* та *кутове*.

Висотне коригування зубів виконують за допомогою радіального зміщення ділильної прямої виробничої рейки різального інструмента відносно ділильного кола зубчастого колеса, що нарізається (рисунок 2.37). Діаметр основного кола не змінюється, тобто залишається таким, як і до коригування, а діаметр початкового кола змінюється і не збігається із діаметром ділильного кола. Позитивне зміщення полягає у тому, що ділильну пряму виконавчої рейки переміщують на деяку відстань $a = xm > 0$ від ділильного кола, тобто пропорційно модулю нарізаного зубчастого вінця і далі від центра дискової заготовки. При від'ємному зміщенні ділильну пряму виконавчої рейки встановлюють так, щоб вона перетинала ділильне коло нарізаного зубчастого вінця, тобто переміщують ближче до центра заготовки на відрізок $a = xm < 0$. Зазвичай позитивному зміщенню на шестірні a_1 відповідає рівне, але протилежне за знаком зміщення на колесі – a_2 . При цьому сумарний коефіцієнт зміщення $x = x_1 + x_2$ буде дорівнювати нулю, а міжцентрова відстань зубчастої пари a_w не змінюється.

Однак при сумарному коефіцієнті зміщення $x > 0$ товщина зубів за ділильним колом як у шестірні, так і у колеса збільшується. У цьому випадку для забезпечення нормального зачеплення необхідно розсунути зубчасті колеса, які зчеплені, тобто збільшити міжосьову відстань a_w , що призведе до збільшення початкових кіл d_{w1} та d_{w2} зубчастих коліс і до збільшення кута зачеплення α . Таким чином, відбудеться кутова корекція.

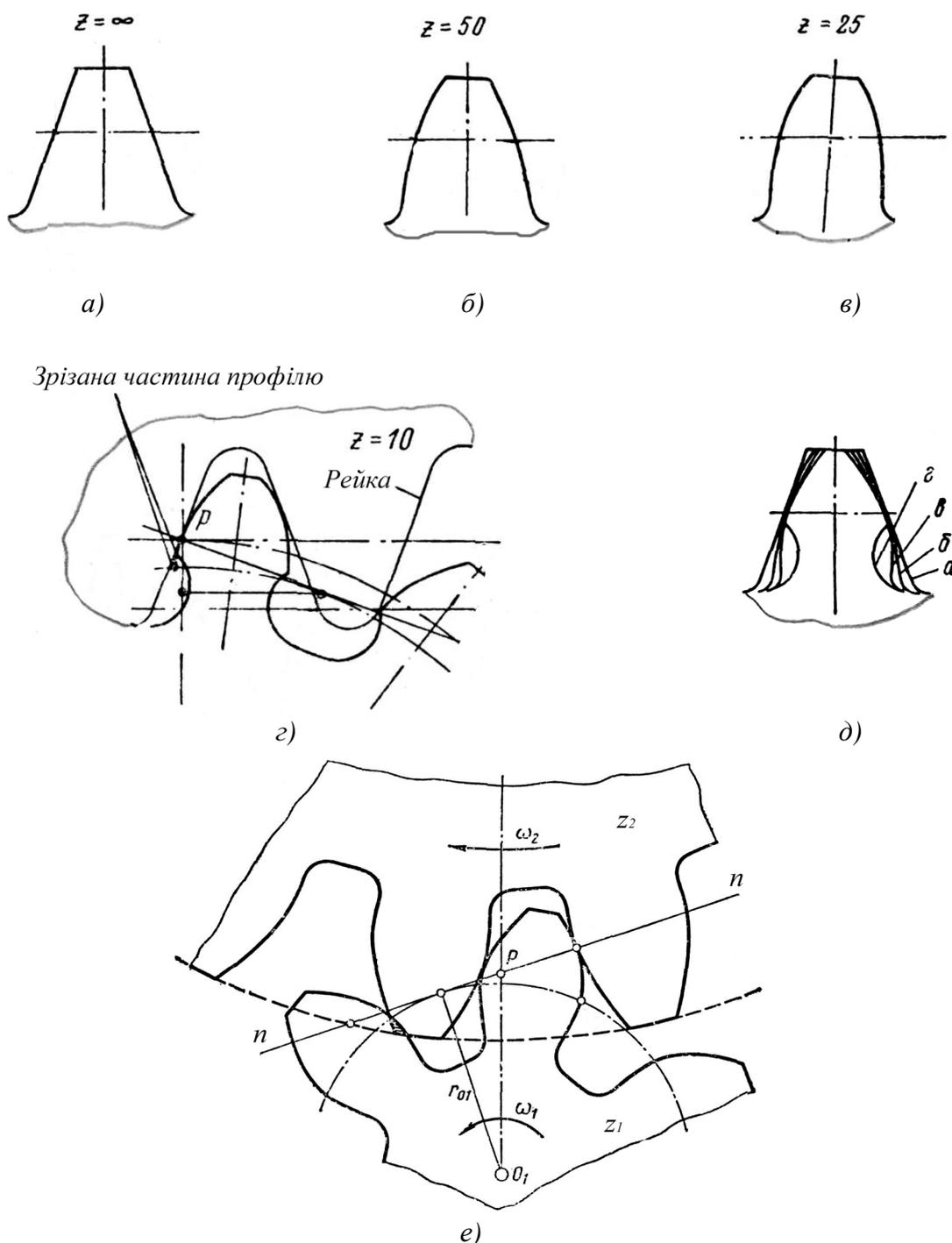


Рисунок 2.36 – Зміна профілю залежно від числа зубів z (а, б, в), підрізання ніжки зуба (г, д) та заклинювання зубів (е) при зовнішньому зачепленні

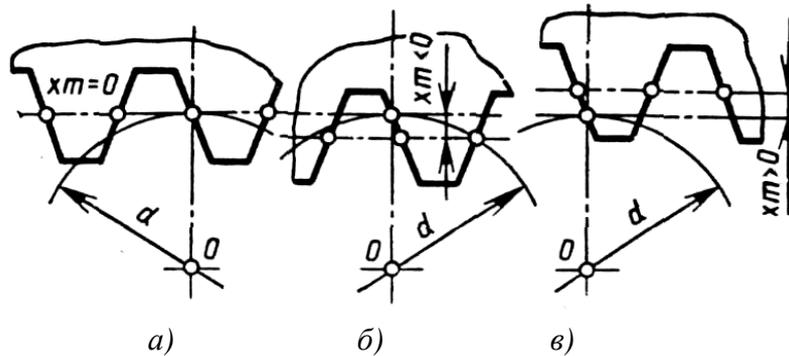


Рисунок 2.37 – Схеми зміщення рейки у виконанні відносно діаметра ділительного кола d зубчастого колеса, що нарізається: а – нульове; б – негативне; в – позитивне

Кутова корекція здійснюється при сумарному висотному коефіцієнті зміщення, що не дорівнює нулю, тобто при $x \neq 0$, і полягає у зміні міжцентрової відстані a_w зубчастої пари на деяку величину, що призводить до зміни кута зачеплення α .

2.1.4.5 Коефіцієнт форми зуба

У зубчастому зачепленні сили діють за нормаллю до профілів зубів, якою є лінія зачеплення (рисунок 2.38). Зубці розглядають як балки, що защемлені одним кінцем в ободі зубчастого колеса. У цьому випадку напруження згину в основі зуба визначається за формулою:

$$\sigma = M / W, \quad (2.35)$$

де M – момент згину;

W – момент опору защемленої балки, тобто зуба.

Момент згину

$$M = e \cdot F_n,$$

де F_n – сила, що діє на зуб по лінії зачеплення (рисунок 2.39);

e – найменша відстань (перпендикуляр) від центра мас небезпечного перерізу до лінії зачеплення.

Момент опору зуба як балки прямокутного перерізу

$$W = bh^2 / 6,$$

де h – товщина зуба біля основи;

b – довжина зуба (ширина зубчастого вінця).

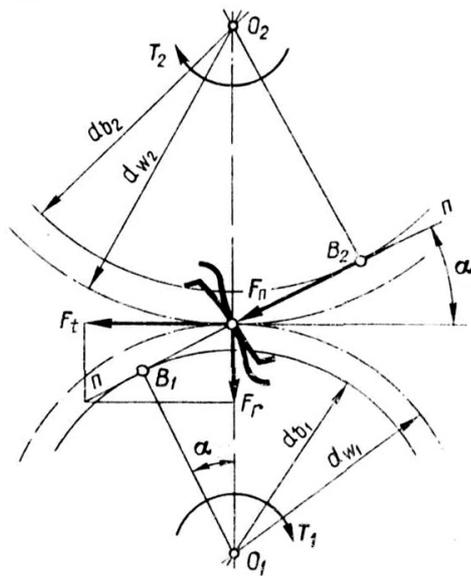


Рисунок 2.38 – Сили, що діють у зачепленні прямозубих зубчастих коліс: T_1, T_2 – обертові моменти шестірні та колеса; F_t, F_r – колова та радіальна складові сили F_n , що діє на зуб по лінії зачеплення $n-n$

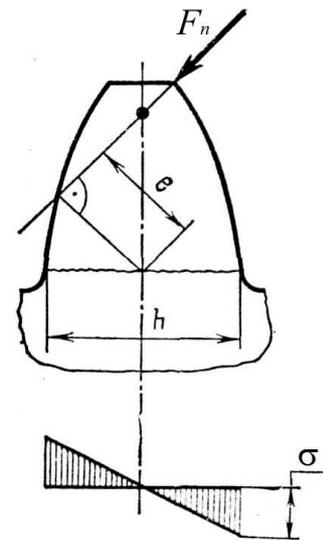


Рисунок 2.39 – Сила згину зуба F_n

Враховуючи, що відрізки e та h пропорційні модулю зубчастого колеса m , тобто $e = k_e m$ та $h = k_h m$, а нормальна сила $F_n = F_t / \cos \alpha$ (тут F_t – колове зусилля, а α – кут зачеплення), записують, що

$$\sigma = \frac{6 \cdot k_e \cdot m \cdot F_t}{\cos \alpha \cdot b \cdot k_h^2 \cdot m^2} = \left(\frac{6 \cdot k_e}{k_h^2 \cdot \cos \alpha} \right) \cdot \frac{F_t}{b \cdot m}.$$

Вираз у дужках називають коефіцієнтом форми зуба і позначають Y . Тоді

$$\sigma = Y \frac{F_t}{b \cdot m}. \quad (2.36)$$

Коефіцієнт форми зуба є функцією числа зубів z та коефіцієнта зміщення x ділильної прямої рейки у виконанні різального інструмента відносно діаметра ділильного кола зубчастого колеса, тобто

$$Y = f(z, x). \quad (2.37)$$

2.1.4.6 Коефіцієнт контактних напружень

При зачепленні бічні поверхні зубів зазнають контактних напружень, які пульсують. Їх величина відповідно до досліджень Г.Р. Герца, визначається за формулою:

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{E}{2\pi(1-\mu^2)} \cdot \frac{F_n}{b\rho}}, \quad (2.38)$$

де E – приведений модуль пружності матеріалів зубчастої пари, $E = 2E_1E_2 / (E_1 + E_2)$ (тут E_1, E_2 – модулі пружності матеріалів шестірні та колеса);

ρ – радіус приведеної кривизни профілів, які контактують, що визначається $1/\rho = (1/\rho_1) \pm (1/\rho_2)$ (тут ρ_1, ρ_2 – радіуси кривизни профілів шестірні та колеса у певному положенні, знак «+» належить до зовнішнього зачеплення, а «-» – до внутрішнього);

μ – коефіцієнт Пуассона;

F_n – нормальна сила, що діє за лінією зачеплення.

У полюсі зачеплення P (рисунок 2.40) радіуси кривизни евольвент шестірні ρ_1 та колеса ρ_2 визначаються за формулами:

$$\rho_1 = r_{w1} \sin \alpha \quad \text{та} \quad \rho_2 = r_{w2} \sin \alpha.$$

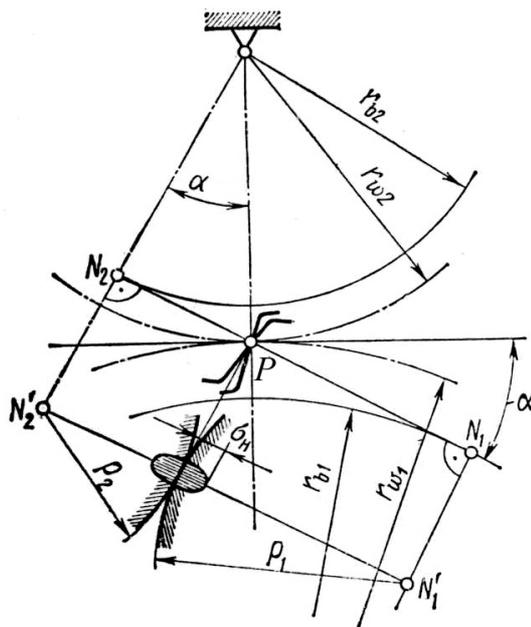


Рисунок 2.40 – Схема контакту зубів

Отже,

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{r_{w1} \sin \alpha} \pm \frac{1}{r_{w2} \sin \alpha}$$

Звідси

$$\rho = \frac{d_{w1} \sin \alpha}{2} \cdot \frac{i_{12}}{i_{12} \pm 1}.$$

Враховуючи, що нормальна сила $F_n = F_t / \cos \alpha$ (F_t – колова сила, α – кут зачеплення), записують, що

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{4E}{2\pi(1-\mu^2)} \frac{F_t}{\sin 2\alpha} \frac{i_{12} \pm 1}{bd_{w1} i_{12}}}$$

Для вуглецевих сталей $\mu = 0,3$ та некоригованих зубчастих коліс $d_{w1} = d_1$, тоді

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{0,7E}{\sin 2\alpha} \frac{F_t}{bd_1} \frac{i_{12} \pm 1}{i_{12}}}$$

Звівши отриманий вираз до квадрата, маємо

$$\sigma_n^2 = \frac{0,7E}{\sin 2\alpha} \frac{F_t}{bd_1} \frac{i_{12} \pm 1}{i_{12}} \text{ або } \frac{\sin 2\alpha \cdot \sigma_n^2}{0,7E} = \frac{F_t}{bd_1} \frac{i_{12} \pm 1}{i_{12}}$$

Позначивши ліву частину виразу через C_n , знаходимо

$$C_n = \frac{F_t}{bd_1} \frac{i_{12} \pm 1}{i_{12}} \quad (2.39)$$

Сумарна величина C_n має розмірність напруження та називається *коефіцієнтом контактних напружень*.

Отже, якість зубчастого зачеплення можна оцінювати за такими показниками:

- коефіцієнтом перекриття ε ;
- коефіцієнтом питомого ковзання C ;
- коефіцієнтом форми зуба Y ;
- коефіцієнтом контактних напружень C_n .

2.1.4.7 Основні показники зубчастого зачеплення

Найпростіший зубчастий механізм зображено на рисунку 2.16, а. Він складається із двох ланок 1 і 2, виконаних у вигляді зубчастих коліс: шестірні z_1 і колеса z_2 , що закріплені на валах I і II. Ланка, що веде, – 1, ведена – ланка 2. Зубчасті колеса утворюють між собою вищу кінематичну пару, тобто зубчасте зачеплення. До основи 3 зубчасті колеса приєднані однорухомими кінематичними парами обертової дії. Такий механізм має функціональну здатність, що дорівнює одному ступеню вільності. Він призначений для передачі обертового руху від вала I до вала II.

До параметрів меншого зубчастого колеса, тобто шестірні, додаємо індекс 1, а до параметрів більшого зубчастого колеса, що називається просто колесом, додаємо індекс 2.

Зубчасті колеса (рисунок 2.41) мають такі геометричні параметри:

- шестірня із числом зубів z_1 : d_{f1} – діаметр кола западин зубів; d_1 – діаметр ділильного кола, що ділить зуби на головки та ніжки; d_{a1} – діаметр кола вершин зубів (зовнішній діаметр шестірні); h – висота зуба; h_{f1} – висота ніжки зуба; h_{a1} – висота головки зуба p – коловий крок зубів за ділильним колом;

- колесо із числом зубів z_2 : d_{f2} – діаметр кола западин зубів; d_2 – діаметр ділильного кола; d_{a2} – діаметр кола вершин зубів; h – висота зубів; h_{f2} – висота ніжки зуба; h_{a2} – висота головки зуба; p – коловий крок зубів за ділильним колом.

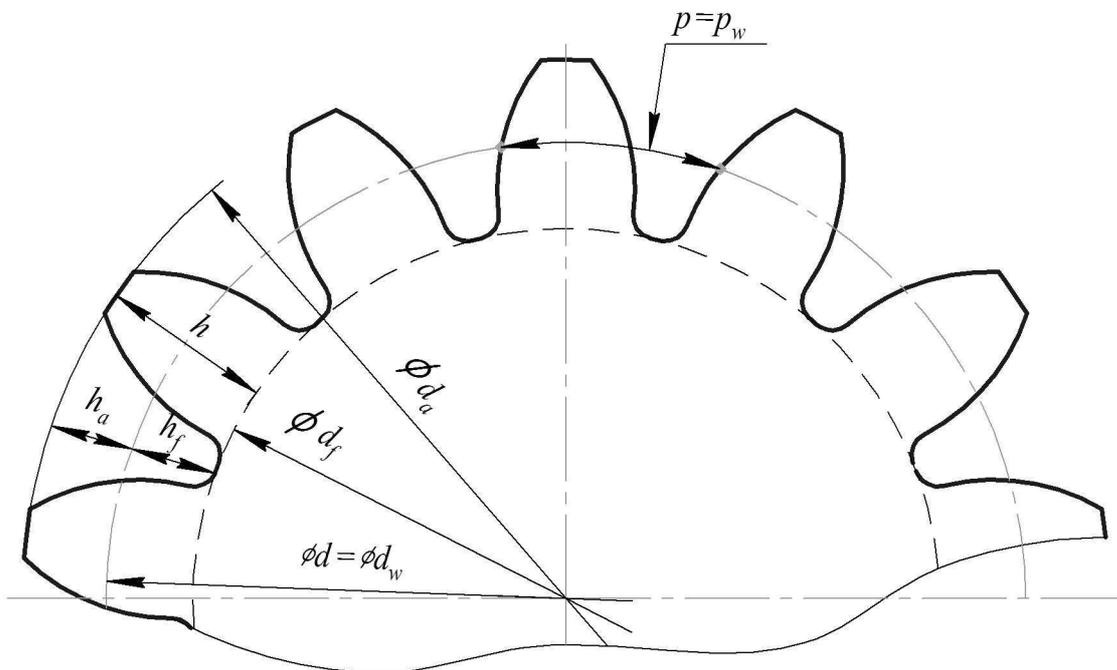


Рисунок 2.41 – Зубчасте колесо

Усі геометричні параметри зубчастих коліс визначають через певну величину, що називається *модулем*. Ще раз нагадаємо, що його позначають латинською літерою m . Виражаючи довжину ділильного кола через число π і коловий крок p , отримуємо рівність

$$\pi d = pz \text{ або } d = \frac{p}{\pi} z = mz,$$

тобто модуль дорівнює частці від ділення колового кроку p на число π .

Модуль є основною характеристикою зубчастого зачеплення. Його визначають у міліметрах.

Для некоригованих зубчастих коліс ділильне коло збігається із початковим, тобто тим, за яким зубчасті колеса під час передачі обертового руху обкочуються без ковзання. Початковим колам призначають індекс w . Тому для шестірні $d_1 = d_{w1}$, а для колеса $d_2 = d_{w2}$.

Геометричні параметри шестірні та колеса, виражені через модуль, дорівнюють:

$$\begin{aligned}
 d_1 &= mz_1 = d_{w1}, & d_2 &= mz_2 = d_{w2}, \\
 h_1 &= 2,25m, & h_2 &= 2,25m, \\
 h_{f1} &= 1,25m, & h_{f2} &= 1,25m, \\
 h_{a1} &= m, & h_{a2} &= m, \\
 d_{f1} &= m(z_1 - 2,5), & d_{f2} &= m(z_2 - 2,5), \\
 d_{a1} &= m(z_1 + 2), & d_{a2} &= m(z_2 + 2), \\
 p_1 &= p_{w1} = \pi m, & p_2 &= p_{w2} = \pi m.
 \end{aligned}$$

Міжцентрова відстань зубчастої пари $z_1 - z_2$:

$$a_w = \frac{m}{2}(z_1 + z_2). \quad (2.40)$$

Для нормального зубчастого зачеплення необхідно, щоб колові кроки шестірні p_1 та колеса p_2 були рівними, а зуби були однакової висоти. Висота головки зуба шестірні буде меншою від висоти ніжки зуба колеса і навпаки на величину

$$c = h_{f1} - h_{a2} = 0,25m \text{ та } c = h_{f2} - h_{a1} = 0,25m.$$

Через це у зубчастій передачі утворюється радіальний проміжок c , що забезпечує безперешкодне проходження зубів відносно один одного у процесі зачеплення.

У зубчастому зачепленні також виконують бічний проміжок δ за початковими колами зубчастих коліс, що знаходяться у зачепленні, такої величини, щоб сума товщин зубів за початковими колами шестірні I_1 та колеса I_2 була меншою від колового кроку на величину δ , тобто

$$(I_1 + I_2) - \delta = p.$$

Радіальний s проміжок і бічний проміжок δ необхідні для створення умов роботи зубчастого зачеплення при ймовірних неточностях виготовлення та складання, тепловому розширенні складових ланок та забезпеченні безперешкодного змащення поверхонь зубів, які контактують.

2.1.4.8 Опис деяких зубчастих механізмів

Трьохланковий зубчастий механізм

На рисунку 2.42, *a* наведено кінематичну схему трьохланкового зубчастого механізму, яку виконано у вигляді двоступінчастої зубчастої передачі. Вал *I* для механізму є ланкою, що веде, на якому закріплена шестірня *I* із числом зубів z_1 . Проміжну ланку 2 виконано у вигляді вала *II*, на якому нерухомо встановлені колесо із числом зубів z_2 і шестірня із числом зубів z_3 . Веденою ланкою 3 механізму є вал *III*, на якому закріплено колесо із числом зубів z_4 . Міжцентрова відстань між осями валів *I-III* і валом *II* дорівнює h . Механізм має два зубчастих зачеплення, тобто дві вищі кінематичні пари, що утворюють між собою дві пари зубчастих коліс $z_1 - z_2$ і $z_3 - z_4$. Вали *I, II, III* утворюють із основою 4 однорухомі кінематичні пари обертової дії.

Передавальне відношення механізму i_{13} від *I*-го вала до *III*-го валу є добутком передавальних відношень ступенів: першого i_{12} та другого i_{23} , тобто

$$i_{13} = i_{12} \cdot i_{23} = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{n_2}{n_3} = \frac{n_1}{n_3}.$$

Передавальне число u_{13} двоступінчастої зубчастої передачі визначається добутком передавальних чисел u_{12} та u_{23} двох пар зубчастих коліс, що з'єднані послідовно, а саме:

$$u_{13} = u_{12} \cdot u_{23} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3}.$$

Передавальна функція механізму має вигляд:

$$n_3 = n_1 / i_{13} = n_1 \cdot u_{13}.$$

Функціональна здатність механізму, що має три ланки $n = 3$, які утворюють між собою дві вищі кінематичні пари четвертого класу $p_4 = 2$ і з основою три обертові пари п'ятого класу $p_5 = 3$, становить одиницю:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4;$$

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 1 \cdot 2 = 1.$$

Планетарний зубчастий механізм

На рисунку 2.24, б наведено кінематичну схему планетарного зубчастого механізму. Він складається з ланки 1, що веде, виконаної у вигляді вала I, на якому закріплена центральна (сонячна) шестірня із числом зубів z_1 . Шестірня z_1 утворює зубчасте зачеплення із колесом, що має z_2 зубів. Її встановлено на валу II. На вал II насаджена також шестірня із числом зубів z_3 . Колесо z_2 , вал II і шестірня z_3 становлять єдину цілу проміжну ланку 2, які через обертову пару приєднано до водила 3 із плечем h . Водило має вихідний вал III, що є веденим, тобто водило і вал III утворюють вихідну ланку 3. Шестірню z_3 спряжено із зубчастим колесом з числом зубів z_4 , прикріплено до основи 4.

Описаний механізм є планетарним зубчастим редуктором. Він працює так. Вал I, що веде, та прикріплена до нього центральна шестірня z_1 обертаються із постійною частотою n_1 . При цьому шестірня z_1 обертає колесо z_2 , проміжний вал II і встановлену на ньому шестірню z_3 . Остання обкочується по нерухомому колесу z_4 , тому вал II і прикріплені до нього зубчасті колеса z_2 і z_3 обертаються не лише навколо власної осі симетрії, але і за колами, радіус яких h , навколо центральної осі симетрії редуктора. Таким чином, зубчасті колеса z_2 і z_3 виконують планетарний рух, а вал II через обертову пару тягне за собою за коловою орбітою водило 3, що приводить до руху вихідний (ведений) вал III навколо центральної осі симетрії редуктора із частотою $n_3 = n_h$.

Для визначення передавального відношення редуктора $i_{1h} = n_1 / n_h$ скористуємось методом обернення руху, надавши всім складовим частинам механізму від'ємну частоту обертання водила, тобто $-n_h$. При цьому вал I, що веде, і центральна шестірня z_1 будуть обертатись із частотою $n_1 - n_h$, водило 3 стане нерухомим, так як $n_h - n_h = 0$, вал II із зубчастими колесами z_2 і z_3 буде обертатись лише навколо власної осі, вихідний вал III зупиниться, а зубчасте колесо z_4 почне обертатись із частотою $0 - n_h = -n_h$. Таким чином, зворотний механізм перетвориться у рядовий двоступінчастий редуктор, передавальне відношення якого від вала I до уявного вала IV колеса z_4 при зупиненому водилі h буде дорівнювати передавальному числу u_{14}^h , тобто

$$i_{14}^h = \frac{n_1^h}{n_4^h} = \frac{n_1 - n_h}{-n_h} = u_{14}^h = \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}.$$

Отже, передавальне відношення планетарного редуктора становить

$$i_{1h} = \frac{n_1}{n_h} = \frac{z_1 z_3 - z_2 z_4}{z_1 z_3}.$$

Передавальна функція редуктора виражається співвідношенням

$$n_h = n_1 / i_{1h}.$$

Функціональна здатність планетарного редуктора, із трьома ланками $n = 3$, які утворюють три обертових пари п'ятого класу $p_5 = 3$ із основою та шляхом зубчастих зачеплень дві вищі кінематичні пари четвертого класу $p_4 = 2$, становить одиницю:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4;$$

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 1 \cdot 2 = 1.$$

Диференціальний зубчастий механізм

На рисунку 2.42, в наведено кінематичну схему диференціального зубчастого механізму, яка відрізняється від розглянутого раніше планетарного редуктора тим, що нерухоме зубчасте колесо z_4 виконано рухомим. Воно утворює із корпусом механізму, тобто із основою, однорухому кінематичну пару обертової дії.

Диференціальний зубчастий механізм складається із вхідної ланки I , що виконана у вигляді вала I , на який насаджено центральну (сонячну) шестірню із числом зубів z_1 . Вона входить у зачеплення із колесом, що має z_2 зубів. Колесо z_2 , проміжний вал II і шестірня із числом зубів z_3 являють собою єдину цілу ланку 2. Вал II утворює обертову пару з водилом 3 з плечем h . Водило має вихідний центральний вал IV , що проходить через осьовий отвір порожнистого вала III . Шестірня z_3 зачіплюється із колесом, яке має z_4 зубів. Колесо z_4 закріплено на вихідному центральному валу III , що утворює обертові пари із корпусом (основа) 5 та валом IV .

Як бачимо, механізм має вхідний вал I , проміжний вал II , що здатний здійснювати разом із зубчастими колесами z_3 і z_4 планетарний рух, і вихідні вали III і IV , які можуть бути і вхідними.

Щоб визначити взаємозв'язок частот обертання вхідного n_1 та вихідних валів n_3 та $n_4 = n_h$, застосуємо метод обернення механізму. Для цього надамо усім складовим частинам частоти обертання водила із від'ємним знаком, тобто $-n_h$. Обернений механізм буде мати такі частоти обертання: вхідний вал I та шестірня z_1 $n_1 - n_h$, водило буде зупинено, так як $n_h - n_h = 0$, проміжний вал II буде мати нерухому вісь обертання, вал III і зубчасте колесо z_4 почнуть

обертатись із частотою $n_3 - n_h$. Таким чином, обернений механізм перетвориться у рядовий двоступінчастий редуктор, передавальне відношення якого від вала I до вала III i_{13}^h при зупиненому водилі 3 буде дорівнювати передавальному числу u_{13}^h , тобто

$$i_{13}^h = \frac{n_1^h}{n_3^h} = \frac{n_1 - n_h}{n_3 - n_h} = u_{13}^h = \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}. \quad (2.41)$$

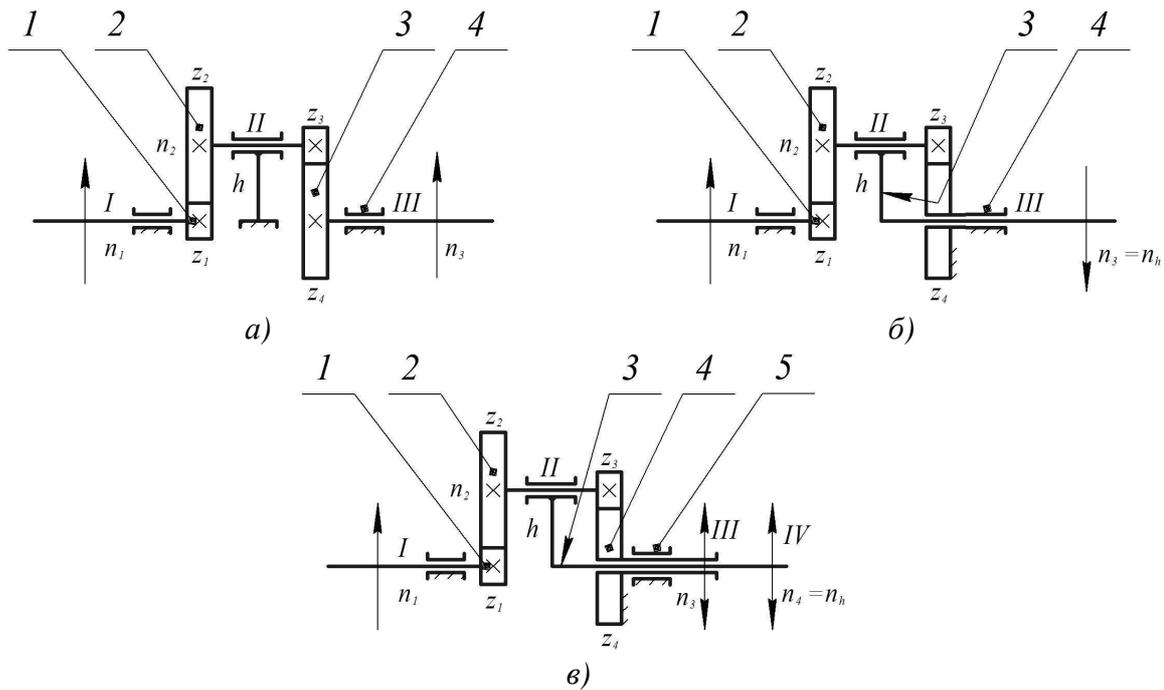


Рисунок 2.42 – Зубчасті механізми: а – трьохланковий; б – планетарний; в – диференціальний

Звідси отримаємо, що

$$n_1 - n_3 i_{13}^h = n_h (1 - i_{13}^h).$$

При $i_{13}^h = 2$ вираз перетвориться у таке співвідношення частот обертання валів I, III та IV

$$n_1 + n_4 = 2n_3. \quad (2.42)$$

Як бачимо, за наведеним співвідношенням цей механізм можна використовувати як сумарний при одному і тому ж напрямкові обертання валів I та IV або як такий, що віднімає, при протилежному напрямку обертання одного з валів I або IV.

Функціональна здатність диференціального зубчастого редуктора, що має чотири ланки $n=4$, і утворюють дві вищі кінематичні пари поміж собою

четвертого класу $p_4 = 2$ і з основою та поміж собою чотири обертових пари п'ятого класу $p_5 = 4$ становить два:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4;$$

$$W = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 4 - 1 \cdot 2 = 2.$$

2.1.5 Гвинтові механізми

Гвинтовими називаються механізми, у яких перетворення руху здійснюється гвинтовими кінематичними парами. Гвинтові механізми широко застосують у конструкціях різних технологічних та підйомно-транспортних машин. Перевагою гвинтових механізмів є здатність достатньо просто перетворювати обертовий рух у поступальний і навпаки. До недоліків слід віднести великі витрати на тертя ковзання в елементах ланок, що дотикаються.

Гвинтова пара являє собою з'єднання ланок через елементи, які виконані у вигляді спіралей двох твердих тіл, що дотикаються. Структура гвинтової пари заснована на явищі ковзання твердого тіла похилою площиною, якою є спіраль.

2.1.5.1 Теорія гвинтової пари

Зазначимо, що на відміну від дворухомих кінематичних пар рух ланок, з'єднаних гвинтовими парами, є взаємозалежним, тобто обертовий рух визначає відповідний поступальний рух і навпаки. На рисунку 2.43, *а* наведено схему дворухомої кінематичної пари, яку утворює втулка 1, що вільно надіта на циліндричний стрижень 2, прикріплений до основи 3. Така кінематична пара дає можливість втулці виконувати два незалежних рухи: обертовий навколо осі стрижня і поступальний вздовж осі стрижня. На рисунку 2.43, *б* наведено схему гвинтової пари, яку утворюють гайка 1 із гвинтом 2. Вони прикріплені до основи 3. Гвинтова пара також дає можливість виконувати два рухи: обертовий навколо осі гвинта і поступальний вздовж осі гвинта. Але ці рухи є взаємозалежними. Вони визначаються кроком гвинтової спіралі (нарізки) на елементах з'єднань ланок.

Таким чином, ми бачимо, що елементи ланок, які утворюють гвинтову пару, виконані у вигляді спіралей, за якими і відбувається дотик ланок. Розвернувши спіраль гвинта, отримаємо похилу площину, нахилену під деяким кутом α (кутом підйому спіралі) до нормальної площини, що перетинає гвинт. Гайку ж розглядаємо як повзун, що при певних умовах може переміщуватись похилою площиною (рисунк 2.44).

Повзун перебуває у рівновазі, якщо рівнодіюча зовнішніх сил F відхилена від нормалі $n-n$ на кут тертя $\varphi = \arctg f_{np}$ (f_{np} – приведений коефіцієнт тертя у різьбі). Зовнішніми у цьому випадку є осьова сила F_0 та колова сила F_t .

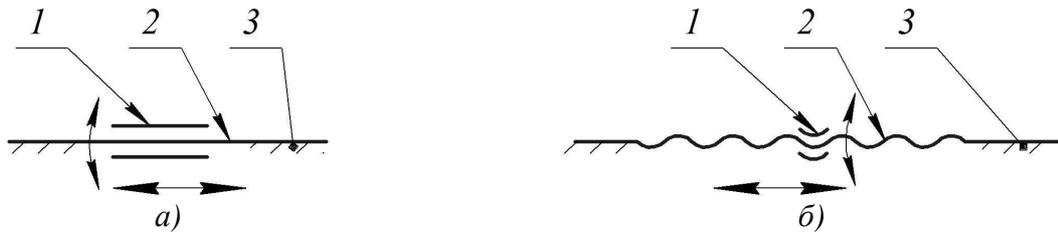


Рисунок 2.43 – Дворухомі кінематичні пари:
а – втулка – циліндричний стрижень, 1 – втулка, 2 – стрижень, 3 – основа;
б – гвинт – гайка, 1 – гайка, 2 – гвинт, 3 – основа

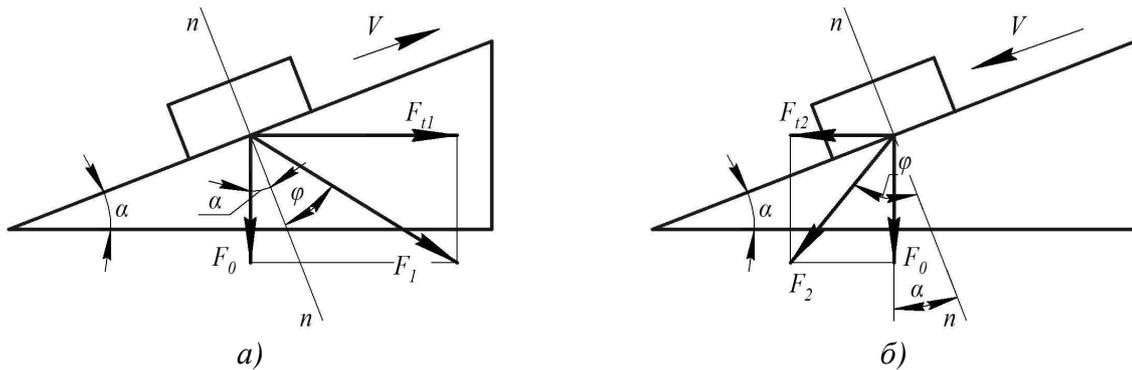


Рисунок 2.44 – Схема взаємодії повзуна із похилою площиною:
а – під час руху повзуна вгору; *б* – під час руху повзуна вниз

Рух повзуна, тобто гайки, вгору похилою площиною (спіраллю гвинта) можливий при умові, якщо

$$F_{11} \geq F_1 \cdot \operatorname{tg}(\alpha + \varphi). \quad (2.43)$$

При рухові повзуна вниз маємо

$$F_{22} \geq F_2 \cdot \operatorname{tg}(\varphi - \alpha). \quad (2.44)$$

Самогальмування повзуна (гайки) наступає при

$$\alpha < \varphi. \quad (2.45)$$

Коефіцієнт корисної дії (ККД) гвинтової пари становить

$$\eta = \operatorname{tg} \alpha / \operatorname{tg}(\alpha + \varphi). \quad (2.46)$$

Так як більшість гвинтових пар є самогальмівними, то ККД гвинтових механізмів для тертя ковзання менше 0,5. Це положення виправляється через застосування кульково-гвинтових кінематичних пар.

У будь-якому положенні гвинтової пари один бік гайки рухається гвинтовою спіраллю (нарізка) гвинта вгору, а другий – гвинтовою спіраллю

гвинта вниз, тому можна записати, що середнє колове зусилля на гайці F_t становить

$$F_t = 0,5(F_{t1} + F_{t2}). \quad (2.47)$$

Таким чином, обертання й переміщення гвинта спіраллю гайки можливе за умови, якщо до гвинта буде прикладений обертовий момент

$$M \geq \frac{0,5F_t \cdot d_2}{\eta}, \quad (2.48)$$

де d_2 – середній діаметр різьби.

2.1.5.2 Опис деяких гвинтових механізмів

Гвинтовий повзунний механізм

На рисунку 2.45 наведено кінематичну схему гвинтового повзунного механізму, що складається із двох ланок: гвинта 1 та гайки 2. Останню прикріплено до повзуна 3, що вільно надітий на циліндричний стрижень 4, який прикріплено до основи 5. Гвинт утворює із основою однорухому обертову пару, а із гайкою – дворухому кінематичну пару. Гайка через повзун утворює дворухому кінематичну пару поступальної дії із циліндричним стрижнем, тобто із основою. Гвинт є для механізму ланкою, що веде, а веденою – повзун. Задаючи гвинту частоту обертання n_1 , отримуємо достатньо визначену лінійну швидкість поступального переміщення повзуна V , тобто гайки. Тому передавальне відношення механізму визначається виразом

$$i_{12} = n_1 / V.$$

Лінійна швидкість переміщення гайки разом із повзуном становить

$$V = p \cdot n_1,$$

де p – крок гвинтової нарізки, за якою дотикаються гвинт та гайка.

Таким чином,

$$i_{12} = n_1 / (p \cdot n_1) = 1 / p. \quad (2.49)$$

Напрямок поступального переміщення гайки із повзуном визначається напрямком обертання гвинта і напрямком гвинтової нарізки на елементах гвинтової пари.

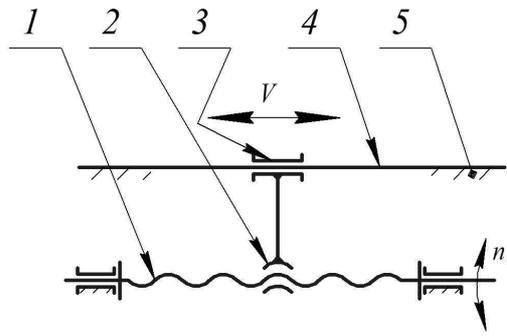


Рисунок 2.45 – Гвинтовий повзунний механізм: 1 – гвинт; 2 – гайка; 3 – повзун; 4 – циліндричний стрижень; 5 – основа

Функціональна здатність гвинтового повзунного механізму, що має дві ланки $n = 2$, одну кінематичну пару четвертого класу $p_4 = 1$ та дві пари п'ятого класу $p_5 = 2$, становить одиницю:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4;$$

$$W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 1 \cdot 1 = 1.$$

Черв'ячний механізм

До гвинтових належать і деякі зубчасті механізми із гвинтовими зубами, а також черв'ячні механізми, що являють собою гвинтовий черв'як, з'єднаний гвинтовою нарізкою із частиною (сектором) гайки, що звернута у черв'ячне колесо.

На рисунку 2.46 наведено кінематичну схему черв'ячного дволанкового механізму – черв'яка I , встановленого на валу I , що за допомогою гвинтової нарізки з'єднаний із черв'ячним колесом 2 , яке закріплене на валу II . Вхідним є вал I , вихідним – вал II . Черв'як і черв'ячне колесо утворюють між собою дворухому кінематичну пару четвертого класу $p_4 = 1$, а з основою 3 – дві однорухомих оберткових пари п'ятого класу $p_5 = 2$. При двох ланках $n = 2$ черв'ячний механізм має функціональну можливість рівну одному ступеню вільності

$$W = 3n - 2p_5 - p_4;$$

$$W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 1 \cdot 1 = 1.$$

Передавальне відношення черв'ячного механізму від вала I до вала II становить

$$i_{12} = n_1 / n_2 = u_{12} = z_2 / z_1,$$

де z_1 – число заходів гвинтової нарізки на черв'якові;

z_2 – число зубів на черв'ячному колесі.

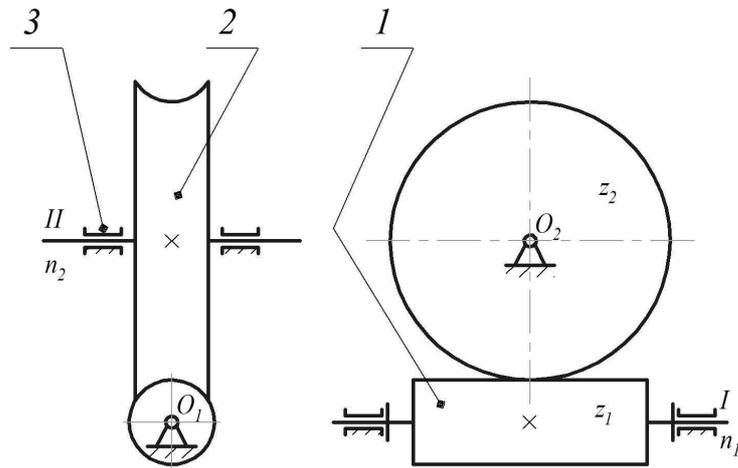


Рисунок 2.46 – Черв'ячний механізм: 1 – черв'як; 2 – черв'ячне колесо; 3 – основа

Черв'ячні механізми характеризуються осьовим модулем m , що дорівнює частці від ділення кроку гвинтової нарізки на черв'якові p до числа π , тобто

$$m = p / \pi.$$

Дільний діаметр гвинтової нарізки на черв'якові d_1 пов'язаний із модулем m та коефіцієнтом діаметра черв'яка q , тобто

$$d_1 = q \cdot m. \quad (2.50)$$

Значення m і q стандартизовано.

Дільний діаметр черв'ячного колеса знаходять за формулою:

$$d_2 = z_2 \cdot m, \quad (2.51)$$

де z_2 – число зубів на черв'ячному колесі.

За умови не підрізання зубів $z_2 \geq 28$.

Міжосьова відстань черв'ячної передачі

$$a_w = \frac{(q + z_2)}{2} \cdot m. \quad (2.52)$$

Число заходів на черв'якові може бути рівним $z_1 = 1; 2; 4$. При однозаходному черв'якові, тобто при $z_1 = 1$, черв'ячний механізм дає можливість отримати в кінематичних передачах досить велике передавальне відношення $i \leq 300$. Черв'ячний механізм має низький ККД ($\eta = 0,7 \dots 0,8$) через ковзання гвинтової нарізки черв'яка зубцями черв'ячного колеса.

Напрямок обертання черв'ячного колеса визначається напрямком обертання черв'яка і напрямком гвинтової нарізки на ньому.

Черв'ячні механізми дають можливість отримати велике передавальне відношення в одній парі. Працюють плавно та безшумно. Мають підвищену кінематичну точність і можливість самогальмування.

Недоліками черв'ячних механізмів є: порівняно низький ККД, підвищене зношування внаслідок тертя ковзання та схильність до заїдання черв'ячної пари при недостатньому змащенні.

Інші параметри черв'ячних механізмів вивчають у курсі „Деталі машин”.

2.1.6 Гнучкі механізми: теорія пасової передачі

Гнучкими називаються механізми, що мають у своєму складі гнучкі ланки: паси, стрічки, канати тощо. Найбільш простим гнучким механізмом є *пасова передача*, кінематична схема якої наведена на рисунку 2.47. Вона складається із вхідної ланки 1 та вихідної ланки 2. Вхідна ланка має вигляд шківів, діаметр якого d_1 . Шків встановлено на валу I. Вихідна ланка 2 має також вигляд шківів, діаметр якого d_2 . Шків закріплено на валу II. Ланки 1 та 2 з'єднані між собою за допомогою гнучкої ланки 3 нескінченної довжини. Ланки 1 і 2 встановлено за допомогою обертових пар на основі 4. Між собою ланки 1, 2, 3 утворюють однорухомі кінематичні пари обертової дії.

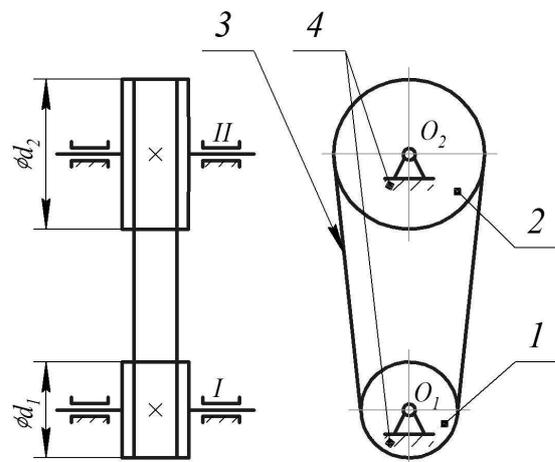


Рисунок 2.47 – Пасова передача:

1 – вхідна ланка (шків); 2 – вихідна ланка (шків); 3 – гнучка ланка (пас); 4 – основа

Пасові передачі є найпоширенішими механічними передачами після зубчастих. Гнучкі ланки пасових передач виконують у вигляді плоских, клинових, поліклинових та круглих пасів.

Функціональна здатність пасової передачі із трьома ланками $n=3$, що утворюють між собою та із основою чотири однорухомі обертові пари п'ятого класу $p_5 = 4$, становить одиницю:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4;$$

$$W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 4 - 1 \cdot 0 = 1.$$

Передавальне відношення пасової передачі від вала *I* до вала *II* становить

$$i_{12} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{V_1 r_2}{V_2 r_1} = \frac{V_1 d_2}{V_2 d_1},$$

де n_1, n_2 – частоти обертання валів *I* та *II*;

ω_1, ω_2 – кутові швидкості валів *I* та *II*;

$d_2 = 2r_2$ і $d_1 = 2r_1$ – зовнішні діаметри шківів;

V_1, V_2 – колові швидкості шківів, діаметри яких d_1 і d_2 .

Під час передачі обертового руху пас проковзує, тому, враховуючи пружне ковзання, маємо:

$$V_2 = V_1(1 - \varepsilon),$$

де ε – коефіцієнт ковзання, що при оптимальних робочих навантаженнях становить 0,01...0,02.

Таким чином, маємо

$$i_{12} = \frac{V_1 d_2}{V_2 (1 - \varepsilon) d_1} \approx \frac{d_2}{d_1}. \quad (2.53)$$

Пасові передачі застосовують у різних технологічних машинах переважно тоді, коли за конструктивним виконанням механізму вали розташовані на значних відстанях. У сучасному машинобудуванні найбільшого поширення набули клинові паси.

Теорію передачі обертового руху із одного вала на інший за допомогою гнучкої стрічки обґрунтував Л.Ейлер у XVIII ст. Суть її така: передача обертового руху від одного шківа до іншого за допомогою гнучкої стрічки можлива лише при наявності відповідних сил тертя між шківом та стрічкою, а виникнення сил тертя досягається через попередній натяг паса із певним зусиллям F_0 (рисунок 2.48).

Пасова передача працює під час надання вхідному шківу, діаметр якого d_1 , обертового моменту

$$M_1 = r_1 (F_1 - F_2),$$

де $r_1 = 0,5d_1$ – радіус ведучого шківа;

F_1 – натяг гілки паса, що веде, у навантаженій передачі;

F_2 – натяг веденої гілки паса у навантаженій передачі.

Різниця зусиль F_1 і F_2 дорівнює коловому зусиллю на вхідному шківі

$$F_t = F_1 - F_2. \quad (2.54)$$

Зв'язок між зусиллями F_0 , F_1 та F_2 можна встановити на основі таких міркувань: додаткове витягування гілки, що веде, компенсується рівним скороченням веденої гілки, тому

$$F_1 = F_0 + \Delta F, \quad F_2 = F_0 - \Delta F, \quad F_1 + F_2 = 2F_0.$$

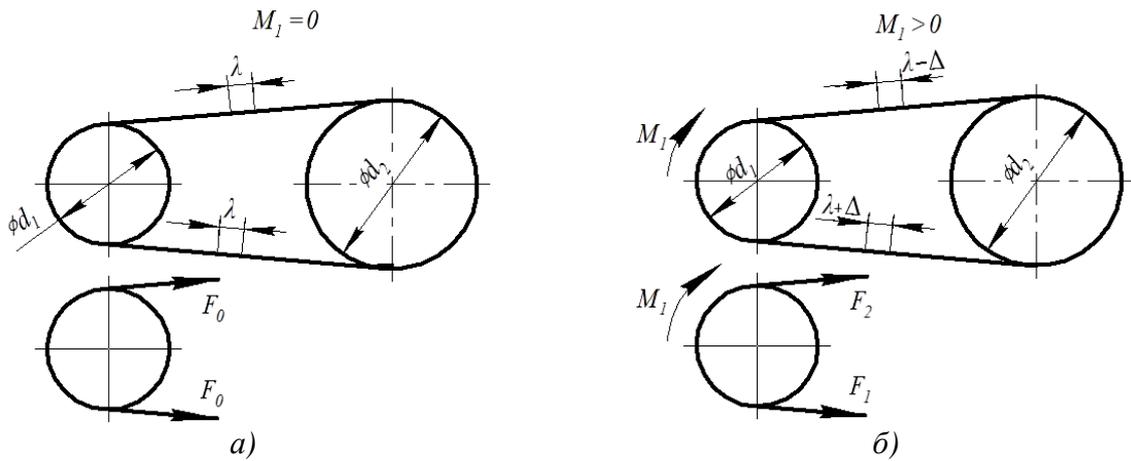


Рисунок 2.48 – Пасова передача: а – ненавантажений стан; б – навантажений стан

Отже,

$$F_1 = F_0 + \frac{F_t}{2},$$

$$F_2 = F_0 - \frac{F_t}{2}.$$

В отриманих рівняннях три невідомі сили F_0 , F_1 та F_2 .

Розглянемо динамічну рівновагу елементарної ділянки паса, обмеженого кутом $d\varphi$, на вхідному шківі під час передачі обертового руху (рисунок 2.49).

На ділянку діють такі сили:

- натягу F та $F + dF$;
- нормальна реакція шківів dR ;
- елементарна сила тертя fdR .

Сума моментів прикладених сил відносно осі обертання O дорівнює нулю, тобто

$$\sum M = 0,5d_1F + 0,5d_1fdR - 0,5d_1(F + dF) = 0.$$

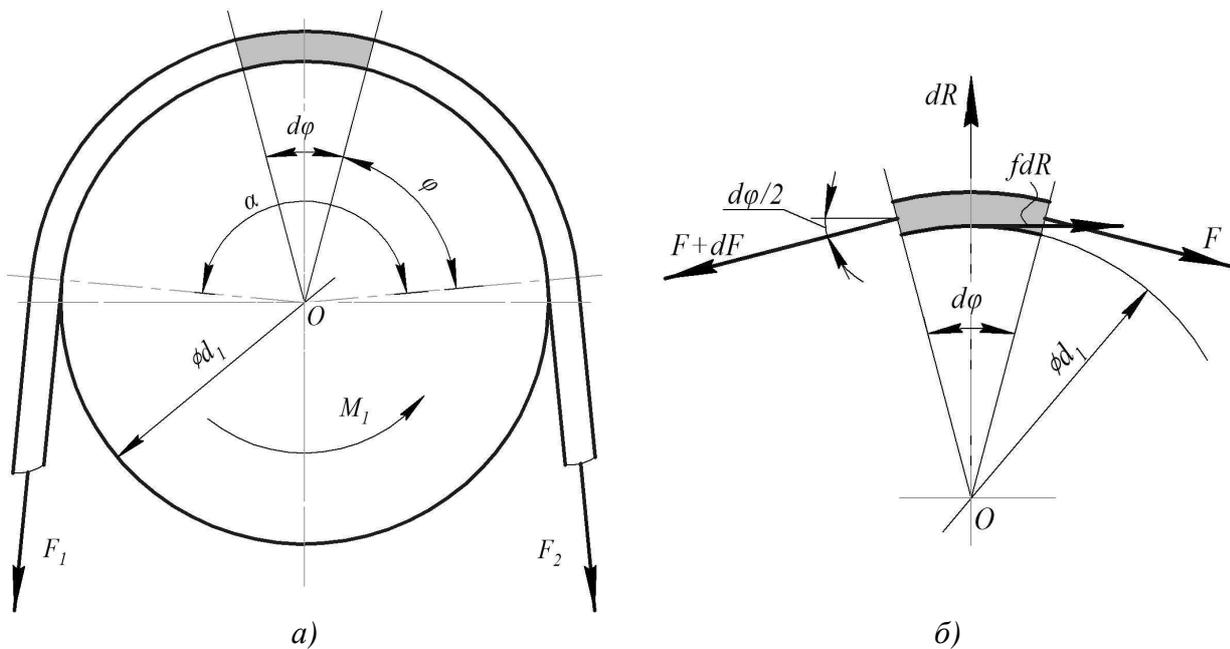


Рисунок 2.49 – Розподіл зусиль на гілках паса (а) та на елементарній ділянці $d\varphi$ (б)

Так як $f dR = dF$, то сума проекцій діючих сил на вертикальну вісь Oy буде

$$\sum Y = dR - F \sin(d\varphi / 2) - (F + dF) \sin(d\varphi / 2) = 0.$$

Відкидаючи члени другого порядку малості і приймаючи, що $\sin(d\varphi / 2) \approx d\varphi / 2$, знаходимо

$$dR = F d\varphi.$$

Виключаючи $dR = dF / f$, маємо

$$dF / F = f d\varphi.$$

Інтегруючи отриманий вираз, маємо

$$\int_{F_2}^{F_1} \frac{dF}{F} = \int_0^{\alpha} f d\varphi,$$

$$\ln \frac{F_1}{F_2} = f \alpha,$$

тобто

$$\frac{F_1}{F_2} = e^{f \alpha}$$

або

$$F_1 = F_2 e^{f\alpha} \quad (2.55)$$

Розв'язуючи рівняння (2.54) та (2.55), враховуючи, що $F_1 + F_2 = 2F_0$, знаходимо

$$F_1 = F_t \frac{e^{f\alpha}}{e^{f\alpha} - 1};$$

$$F_2 = F_t \frac{1}{e^{f\alpha} - 1};$$

$$F_0 = \frac{F_t}{2} \left(\frac{e^{f\alpha} + 1}{e^{f\alpha} - 1} \right) = \frac{F_t}{2} \cdot a.$$

Пасова передача буде працювати при

$$F_0 \geq \frac{F_t}{2} \cdot a \quad (2.56)$$

і буксувати, якщо

$$F_0 < \frac{F_t}{2} \cdot a. \quad (2.57)$$

За формулами бачимо, що збільшення коефіцієнта тертя f та кута охоплення пасом шківів сприятливо впливає на роботу пасової передачі.

При колівій швидкості шківів більше 20 м/с необхідно враховувати негативний вплив відцентрової сили на пас, що послаблює корисну дію попереднього натягу F_0 , зменшує силу тертя і тим знижує навантажувальну здатність передачі.

Під час оббігу шківів зі швидкістю V на кожну його елементарну ділянку масою dm , що розташована у межах кута охоплення α , діє елементарна відцентрова сила dF_c (рисунок 2.50). Вона дорівнює:

$$dF_c = (dm)V^2 / (0,5d_1) = \rho(d\varphi 0,5d_1 A)V^2 / (0,5d_1) = \rho AV^2 d\varphi,$$

де ρ – щільність матеріалу паса;

$A = b \cdot \delta$ – площа поперечного перерізу паса.

Із умови рівноваги елементарної ділянки паса маємо

$$dF_c = 2F_v \sin(d\varphi / 2) \approx F_v d\varphi.$$

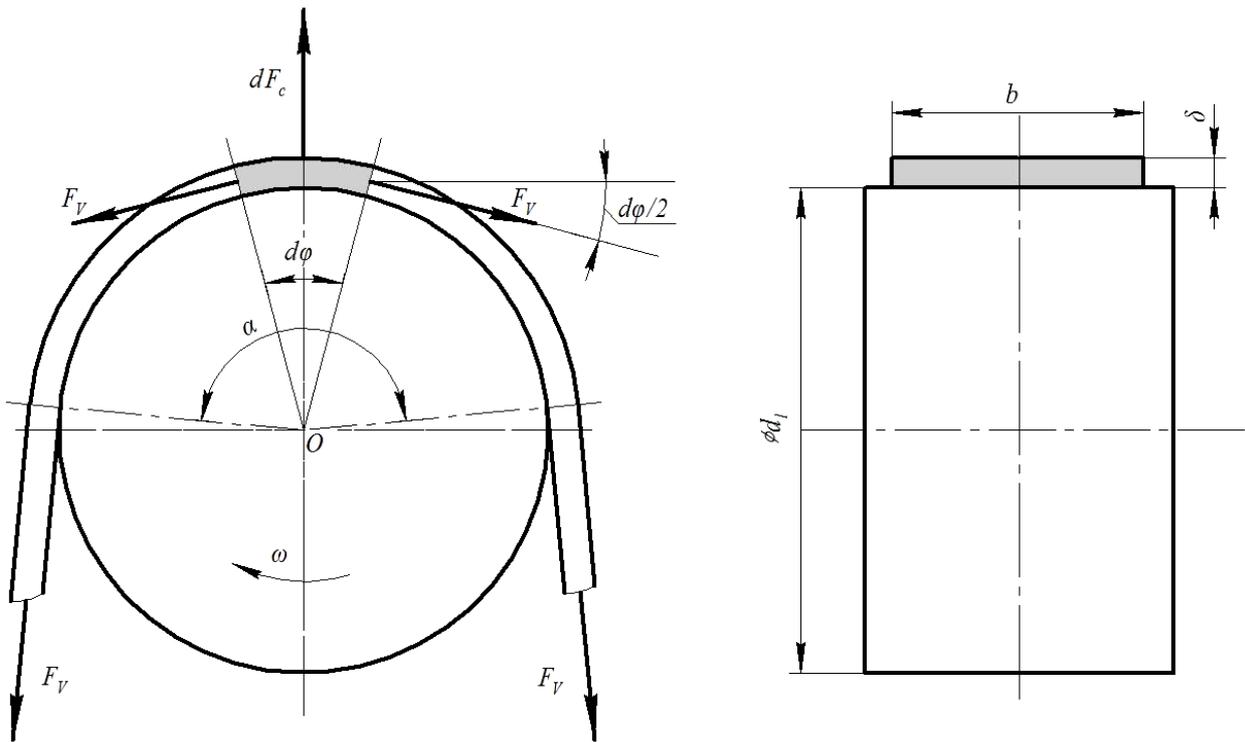


Рисунок 2.50 – Дія відцентрової сили F_c

Підставляючи в отриманий вираз значення dF_c , знаходимо величину сили F_V , що послаблює попередній натяг паса із зусиллям F_0 , тобто

$$F_V = \rho AV^2. \quad (2.58)$$

Тягова здатність пасової передачі характеризується значенням максимально допустимої колової сили

$$F_t = \sigma_t A, \quad (2.59)$$

де σ_t – максимально допустиме корисне напруження.

2.1.7 Комбіновані механізми

Завдання ефективного перетворення та передачі руху за допомогою механізмів є головним для технологічних машин. У більшості випадків це завдання неможливо розв'язати за допомогою простих механізмів, що розглядалися раніше. Тому вдаються до побудови комбінованих механізмів.

Комбінованим називається механізм, що є сукупністю простих механізмів, цілеспрямовано поєднаних за допомогою кінематичних зв'язків у невідомий раніше промислово придатний механічний пристрій, здатний ефективно виконувати певні рухи, передбачені механізованим технологічним процесом.

Комбінований механізм зазвичай є результатом інженерного рішення визначеної технічної задачі, яка виникає під час проектування нової технологічної машини. Існує велика кількість конструкцій комбінованих

механізмів, що з'явилися після успішного рішення конкретної технічної задачі. Розглянемо інженерне рішення технічної задачі щодо розробки автоматичного маніпулятора для дробоструминного очищення порожнин цільнозварного корпусу хімічного апарата, схематичне зображення якого наведено на рисунку 2.51. Корпус виконано у вигляді циліндричної обичайки 1 діаметром d і товщиною стінки δ , до якої приварені елементи днища: глухий 2 та відкритий 3 із центральним люком, діаметр якого d_n . Відношення осей еліпса для днищ, що є твірною кривою другого порядку, становить 2:1.

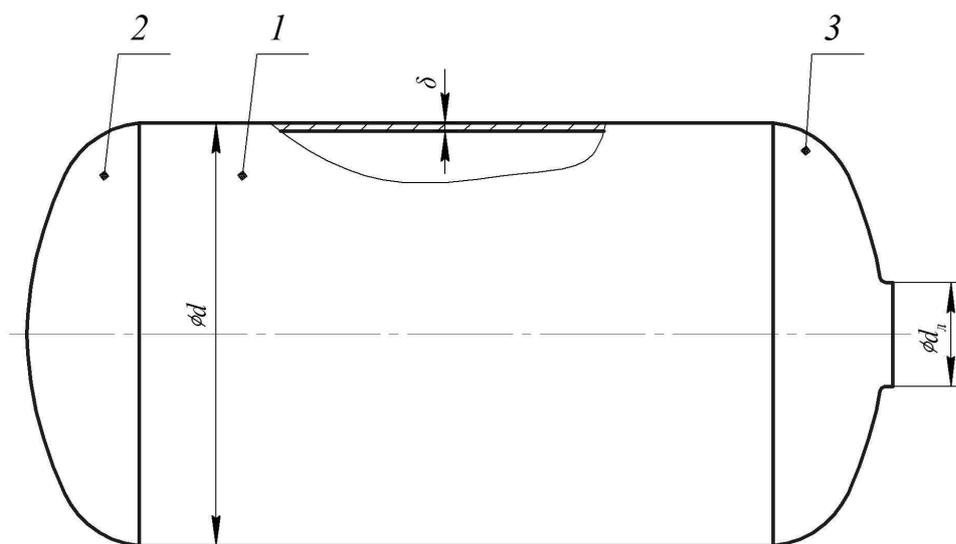


Рисунок 2.51 – Корпус хімічного апарата: 1 – циліндрична обичайка; 2 – глухий елемент днища; 3 – відкритий елемент днища

Виготовляють корпуси хімічних апаратів зі сталевого листового прокату за допомогою котельно-зварювальних операцій, після яких у стінках виробу виникають різного роду внутрішні напруження. При цьому поверхня виробів забруднюється мінеральними маслами, змащувально-охолоджувальними рідинами та іншими речовинами органічного походження. Тому після виконання котельно-зварювальних операцій корпус піддають термічному знежирюванню у режимі нормалізаційного відпалу. Останній виконують в окислювальній повітряній атмосфері. У результаті такої термічної обробки органічні забруднення вигорають, поверхня виробу знежирюється, внутрішні напруження згладжуються, а поверхневий шар листової сталі знеуглецьовується. Однак термічна обробка в окислювальній атмосфері призводить до утворення на поверхні виробу пухкого шару окалини, яку необхідно видалити перед нанесенням захисного неметалевого покриття на внутрішню поверхню корпусу хімічного апарата.

Технічно прийнятним та економічно доцільним способом видалення шару окалини є дробоструминне очищення. Воно не лише руйнує та видаляє із оброблюваної поверхні окисну плівку та продукти термічного розкладання, але й формує на очищеній поверхні рівномірну шорсткість та активує її. Це

позитивно впливає на міцність зчеплення ґрунтового шару захисного покриття із металевою основою.

Дробоструминне очищення здійснюють за допомогою дробоструминного сопла, з якого на великій швидкості (близько 100 м/с) вилітає повітряно-абразивна суміш у вигляді конусоподібного факела, який спрямовують на оброблювану поверхню (рисунок 2.52). Готують повітряно-абразивну суміш у спеціальних дробоструминних апаратах, з яких потім її подають через гумовотканинний рукав до дробоструминного сопла.

Рівномірної обробки очищеної поверхні при дробоструминному очищенні досягають через рівномірне переміщення із постійною швидкістю відбитка дробоструминного факела $V_{від}$ на оброблюваній поверхні за упорядкованою траєкторією і подачею відбитка $S_{від}$ у поперечному напрямі відносно ліній траєкторії.

Найбільш ефективного формоутворення досягають при обертovому (головному) русі та поступальному переміщенні (подачі) інструмента вздовж кривих, які утворюються на оброблюваній поверхні. Візьмемо відомий у технології машинобудування спосіб механічної обробки заготовок для здійснення дробоструминного очищення внутрішньої поверхні (порожнини) корпусу хімічного апарата. У цьому випадку для досягнення рівномірної обробки відбиток дробоструминного факела повинен переміщуватись оброблюваною поверхнею із постійною швидкістю головного обертovого руху $V_{від}$ із незмінним кроком слідів p та постійною подачею $S_{від}$ вздовж утворюючої кривої обливаного виробу за такими траєкторіями:

- спіраль Архімеда при обробці еліптичних днищ;
- гвинтова спіраль при обробці циліндричної обичайки (рисунок 2.53).

Зазначимо, що впорядкований рух відбитка дробоструминного факела дає можливість зменшити технологічний час обробки порожнини виробу, що сприяє досягненню максимальної продуктивності дробоструминної обробки.

Для якісного очищення швидкість переміщення відбитка дробоструминного факела за обраною траєкторією, тобто за гвинтовою спіраллю та спіраллю Архімеда, визначають за формулою:

$$V_{від} = Q_f / b, \quad (2.60)$$

де Q_f – поверхнева продуктивність дробоструминного сопла, що гарантує якісне очищення та рівномірну шорсткість очищеної поверхні (визначається експериментально, залежно від хімічного складу оброблюваного матеріалу і технологічних режимів дробоструминного очищення);

b – розрахункова ширина відбитка факела на оброблюваній поверхні ($b \approx p$).

Зазначимо, що при цьому необхідно забезпечувати і відповідну подачу відбитка дробоструминного факела $S_{від}$ вздовж твірної кривої оброблюваного виробу, що обертається, здійснюючи головний рух.

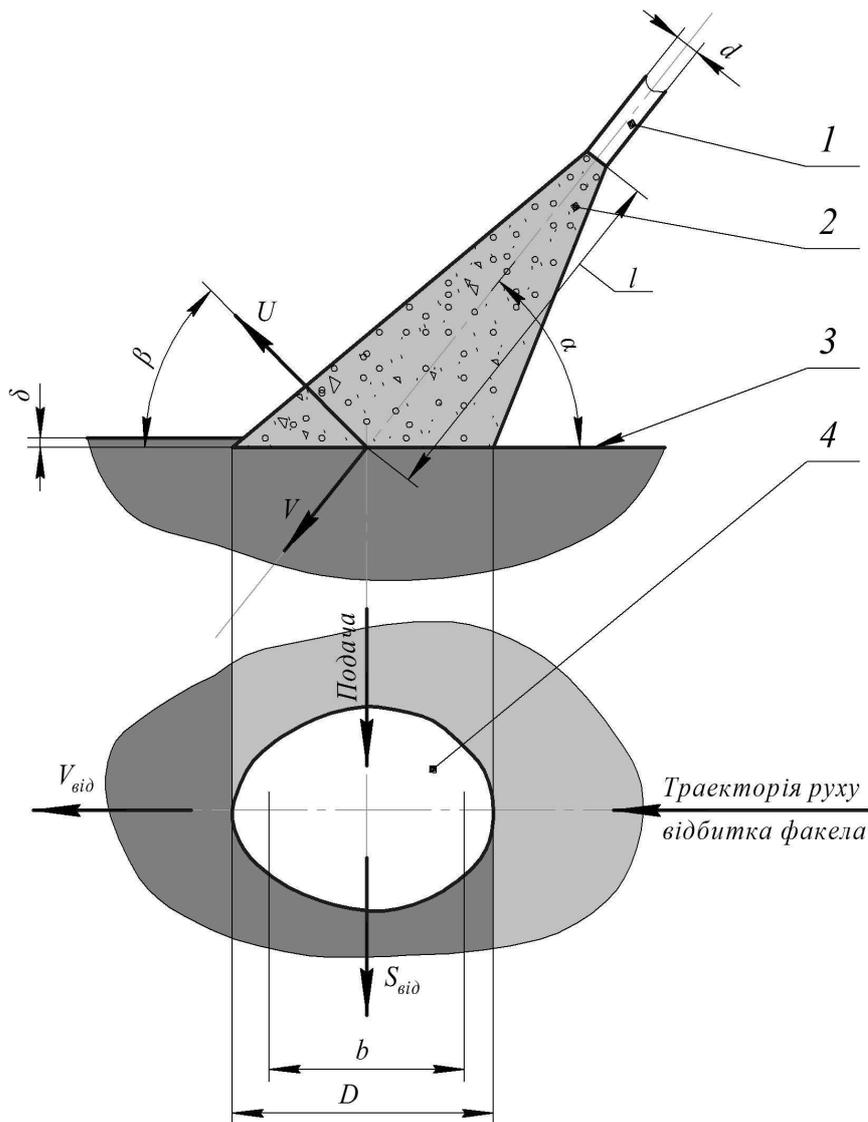


Рисунок 2.52 – Схема взаємодії дробоструминного факела на оброблювану поверхню:
 1 – сопло; 2 – факел; 3 – оброблювана поверхня; 4 – відбиток факела
 (α – кут атаки, β – кут рикошетування, V – швидкість атаки, d – діаметр дробоструминного сопла, D – фактичний умовний діаметр відбитка факела, l – відстань від сопла до оброблюваної поверхні, U – швидкість рикошетування, $V_{\text{від}}$ – швидкість переміщення відбитка дробоструминного факела, $S_{\text{від}}$ – швидкість подачі відбитка, b – розрахункова ширина відбитка факела, δ – товщина шару, що знімається)

Маючи початкові дані технологічної операції дробоструминного очищення, починають розробку структурної і кінематичної схем автоматичного маніпулятора, що буде ефективно виконувати трудомістку та шкідливу для здоров'я людини операцію дробоструминного очищення внутрішньої поверхні корпусу хімічного апарата. Необхідно зазначити, що дробоструминне очищення характеризується досить високими швидкостями атаки дробом оброблюваної поверхні та рикошетування відпрацьованого дробу (близько 50...100 м/с та більше), підвищеною запиленістю робочої зони та значним шумом (близько 100 дБ).

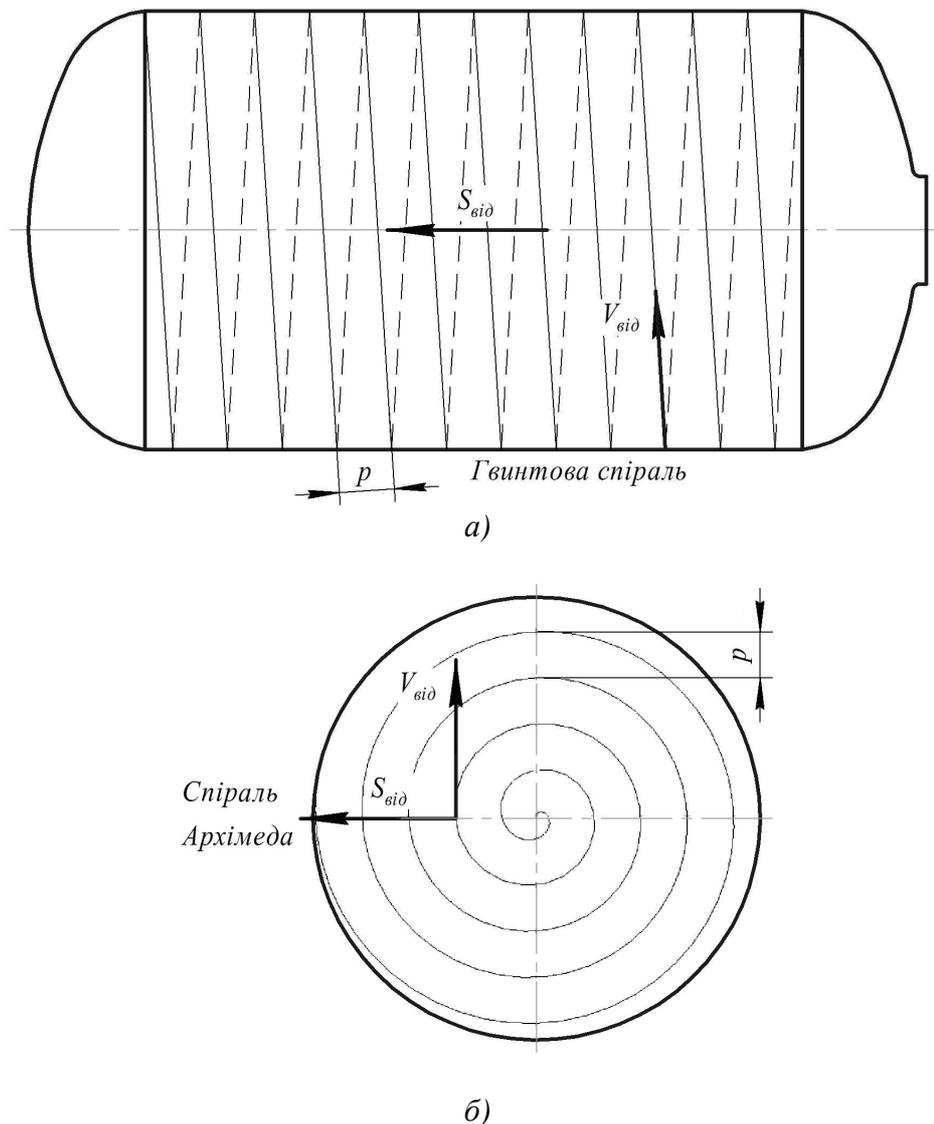


Рисунок 2.53 – Траєкторія переміщення відбитка дробоструминного факела:
 а – за циліндричною обичайкою; б – за еліптичним днищем

Розробці будь-якого комбінованого механізму, у тому числі й автоматичного маніпулятора, передує значна підготовча робота щодо інформаційного пошуку та відомих технічних рішень. Пошук патентів на можливі технічні рішення здійснюється за попередній період не менше 15 років за провідними фірмами, що займаються вирішенням подібних технічних питань.

У результаті літературного та патентного пошуків знайдено два технічних рішення аналогічної технічної задачі (авторські свідоцтва на маніпулятор за №942982, №1077782). Перше рішення взято за аналог, а друге – за прототип.

Під час технічного аналізу були виявлені сильні та слабкі сторони відомих технічних рішень. Із метою усунути недоліки, притаманні відомому технічному рішенню, що було взято за прототип, запропонована структурна схема автоматичного маніпулятора. Розроблено спосіб здійснення дробоструминного очищення внутрішньої поверхні корпусу хімічного апарата та запропоновано технічне рішення на механічну руку автоматичного маніпулятора (АМ).

Сутність запропонованих технічних рішень на конструкцію автоматичного маніпулятора пояснюється схематичними креслениками:

- структурна схема автоматичного маніпулятора (АМ) (рисунок 2.54);
- схема переміщення вхідної ланки механічної руки АМ, тобто дробоструминного сопла, при очищенні внутрішньої поверхні порожнини корпусу хімічного апарата (рисунок 2.55);
- кінематична схема механічної руки АМ (рисунок 2.56).

Автоматичний маніпулятор (рисунок 2.54) складається з вертикальної стійки 1, на яку вільно насаджено обойму 2. Остання утворює зі стійкою кінематичну пару поступального переміщення вгору-вниз H_{12} . До обойми за допомогою кінематичної пари поступального переміщення H_{23} приєднана горизонтальна штанга 3, що несе виконавчу ланку механічної руки 4. Ланку виконано у вигляді штока. Останній проходить через тангенціальний отвір у цапфі 5, що утворює обертову пару зі штангою 3. Так як шток утворює із цапфою кінематичну пару поступального руху H_{54} , то це дає йому можливість при повороті цапфи 5 навколо шарніра O переміщуватись поступально відносно цапфи.

Оброблюваний виріб 6, тобто корпус хімічного апарата, що виготовлений із циліндричної обичайки діаметром d , до якої приварено елементи днища: глухий 8 та відкритий 9 із центральним люком, діаметр якого d_l , розташовано на технологічних опорах 7. При очищенні вони обертають корпус навколо горизонтальної осі симетрії.

Працює автоматичний маніпулятор так. Корпус хімічного апарата 6 встановлено у горизонтальному положенні на технологічних опорах 7 так, що відкрите днище 9 люком повернуто у бік механічної руки 4. Рухаючи обойму 2 вгору чи вниз по стійці 1 суміщають поздовжню вісь горизонтальної штанги 3 із центральною віссю оброблюваного виробу 6. Виконавчу ланку, тобто шток, механічної руки 4 розвертають навколо шарніра O у бік люка відкритого днища 9. Переміщують штангу 3 вліво, використовуючи кінематичну пару H_{23} на обоймі 2, і заводять механічну руку 4 у порожнину корпусу 6 через центральний люк у відкритому днищі 9 до положення, при якому шарнір O цапфи 5 суміститься із точкою e на осі симетрії виробу. Точка e знаходиться на відстані « b » від більшої осі еліпса, що утворює глухе днище 8. Виконавчу ланку механічної руки 4, що несе дробоструминне сопло, виставляють так, щоб від сопла до оброблюваної поверхні була оптимальна відстань r .

Після того за допомогою технологічних опор 7 оброблюваному виробу 6 задають навколо осі симетрії обертовий рух із кутовою швидкістю ω і гумовотканинним рукавом подають від дробоструминного апарата (на структурній схемі не показано) до дробоструминного сопла (встановлено на виконавчій ланці механічної руки 4), що на схемі не показано, повітряно-абразивну суміш.

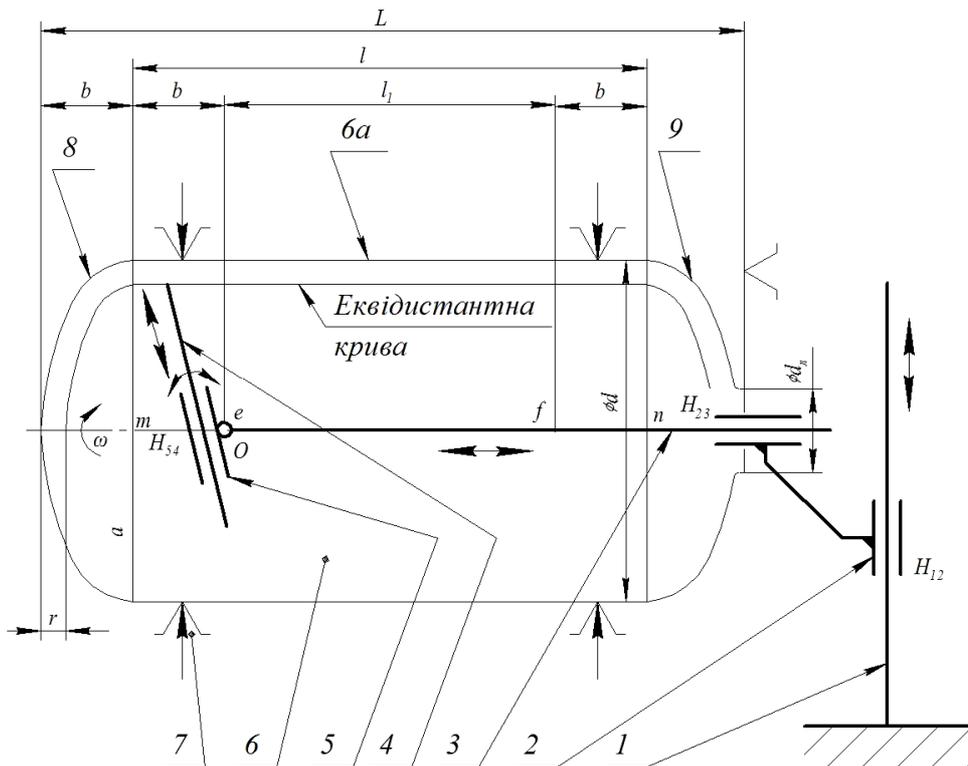


Рисунок 2.54 – Структурна схема автоматичного маніпулятора:

- 1 – стійка вертикальна; 2 – обойма; 3 – штанга горизонтальна; 4 – рука механічна;
 5 – цапфа; 6 – корпус (оброблюваний виріб); ба – обичайка; 7 – опори технологічні;
 8 – днище глухе; 9 – днище відкрите

Починається дробоструминне очищення внутрішньої поверхні виробу 6. При цьому цапфу 5 разом із механічною рукою 4 повертають за годинниковою стрілкою навколо осі шарніра O , надаючи, виконавчій ланці механічної руки рух задання. Якісне очищення оброблюваної поверхні досягається за умови, якщо робочий орган, тобто дробоструминне сопло, буде переміщуватись на оптимальній відстані r . Тому виконавчій ланці – штоку механічної руки – при повороті цапфи навколо осі шарніра O додатково повідомляється поступальний, так званий, слідкуючий, рух вздовж тангенціального отвору у цапфі 5 залежно від кута повороту виконавчої ланки. За допомогою слідкуючого руху дотримуються оптимальної відстані від сопла до оброблюваної поверхні при очищенні еліптичних днищ.

При очищенні глухого днища 8 і частини циліндричної обичайки ба довжиною « b » горизонтальна штанга 3 залишається нерухомою, а дробоструминне сопло переміщується за еквідистантною кривою до твірної кривої обертового виробу 6 завдяки задання та слідкуючому рухам виконавчої ланки механічної руки 4. Водночас відбиток дробоструминного сопла описує спіраль Архімеда на еліптичній поверхні глухого днища, яка на циліндричній поверхні обичайки перетворюється у гвинтову спіраль.

Коли виконавча ланка механічної руки 4 повернеться на 90° за годинниковою стрілкою і стане за нормаллю до внутрішньої поверхні обичайки ба, поворот механічної руки і поступальне переміщення штока в

тангенціальному отворі цапфи 5 припиняють. Дробоструминне сопло при цьому зупиняється на оптимальній відстані r від оброблюваної поверхні обичайки ба. Горизонтальній штанзі 3 задають поступальне переміщення вправо. Виконавча ланка механічної руки 4 разом із дробоструминним соплом переміщується при цьому за прямою на оптимальній відстані r від твірної прямої обичайки ба. Відбиток дробоструминного факела описує на циліндричній поверхні обичайки гвинтову спіраль.

Поступальне переміщення штанги 3 вправо припиняють, коли шарнір O цапфи 5 досягне точки f на осі симетрії виробу, що знаходиться на відстані « b » від більшої осі еліпса, який утворює відкрите днище 9. Після цього виконавчій ланці механічної руки надають рухи: задання та слідкуючий, але у зворотному порядку, ніж був при обробці глухого днища. Цапфа 5 разом із виконавчою ланкою механічної руки 4, що несе дробоструминне сопло, повертається за годинниковою стрілкою навколо осі шарніра O . Виконавча ланка механічної руки переміщується поступально в тангенціальному отворі цапфи 5, встановлюючи дробоструминне сопло на оптимальній відстані r від оброблюваної еліптичної поверхні. При цьому дробоструминне сопло проходить еквідистантною кривою відносно частини циліндричної обичайки на довжині « b » і еліпса, що є твірною кривою відкритого днища. Відбиток дробоструминного факела описує гвинтову спіраль на деякій частині циліндричної поверхні довжиною « b » і спіраль Архімеда на еліптичній поверхні відкритого днища.

Поєднання обертового руху оброблюваного виробу 6, що регламентує оптимальну швидкість переміщення V дробоструминного факела на оброблюваній поверхні, та відповідного змінного руху подачі дробоструминного сопла S за еквідистантою відносно твірної кривої корпусу хімічного апарата, дозволяє послідовно очистити усю внутрішню поверхню порожнини виробу, починаючи від глухого днища, продовжуючи на обичайці та закінчуючи на люкові відкритого днища.

Подачу повітряно-абразивної суміші до сопла припиняють після того, як дробоструминне сопло досягне люка відкритого днища. Механічній руці 4 задають реверсивне обертання проти годинникової стрілки навколо шарніру O . Після суміщення виконавчої ланки, тобто штоку, із віссю горизонтальної штанги 3, реверсивне обертання механічної руки 4 припиняють і зупиняють обертання виробу 6 навколо осі симетрії. Через поступальне переміщення вправо горизонтальної штанги 3 в обоймі 2 виводять механічну руку 4 через люк відкритого днища із порожнини оброблюваного виробу 6. Технологічна операція дробоструминного очищення порожнини корпусу хімічного апарата завершена і маніпулятор приведено у початковий стан.

На рисунку 2.55 зображена схема, яка пояснює спосіб переміщення у горизонтальній площині виконавчої ланки, що виконана у вигляді штоку, механічної руки автоматичного маніпулятора із дробоструминним соплом вздовж твірної кривої цільнозварного корпусу хімічного апарата.

більшої осі еліпса, що є твірною кривою для глухого днища 8. Виконавча ланка займає положення $e-a$, повертаючи її за годинниковою стрілкою навколо осі e з положення $e-a$ у положення $e-b$, механічна рука здійснює обертовий рух задання. Шток, тобто виконавча ланка, послідовно проходить точки 1, 2, 3, 4, 5 на коловій орбіті $a-b$ і при цьому видовжується на відрізки 1-1', 2-2', 3-3', 4-4' та 5-5', здійснюючи слідкуюче поступальне переміщення, що забезпечує дробоструминному соплу переміщення за еквідистантою до еліптичної твірної глухого днища на оптимальній відстані r від оброблюваної поверхні.

Коли виконавча ланка механічної руки досягне нормального положення $e-b$ відносно циліндричної обичайки ba , тобто точки b , поворот виконавчої ланки відносно штанги припиняється. Штанга переміщується з положення e у положення f . Виконавча ланка, оснащена дробоструминним соплом, переміщується прямою $b-c$, проходячи на оптимальній відстані r від оброблюваної поверхні циліндричної обичайки.

Коли у результаті поступального переміщення штанги вісь повороту виконавчої ланки досягне точки f , штанга зупиняється. Виконавча ланка при цьому займе положення $f-c$. Шток починає повертатись за годинниковою стрілкою із положення $f-c$ у положення $f-d$. Дробоструминне сопло проходить на коловій траєкторії $c-d$ точки 7, 8, 9, 10, 11, 12, а виконавча ланка здійснює обертовий рух задання. Сопло видовжується на відрізки 8-8', 9-9', 10-10', 11-11' та 12-12', здійснюючи таким чином слідкуюче поступальне переміщення, що забезпечує дробоструминному соплу переміщення за еквідистантою до еліптичної твірної відкритого днища 9 на оптимальній відстані r від оброблюваної поверхні.

Кінематична схема на рисунку 2.56 пояснює будову і принцип дії механічної руки автоматичного маніпулятора.

Виконавча (вихідна) ланка механічної руки виконана у вигляді штоку 10 із нарізаною зубчастою рейкою, що пропущений крізь тангенціальний отвір у фланці 11, що приварено до цапфи 12. Цапфа встановлена на опорах 13 у тілі штанги. Через центральний отвір цапфи проходить вал 14, змонтований на підшипниках 15. На вихідну ділянку вала 14 насаджено шестірню 16. Вона входить у зачеплення із зубчастою рейкою, що нарізана на штокові 10. Вхідна ділянка вала 14 через конічну зубчасту пару 17-18 з'єднана із трансмісійним валом 19. На цапфу 12 між опорами 13 насаджено шків 20. Таке сполучення цапфи 12 і вала 13 дозволяє штоку 10 сприймати два рухи: обертовий задання навколо осі I та слідкуючий поступальний у тангенціальному отворі фланця 11. На зворотному боці штанги по осі II змонтовано слідкуючий механізм, що аналогічний дворухомому виконавчому механізму, який здійснює рух штока 10. Слідкуючий механізм призначений для візуального спостереження за положенням руки 10 у порожнині цільнозварного корпусу хімічного апарата і для формування керуючих команд за допомогою шляхових вимикачів на вузлових точках оброблюваного виробу для приводів механічної руки.

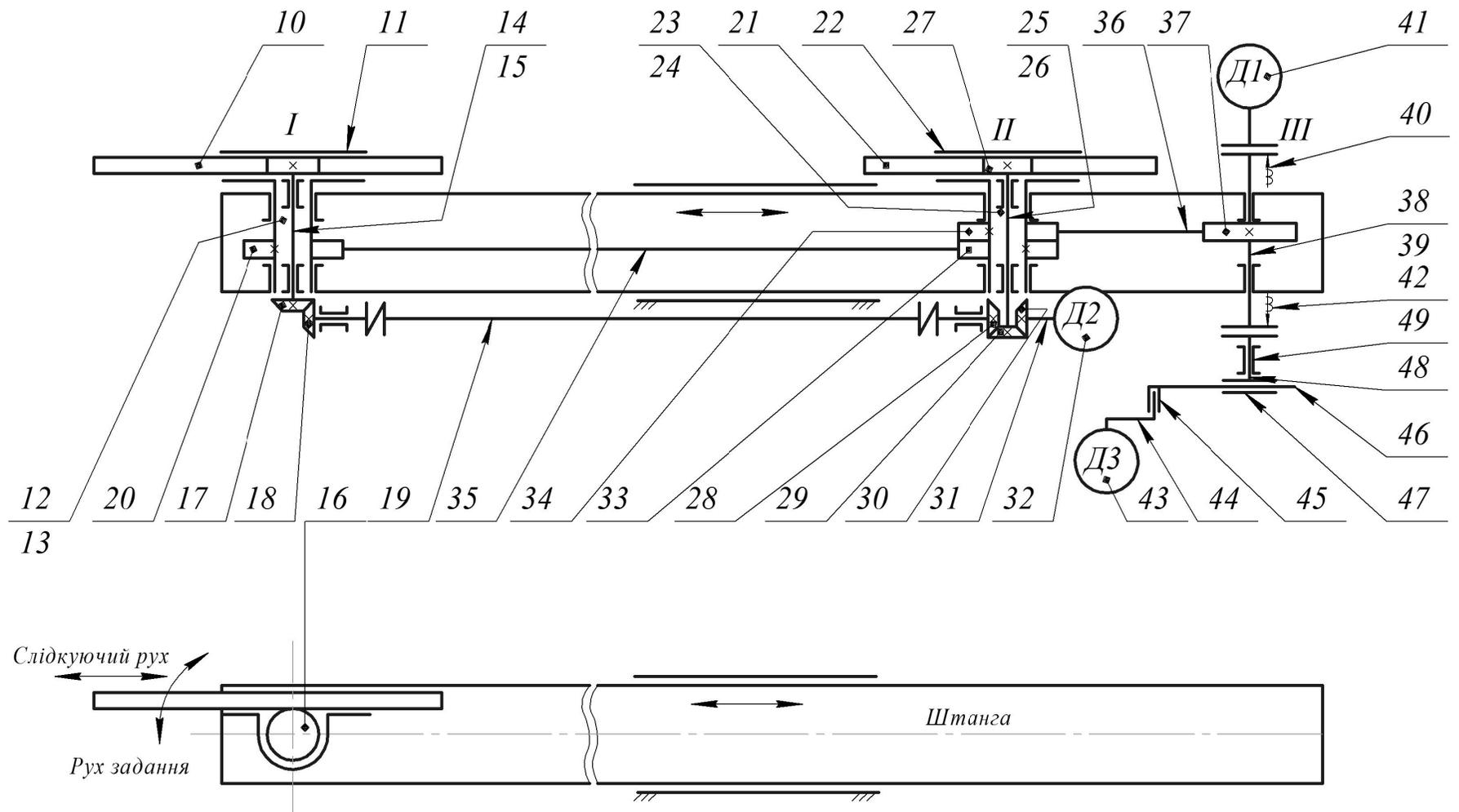


Рисунок 2.56 – Кінематична схема механічної руки автоматичного маніпулятора

Він складається з виконавчої ланки – штоку 21 із нарізаною зубчастою рейкою, що пропущений через тангенціальний отвір у фланці 22, привареному до цапфи 23, що змонтована на опорах 24. Через центральний отвір цапфи 23 проходить вал 25, встановлений на підшипниках 26. На вихідну ділянку вала 25 насаджено шестірню 27, що зачіплюється із зубчастою рейкою, нарізаною на штокові 21. Вхідна ділянка вала 25 через конічну зубчасту пару 28-29 з'єднана із трансмісійним валом 19 і далі за допомогою конічної шестірні 30 із вихідним валом 31 слідкуючого приводу 32, що має кроковий двигун. На цапфу 23 між опорами 24 насаджено два шківів 33 і 34. Шків 33 слугує для з'єднання за допомогою гнучкої ланки 35 зі шківом 20, встановленому на цапфі 12. За допомогою другого шківів 34 цапфа 23 через гнучку ланку 36 з'єднана зі шківом 37, який насаджено на проміжний вал 38, встановлений на осі III. Проміжний вал 38 змонтовано на опорах 39 і має дві вихідних ланки.

До верхньої вихідної ділянки вала 38 через керовану муфту 40 приєднано привод задання 41 із кроковим двигуном, а до нижньої вихідної ділянки вала 38 через керовану муфту 42 приєднано за допомогою кривошипно-шатунного механізму осцилюючий привод 43. Кривошипно-шатунний механізм складається з кривошипу 44, який через опору обертання 45 приєднано до шатуна 46. Шатун входить в отвір повзуна 47, що гоїдається. Останній прикріплено до вала 48, який встановлено на опорі 49.

Таким чином, механічна рука має незалежні приводи для пересування виконавчої ланки 10 відносно штанги:

- привод задання 41, що здійснює за допомогою цапфи 12 обертання-поворот штока навколо осі I при обробці поверхні еліптичних днищ;
- слідкуючий привод 32, що здійснює поступальне переміщення штока відносно цапфи 12 при обробці поверхні еліптичних днищ;
- осцилюючий привод 43, що в процесі обробки поверхні еліптичних днищ та циліндричної обичайки при зупиненому приводі задання 41 здійснює гармонійні коливання штока 10.

Під час дробоструминного очищення поверхні еліптичних днищ приводи працюють послідовно. Першим починає працювати привод задання, який повертає виконавчу ланку – шток 10 механічної руки – на певний кут і зупиняється. Потім слідкуючий привод залежно від кута повороту змінює виліт штока, розміщуючи дробоструминне сопло на оптимальній відстані від оброблюваної поверхні, тобто на еквідистанті до еліптичної твірної днища, і зупиняється. Починає працювати осцилюючий привод, що задає штоку гармонійні коливання після повороту штока на певний кут.

Під час дробоструминного очищення поверхні циліндричної обичайки працює лише один осцилюючий привод, що змушує шток здійснювати гармонійні коливання.

Привод задання 41 здійснює поворот цапфи 12 зі штоком 10 навколо осі I за таким кінематичним ланцюгом: двигун Д1 – керована муфта 40 – проміжний вал 38, встановлений на опорах 39, – шків 37 – гнучка ланка 36 – шківів 34 і 33, насажені на цапфу 23, яка змонтована на опорах 24, – гнучка ланка 35 – шків 20, – цапфа 12, розташована на опорі 13, – фланець 11 – вихідна ланка 10.

Слідкуючий привод 32 здійснює поступальне переміщення вихідної ланки 10 уздовж тангенціального отвору у фланці 11 за таким кінематичним ланцюгом: двигун Д2 – вал 31 – конічні зубчасті колеса 30, 29, 28 – трансмісійний вал 19 – конічні зубчасті колеса 18, 17 – вал 14, встановлений на підшипниках 15, шестірня 16, що входить у зачеплення із зубчастою рейкою, нарізаною на штокові 10.

Осцилюючий привод 43 здійснює гармонійні коливання вихідної ланки 10 у горизонтальній площині під час дробоструминного очищення за таким кінематичним ланцюгом: двигун Д3 – кривошип 44 – шарнір 45 – шатун 46 – повзун, що гойдається, 47 – вал 48, встановлений на опорі 49 – керована муфта 42 – вал 38 – шків 37 – гнучка ланка 36 – шків 33, 34 – гнучка ланка 35 – шків 20 – цапфа 12 – фланець 11, крізь тангенціальний отвір якого пропущений шток 10.

Слідкуючий механізм повторює усі рухи дворухомого виконавчого механізму механічної руки і формує відповідні керуючі команди для приводів. Він складається із цапфи 12 та вала 14 і паралельно приєднаний до приводів задання, слідкуючого та осцилюючого рухів. Цапфа 23, встановлена на опорах 24, отримує рух від шків 34, що задає поворот або коливання, і передає його на фланець 22, у тангенціальний отвір якого вставлена вихідна ланка – шток 21. Слідкуючий рух шток 21 отримує від привода 32 (двигун Д2) через вал 31 і далі через конічну зубчасту пару 29-30 на вал 25, встановлений на опорах 26. Далі шестірня 27, закріплена на вихідній ділянці вала 25 з такою, що входить у зачеплення із зубчастою рейкою, нарізаною на штокові 21, здійснює поступальне переміщення вихідної ланки слідкуючого механізму за тангенціальним отвором у фланці 22.

Запропоноване технічне рішення на автоматичний маніпулятор для дробоструминного очищення порожнин цільнозварних корпусів хімічних апаратів є комбінованим механізмом – механічною рукою – і має такі визначені техніко-економічні переваги над прототипом:

- маніпулятор має просту конструкцію, що забезпечує високу надійність виробу при роботі в екстремальних умовах дробоструминного очищення, які характеризуються інтенсивним абразивним впливом дробу із рикошетом та підвищеною запиленістю робочої зони;

- обраний спосіб обходу дробоструминним соплом за еквідистантою до твірної кривої оброблюваного виробу є простим і оптимально реалізується за допомогою дворухомої механічної руки;

- здійснення гармонійних коливань вихідної ланки механічної руки за допомогою осцилюючого приводу позитивно відбивається на рівномірності дробоструминного очищення оброблюваної поверхні;

- зручне та легке переналадження виконавчої ланки механічної руки при переході на обробку корпусу хімічного апарата іншого діаметра;

- технологічна ефективність – відпрацьований рикошетний дріб збирається у нижній частині порожнини виробу і не заважає дробоструминному соплу, що переміщується у горизонтальній площині, очищувати оброблювану поверхню, так як штанга не обертається;

- наявність слідкуючого механізму, що може бути виготовлений у зменшеному масштабі порівняно із виконавчим механізмом, тобто механічною рукою, дає можливість візуального спостереження за положенням дробоструминного сопла у порожнині оброблюваного виробу;

- простота шляхового керування за допомогою слідкуючого механізму;
- зручність програмування через наявність слідкуючого механізму, що дозволяє фіксувати вузлові точки переміщення робочого органу відносно оброблюваної поверхні, яка утворена кривими другого порядку;

- підготовчо-заклучний час на переналагодження автоматичного маніпулятора незначний, що дозволяє зменшити штучний час;

- відсутність громіздкого диференціального механізму для ліквідації неузгодженості положення механічної руки відносно оброблюваної поверхні;

- надійність подачі повітряно-абразивної суміші від дробоструминного апарата до сопла, так як останнє не обертається, а це не вимагає спеціальних муфт для гумовотканинного рукава подачі, через який подається повітряно-абразивна суміш.

Запропоноване технічне рішення на автоматичний маніпулятор має такі переваги перед прототипом:

- підвищення надійності та довговічності АМ завдяки простим та ефективним технічним рішенням конструктивного виконання механічної руки;

- підвищення продуктивності дробоструминного очищення за рахунок зменшення штучного часу на обробку;

- підвищення якості обробки за рахунок більш рівномірного очищення.

Отже, запропоноване технічне рішення є економічно вигідним і технічно прийнятним.

2.2 Метричний синтез

Метричний синтез – це творчий процес пошуку (із урахуванням технічних вимог на технологічну машину) нового технічного рішення на структуру механізму, що здатний більш ефективно виконувати визначену операцію заданого технологічного процесу, ніж відомі механізми.

Метричний синтез будемо розглядати стосовно проектування виконавчих механізмів. Його починають із детального вивчення технологічного процесу, який буде здійснювати майбутній механізм.

Параметри технологічного процесу є початковими даними для проектування виконавчого механізму. Це:

- геометричні розміри та маса заготовки, яку необхідно обробити;

- матеріал і стан поверхні заготовки;

- спосіб обробки заготовки;

- робочий орган, тобто інструмент;

- траєкторія переміщення заготовки при обробці;

- траєкторія переміщення інструмента при обробці;

- діапазони технологічних режимів;

- графік навантаження робочого органа;

- продуктивність обробки;
- умови подачі заготовки у зону обробки;
- умови вивантаження обробленої деталі;
- геометричні розміри і якість поверхні отриманої деталі;
- взаємодія з довкіллям;
- принцип видалення виробничих відходів;
- характер впливу на довкілля;
- співвідношення робочих і холостих ходів інструмента;
- серійність виробництва та ін.

Під час метричного синтезу виконавчого механізму необхідно враховувати також технічні вимоги на майбутню технологічну машину, а саме:

- габаритні розміри виконавчого механізму;
- маса виконавчого механізму;
- термін служби виконавчого механізму до капітального ремонту;
- довговічність та надійність;
- рекомендоване джерело механічного руху;
- механічна характеристика джерела механічного руху;
- можливість розміщення датчиків положення;
- можливість розміщення датчиків швидкості;
- основний технологічний час;
- рекомендований та потрібний за умовами обробки вид кінематичних пар;
- умови мащення;
- можливість блочно-модульного виконання;
- безпечність та промислова санітарія;
- екологічність;
- можливість складання в умовах певного машинобудівного заводу;
- можливість транспортування;
- терміни та умови зберігання;
- доступність та витрата дефіцитних матеріалів;
- кваліфікація виконавців машинобудівного заводу, на якому доведеться виготовляти;
- технологічна база машинобудівного заводу;
- кваліфікація робочого персоналу експлуатаційних підприємств;
- можливість здійснення поточного та капітального ремонту;
- можливість метрологічного забезпечення життєвого циклу виробу та ін.

Наведений перелік факторів, що впливають на конструкцію виконавчого механізму, не повний. Враховуючи це, можемо уявити всю складність етапу проектування нового механізму.

Потім геометричні розміри механізму уточнюються через проведення відповідних технічних аналізів пропонованого технічного рішення, зокрема кінематичних і динамічних досліджень. Таким чином, метричний синтез механізму являє собою процес послідовного наближення до оптимального варіанта через чергування операцій синтезу й аналізу. Основними методами аналізу є, безперечно, кінематичні й динамічні дослідження, результати яких

повинні задовольняти початкові технічні вимоги на виконавчий механізм, що проектується.

2.3 Кінематичний аналіз

Кінематичний аналіз полягає у тому, щоб знайти кінематичні параметри руху (траєкторії переміщення, швидкості та прискорення ланок) нового механізму, геометричні розміри якого визначені при заданому законі руху ланки, яка веде (початкової).

Кінематичному аналізу підлягають можливі варіанти виконання нового механізму із метою виявити відповідність пропонованих технічних рішень технічним вимогам на технологічну машину, що проектується. Результати кінематичного аналізу є початковими даними для виконання динамічних розрахунків (визначення сил інерції та моментів сил інерції, кінетичної енергії механізму і потужності джерела механічного руху), а також для визначення силової взаємодії ланок.

Кінематичне дослідження схем (які пропонуються) нового механізму виконують на підставі відповідних теорем теоретичної механіки графічними та аналітичними методами. Графічні методи відрізняються наочністю та відносною простотою, але не дають точних результатів. За допомогою аналітичних методів можна встановити функціональну залежність кінематичних параметрів механізму від метричних параметрів ланок, а це дає можливість отримати необхідну точність результатів.

Будемо розглядати кінематичний аналіз для механізмів, що здійснюють плоскопаралельний рух, використовуючи теореми теоретичної механіки:

- про незалежність кутової швидкості при плоскопаралельному русі від вибору полюса;

- про розподіл швидкостей в плоскопаралельному русі твердого тіла.

За першою теоремою бачимо, що кутова швидкість плоскої фігури у відносному обертовому русі навколо полюса не залежить від вибору його місця розташування.

За другою теоремою бачимо, що при плоскопаралельному русі твердого тіла швидкість будь-якої його точки визначається геометричною сумою швидкості поступального переміщення полюса і лінійної швидкості обертового руху тіла відносно вибраного полюса. Таким чином, швидкість деякої точки M твердого тіла при обраному полюсі в точці O буде дорівнювати

$$\vec{V}_M = \vec{V}_O + \vec{\omega} \cdot \vec{r}_{OM}, \quad (2.61)$$

де V_0 – швидкість поступального переміщення полюса;

ω – кутова швидкість твердого тіла;

r_{OM} – відстань від полюса O до точки M ;

$\omega \cdot r_{OM}$ – відносна швидкість обертового руху точки M навколо полюса O

$$\vec{V}_{OM} = \vec{\omega} \cdot \vec{r}_{OM}.$$

2.3.1 Кінематичне дослідження важільних механізмів

Між кінематичними і метричними параметрами будь-якого важільного механізму існують взаємні зв'язки у вигляді певних аналітичних залежностей. Ці залежності зазвичай виражають функцією кінематичного параметра, що вивчається, від положення вхідної ланки відносно прийнятої системи координат, тобто від узагальненої координати механізму, яка є змінним аргументом. Зв'язки між кінематичними і геометричними параметрами механізму засновані за умови замкненості контуру, що розглядається, відносно основи.

Для встановлення траєкторії переміщення будь-якої точки механізму будують план механізму. **План механізму** – це графічне зображення у масштабі кінематичної схеми механізму залежно від положення вхідної ланки, тобто залежно від узагальненої координати.

Розглянемо найбільш поширений центральний кривошипно-повзунний механізм, геометричні розміри якого визначені на основі метричного синтезу (рисунок 2.57, а). Механізм складається із ланки, що веде (вхідної), – кривошипу 1, що утворює із основою 4 обертову пару O , проміжної ланки – шатуна 2 і вихідної (кінцевої ланки) – повзуна 3, що утворює із основою 4 поступальну пару H_{34} . Шатун 2 пов'язаний із кривошипом 1 і повзуном 3 за допомогою шарнірів A та B відповідно.

Кривошип радіусом r обертається навколо шарніра O із постійною та рівномірною кутовою швидкістю ω_1 від деякого джерела механічного руху (на кінематичній схемі його не показано), і через шатун 2 довжиною l , що здійснює плоский рух, задає повзуну 3 зворотньо-поступальне переміщення зі швидкістю V_3 відносно основи 4.

Узагальненою координатою цього механізму є кут повороту α основного кривошипа 1 відносно прийнятої системи прямокутних координат xOy . Побудувавши плани механізму для декількох положень кривошипа, можна визначити траєкторії переміщення будь-якої точки механізму. На рисунку 2.57, а зображена шатунна крива, тобто траєкторія переміщення точки C , що належить шатуну 2.

За один оберт кривошипа на кут $\alpha = 2\pi$ від положення 0 до положення δ за коловою траєкторією точки A радіусом r повзун переміститься за прямолінійною траєкторією вздовж осі Ox вліво із положення 0 до положення 4 на довжину $S = 2r$, а потім з положення 4 до положення δ вправо на довжину $S = 2r$, повертаючись у початковий стан. На рисунку 2.57, б показано графік переміщення повзуна S залежно від кута повороту кривошипа α .

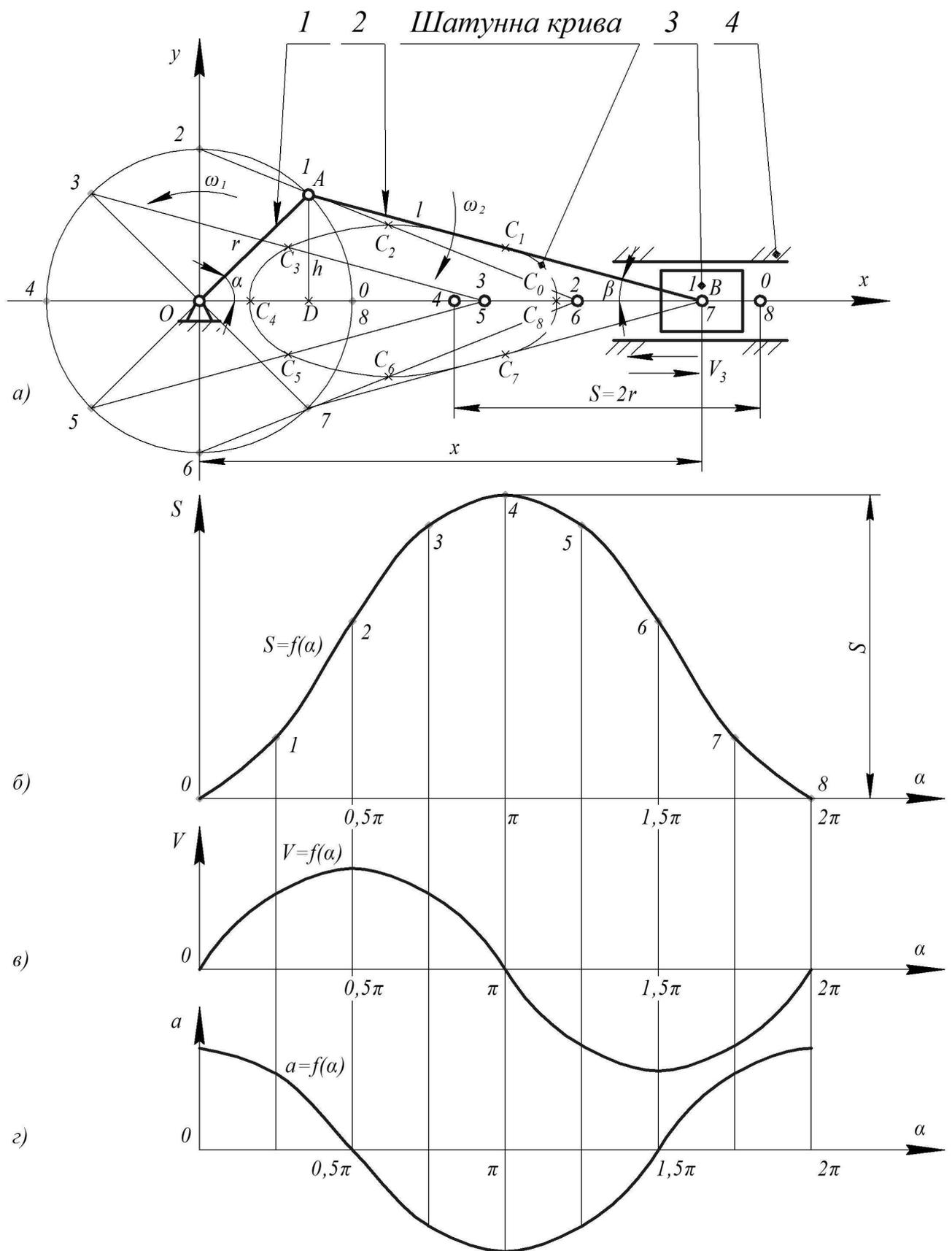


Рисунок 2.57 – Кривошипно-повзунний механізм (а) та графіки переміщень S (б), швидкостей V (в), прискорень a (г) повзуна залежно від кута повороту α кривошипа

У результаті графічного диференціювання кривої $S = f(\alpha)$ отримаємо криву $V = f'(\alpha)$, що характеризує зміну лінійної швидкості повзуна за один оберт кривошипа на кут $\alpha = 2\pi$ (рисунок 2.57, в). Графічно диференціюючи криву $V = f'(\alpha)$, отримаємо криву $a = f''(\alpha)$, що показує зміну прискорення повзуна за один поворот кривошипа на кут $\alpha = 2\pi$ (рисунок 2.57, з).

Особливих складнощів немає при визначенні поточних положень повзуна на абсцисі Ox і побудові кривої $S = f(\alpha)$.

Результати ж графічних побудов кривих $V = f'(\alpha)$ та $a = f''(\alpha)$ можуть бути уточнені через побудову планів швидкостей та прискорень для відповідних положень кривошипа. На рисунку 2.58 показано такі побудови для 1-го положення кривошипа на коловій траєкторії за умови рівномірного обертання основної ланки із кутовою швидкістю $\omega_1 = const$ проти годинникової стрілки, тобто без кутового прискорення ε_1 .

Колова швидкість точки A , що належить кривошипу, дорівнює

$$V_a = \omega_1 \cdot r. \quad (2.62)$$

Вона спрямована за дотичною до кола діаметром $2r$, тобто траєкторії переміщення точки A . Цю ж швидкість V_a має і точка A , що належить шатуну. Відкладаємо від довільної точки p , яку називаємо полюсом швидкостей, у прийнятому масштабі відрізок pa , рівний за модулем і напрямком швидкості V_a у положенні I кривошипа (рисунок 2.58).

Точка B належить як шатуну, так і повзуна, тому напрям швидкості V_B відомий. Це траєкторія переміщення повзуна прямою Ox . Модуль швидкості V_B визначаємо з векторного рівняння

$$\vec{V}_b = \vec{V}_a + \vec{V}_{ba}, \quad (2.63)$$

де V_a – переносна швидкість поступального переміщення полюса A , навколо якого обертається шатун;

V_{ba} – відносна швидкість обертання точки B шатуна навколо полюса A , що дорівнює $V_{ba} = \omega_2 l$ (тут ω_2 – кутова швидкість відносного руху шатуна).

Швидкість V_{ba} відносного обертання точки B відома за напрямком. Вона перпендикулярна шатуну в положенні механізму I . Маючи наведені дані, будуємо векторний трикутник rab швидкостей. Це допомагає визначити і модулі швидкостей V_{ba} та V_b (рисунок 2.58, а).

Визначена швидкість V_{ba} дає можливість розрахувати кутову швидкість шатуна ω_2 за формулою:

$$\omega_2 = V_{ba} / l. \quad (2.64)$$

Використовуючи отримані швидкісні показники ланок, будемо план прискорень для першого положення механізму (рисунок 2.58, б). Прискорення точки A кривошипа складається із двох складових:

$$\vec{a}_a = \vec{a}_a^n + \vec{a}_a^\tau, \quad (2.65)$$

де a_a^n – відцентрове прискорення, $a_a^n = r \cdot \omega_1^2$;

a_a^τ – тангенціальне прискорення, $a_a^\tau = r \cdot \varepsilon_1 = 0$.

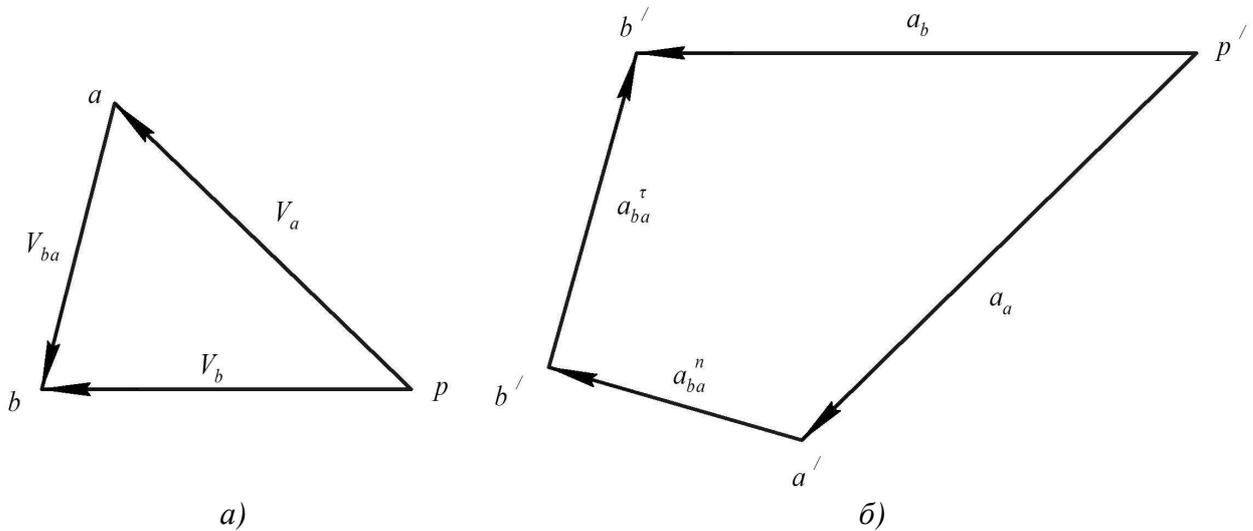


Рисунок 2.58 – Плани швидкостей (а) та прискорень (б) для першого положення механізму, зображеного на рисунку 2.57

Таким чином, абсолютне прискорення як точки A , що належить кривошипіві, так і точки A , що належить шатуну, становить

$$a_a = r \cdot \omega_1^2.$$

Із довільної точки p' , яку називаємо полюсом, відкладаємо у масштабі прискорення a_a у вигляді відрізка $p'a'$.

Для визначення прискорення точки B , що належить шатуну і повзуну, складаємо векторне рівняння

$$\vec{a}_b = \vec{a}_a + \vec{a}_{ba}^n + \vec{a}_{ba}^\tau, \quad (2.66)$$

де a_{ba}^n – нормальне прискорення, $a_{ba}^n = l \cdot \omega_2^2$, тобто відоме за модулем та напрямком;

a_{ba}^{τ} – тангенціальне прискорення точки B шатуна відоме лише за напрямком, перпендикулярним шатуну.

Абсолютне прискорення точки B шатуна і повзуна відоме за напрямком, яким є вісь Ox .

На основі цих даних будемо план прискорень механізму для наведеного положення (рисунок 2.58, б).

Визначимо аналітично функціональну залежність пройденого повзуном шляху S від кута повороту кривошипу α . Для цього опускаємо із точки A перпендикуляр на траєкторію переміщення повзуна до перетину із віссю Ox у точці D (рисунок 2.57). Висоту перпендикуляра AD позначимо через h . Поточна абсциса x точки B , що визначає положення повзуна, дорівнює сумі:

$$x = OD + DB = r \cos \alpha + \sqrt{l^2 - h^2} = r \cos \alpha + \sqrt{l^2 - r^2 \sin^2 \alpha}. \quad (2.67)$$

Отриманий вираз є функціональною залежністю $x = f(\alpha)$ та дає можливість розрахувати пройдений шлях повзуном $2S$ при зміні кута повороту кривошипа α від 0 до 2π .

Розраховуючи похідну за часом від координати x , знаходимо швидкість повзуна V_3 . При цьому враховуємо, що $d\alpha / dt = \omega_1$.

$$\begin{aligned} V_3 &= \frac{dx}{dt} = -r \sin \alpha \frac{d\alpha}{dt} - \frac{1}{2} (l^2 - r^2 \sin^2 \alpha)^{\frac{1}{2}} \cdot r^2 \cdot 2 \sin \alpha \cos \alpha \frac{d\alpha}{dt} = \\ &= -r\omega_1 \sin \alpha - r^2 \omega_1 \sin \alpha \cos \alpha (l^2 - r^2 \sin^2 \alpha)^{\frac{1}{2}} = \\ &= -r\omega_1 \sin \alpha - \frac{r^2 \omega_1 \sin 2\alpha}{2\sqrt{l^2 - r^2 \sin^2 \alpha}}. \end{aligned} \quad (2.68)$$

Значення швидкості повзуна при різних положеннях кривошипа будуть такі: $\alpha_0 = 0$ та $\alpha_4 = \pi$, то $V_3 = 0$; $\alpha_2 = \pi / 2$, то $V_3 = r\omega_1$, що відповідає кривій $V = f(\alpha)$, наведеній на рисунку 2.57.

Розраховуючи похідну за часом від швидкості V_3 , знаходимо функціональну залежність прискорення повзуна a від кута повороту кривошипа α

$$\begin{aligned}
a_3 &= \frac{dV_3}{dt} = -\frac{d}{dt} \left[\sin \alpha + \frac{r \sin 2\alpha}{2\sqrt{l^2 - r^2 \sin^2 \alpha}} \right] r\omega_1 = \\
&= -r\omega_1 \left[\cos \alpha \frac{d\alpha}{dt} + r \cos 2\alpha \frac{2d\alpha}{dt} / \left(2\sqrt{l^2 - r^2 \sin^2 \alpha} \right)^{\frac{1}{2}} + \right. \\
&\quad \left. + r \sin 2\alpha \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) \frac{1}{2} (l^2 - r^2 \sin^2 \alpha)^{-\frac{3}{2}} - r^2 2 \sin \alpha \cos \alpha \frac{d\alpha}{dt} \right] = \\
&= -r\omega_1 \left[\omega_1 \cos \alpha + \frac{2\omega_1 r \cos 2\alpha}{2\sqrt{l^2 - r^2 \sin^2 \alpha}} + \frac{r^3 \sin^2 2\alpha \omega_1}{2 \cdot 2(l^2 - r^2 \sin^2 \alpha)^{3/2}} \right] = \\
&= -r\omega_1^2 \cos \alpha - \frac{r^2 \omega_1^2}{2} \left[\frac{2 \cos 2\alpha}{\sqrt{l^2 - r^2 \sin^2 \alpha}} + \frac{r^2 \sin^2 2\alpha}{2(l^2 - r^2 \sin^2 \alpha)^{3/2}} \right].
\end{aligned} \tag{2.69}$$

Значення прискорення повзуна при різних кутах повороту кривошипа α будуть такі: $\alpha_0 = 0$, то $a_3 = r\omega_1^2 \left[1 + \frac{r}{l} \right]$; $\alpha_2 = \pi/2$, то $a_3 = 0$; $\alpha_4 = \pi$, то $a_3 = -r\omega_1^2 \left[1 - \frac{r}{l} \right]$, що відповідає кривій $a = f(\alpha)$, наведеній на рисунку 2.57.

2.3.2 Кінематика кулачкових механізмів

Кулачкові механізми призначені для перетворення рівномірного обертового руху початкової (вхідної) ланки, якою є кулачок, у потрібний зворотно-поступальний або рух гойдання вихідної (виконавчої) ланки, якою є штовхач або важіль.

Кінематичний аналіз кулачкових механізмів виконують за дійсною схемою або за схемою механізму заміни. Для цього вищу кінематичну пару замінюють двома нижчими кінематичними парами із уведенням до конструкції фіктивної ланки певної довжини. При цьому деякі схеми кулачкових механізмів стають відомими кінематичними схемами важільних механізмів, кінематичний аналіз яких було розглянуто раніше.

Враховуючи, що кінематичний аналіз дійсної схеми має певні переваги, розглянемо кінематичні параметри руху на прикладі плоского кулачкового механізму із роликівим штовхачем, що виконує поступальний рух (рисунк 2.59, а).

Зазвичай поступальне переміщення виконавчої ланки кулачкового механізму, яким є штовхач, має реверсивний характер і складається із чотирьох фаз: прямий або робочий хід, вистій у стані віддалення, зворотний або холостий хід, вистій у початковому положенні механізму.

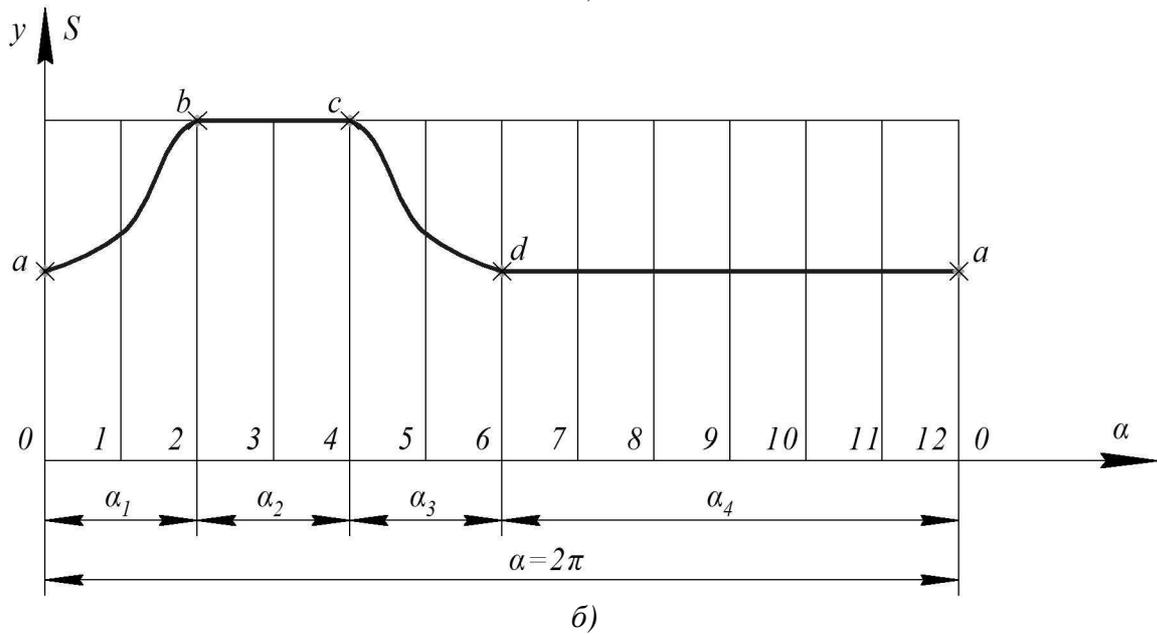
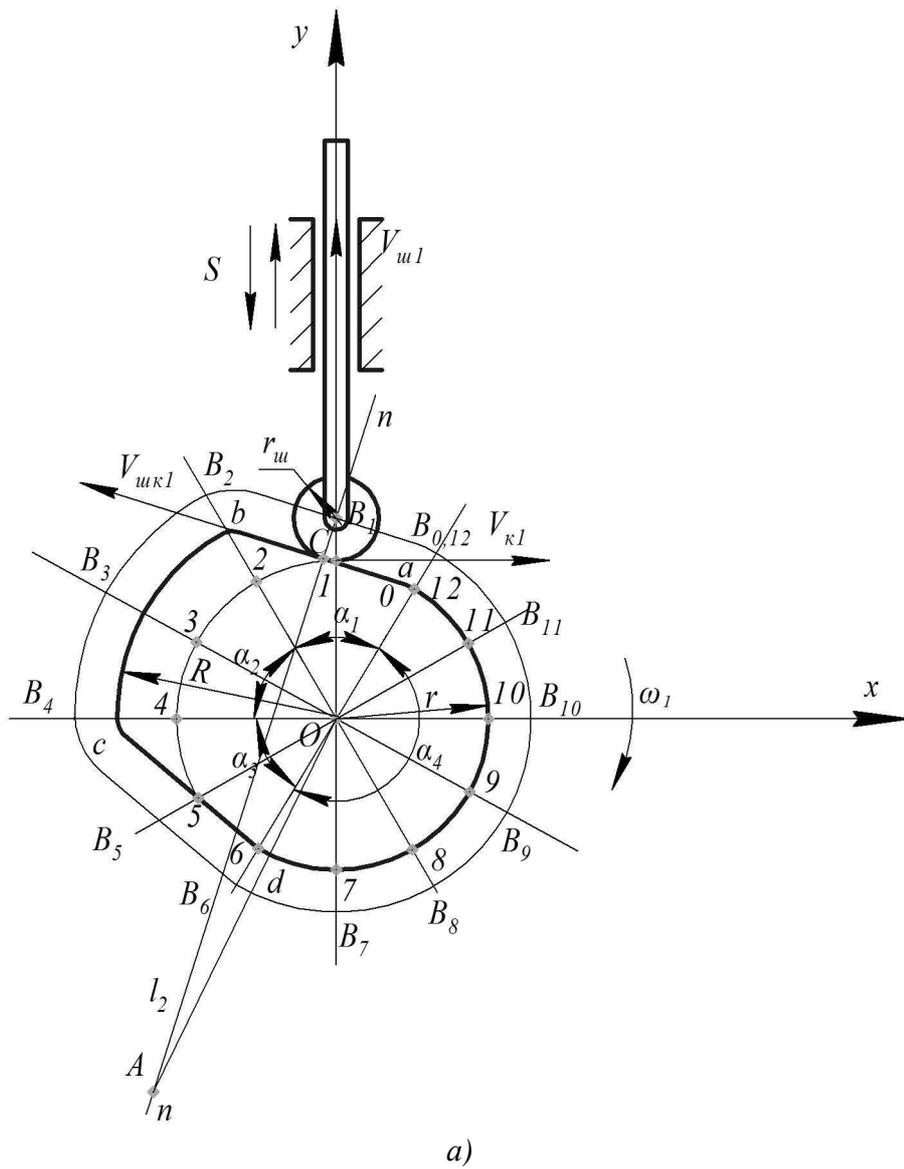


Рисунок 2.59 – Кулачковий механізм із роликівим штовхачем (а) та графіком положень штовхача S залежно від кута повороту кулачка α (б)

Закон переміщення виконавчої ланки обумовлюється вимогами здійснюваного технологічного процесу та визначається продуктивністю машини та динамікою механізму, що проектується.

Розмістимо прямокутну систему координат, як показано на рисунку 2.59, б. Відмітимо характерні точки a , b , c , d на профілі кулачка. На ділянці $d-a$ профіль кулачка виконано коловим радіусом r , а на ділянці $b-c$ також коловим, але радіусом $R > r$. Перехідні ділянки профілю утворені кривими $a-b$ і $c-d$. Різниця радіусів $R-r$ визначає хід штовхача h , тобто $R-r=h$.

Кулачок повертається за годинниковою стрілкою із постійною кутовою швидкістю $\omega_1 = const$ від положення 0 до положення 12 , послідовно проходячи кути α_1 , α_2 , α_3 , α_4 . При повороті кулачка на кут α_1 ролик штовхача контактує із криволінійною ділянкою профілю $a-b$ та піднімається на висоту h , здійснюючи робочий хід. Потім кулачок повертається на кут α_2 , а штовхач контактує із коловим профілем $b-c$ і не переміщується. Відбувається верхній вистій штовхача. При повороті кулачка на кут α_3 ролик штовхача контактує із криволінійною ділянкою профілю $c-d$ і опускається на величину h , здійснюючи холостий хід. Подальший поворот кулачка на кут α_4 не призводить до переміщення штовхача, так як останній контактує із коловою ділянкою профілю за дугою $d-a$. Спостерігається нижній вистій штовхача.

Здійснюючи описане зворотно-поступальне переміщення, ролик штовхача радіусом $r_{ш}$ своїм центром обертання описує навколо кулачка еквідистантну криву B_0-B_{12} відносно профілю. При цьому кінематична обертова пара не наближається до осі обертання кулачка на відстань $r+r_{ш}$ і не віддаляється від неї на величину більшу, ніж $R+r_{ш}$.

На рисунку 2.59, б наведено графік зворотно-поступального переміщення штовхача S вздовж осі Oy залежно від кута повороту кулачка α , що характеризує функціональну залежність $S = f(\alpha)$. На прямолінійних ділянках $b-c$ і $d-a$ штовхач не переміщується. Таким чином, закон реверсивного переміщення штовхача визначається кривими $a-b$ і $c-d$.

Розглянемо деякі характерні криві, що визначають закон переміщення штовхача на підйомі, тобто при здійсненні робочого ходу, і можливий силовий вплив кулачка на ролик штовхача.

При рівномірному переміщенні штовхача координата y змінюється за лінійним законом від точки a до точки b (рисунки 2.60). Швидкість штовхача V на цій ділянці залишається постійною, а, отже, прискорення a дорівнює нулю. Однак у точці a швидкість V миттєво змінює свою величину (робить стрибок) від нуля до деякого значення, а в точці b від деякого значення до нуля. Це призводить до того, що у точках a та b , тобто в початковий та кінцевий моменти стрибкоподібної зміни швидкості V , прискорення a штовхача стає нескінченно великим. Насправді, внаслідок пружності ланок, маємо не нескінченно великі, а досить великі прискорення, а, відповідно, і

великі сили взаємодії кулачка і штовхача, що призводять до сильних ударів та струсків механізму. Такі удари називаються жорсткими та можливі лише в тихохідних механізмах.

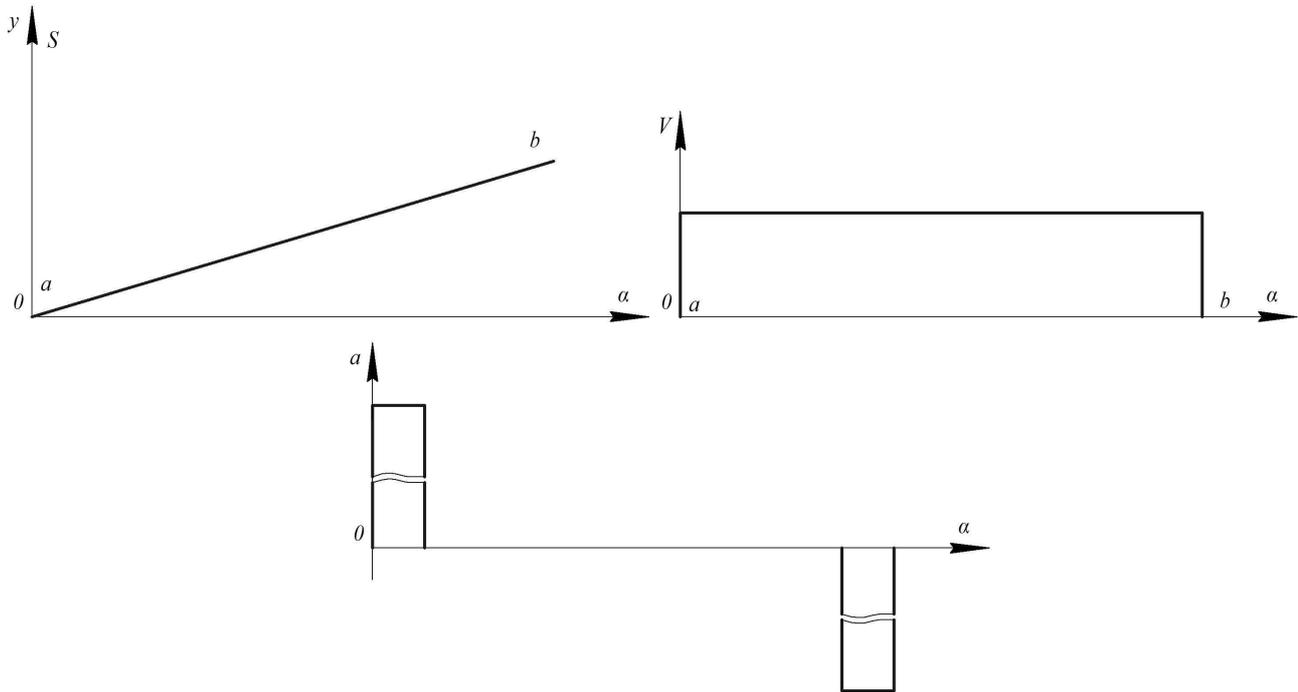


Рисунок 2.60 – Графік положень, швидкостей та прискорень при рівномірному русі штовхача

Тому під час проектування кулачкових механізмів застосовують різні способи усунення жорстких ударів. Один із таких способів полягає у наданні штовхачу (рисунок 2.61) рівнозмінного руху. При цьому на ділянці $a-t$ штовхач рухається рівноприскорено із деяким точно визначеним прискоренням a , а на ділянці $t-b$ здійснює рівноуповільнений рух із негативним прискоренням a . Досягається такий рух через відповідне профілювання кулачка, коли положення штовхача визначається не прямою $a-b$, а деякою кривою $a-t-b$, що показана на рисунку 2.61.

Основним способом визначення абсолютних значень швидкостей та прискорень штовхача є графоаналітичний спосіб, який і розглянемо.

На рисунку 2.59, a зображено кулачковий механізм у положенні, коли кулачок повернувся на половину кута α_1 . Абсолютне значення швидкості штовхача $V_{ш1}$ у цьому положенні визначають за допомогою векторного рівняння

$$\vec{V}_{ш1} = \vec{V}_{к1} + \vec{V}_{шк1}, \quad (2.70)$$

де $V_{к1}$ – колова швидкість кулачка, $V_{к1} = \omega \cdot r_{0-1}$, у положенні I ;

$V_{шк1}$ – відносна швидкість ковзання ролика штовхача за профілем кулачка у положенні I .

На рисунку 2.62, *a* показано план швидкостей для кулачкового механізму у положенні 1, коли кулачок повернувся на кут $0,5\alpha_1$.

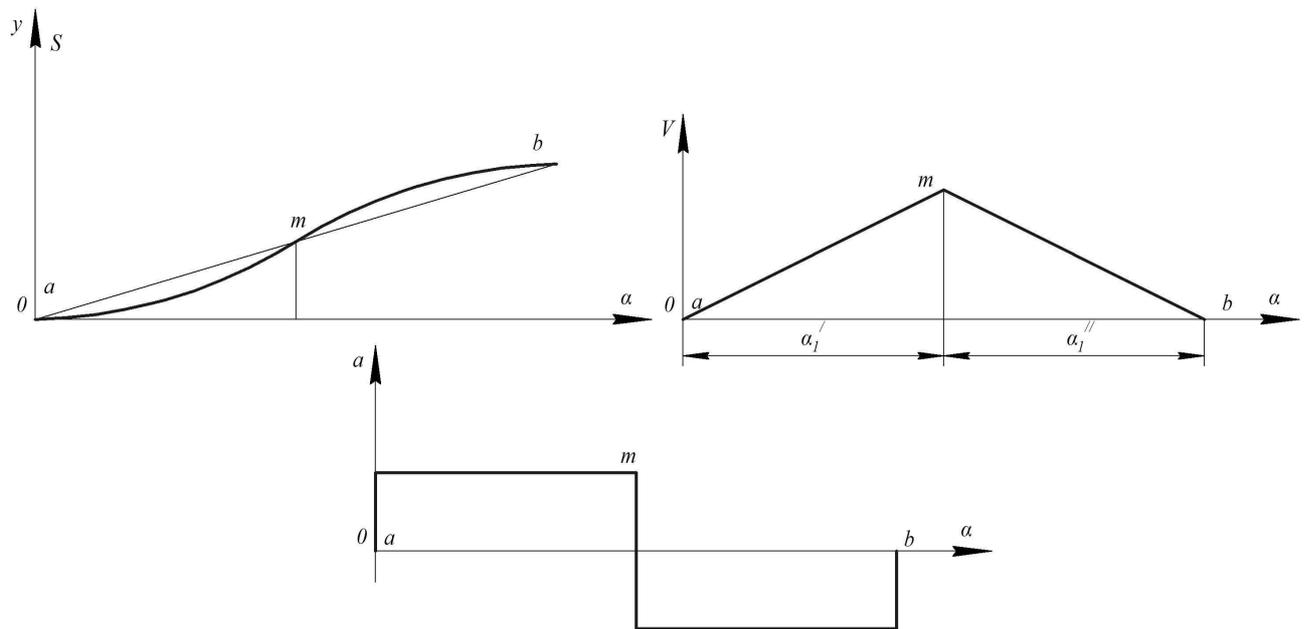


Рисунок 2.61 – Графік положень, швидкостей та прискорень при рівнозмітному русі штовхача

Уточнимо лінійну швидкість переміщення штовхача і визначимо прискорення, з яким переміщується штовхач, через побудову схеми заміни кулачкового механізму. Для цього через вісь шарніра ролика на штовхачі (рисунок 2.59, *a*) у положенні 1, тобто через точку B_1 і точку C дотику ролика штовхача із профілем кулачка проводимо нормаль $n-n$. Далі графічно визначаємо радіус кривизни профілю кулачка у положенні 1, який позначаємо через l_2 , а точку, яка визначає на прямій $n-n$ центр радіуса кривизни, позначаємо через A . Таким чином, $l_2 = AB$. З'єднуємо точку A із точкою O – віссю обертання кулачка – і позначаємо довжину відрізка OA через r .

На рисунку 2.62, *б* показано кінематичну схему механізму заміни, що складеться із кривошипа 1 довжиною r , шатуна 2 довжиною l_2 і повзуна 3, що з'єднані поміж собою за допомогою однорухомих обертових пар A та B . Вони утворюють із основою 4 обертову пару O і поступальну пару H_{34} . Як бачимо, механізм заміни є кривошипно-повзунним механізмом.

Лінійна швидкість штовхача – у цьому випадку швидкість переміщення шарніра B – визначається векторним рівнянням

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA},$$

де V_A – колова швидкість шарніра A , $V_A = \omega_1 \cdot r$;

V_{BA} – відносна швидкість обертового руху точки B навколо точки A (відома за напрямком);

V_B – абсолютна швидкість шарніра B , відома за напрямком – лінією H_{34} переміщення повзуна.

На основі векторного рівняння будемо план швидкостей, який наведено на рисунку 2.62, *в*. Порівнявши отримане значення лінійної швидкості шарніра B , тобто швидкості V_B , з величиною швидкості штовхача V_{u1} у положенні кулачка 1 , яка визначена на плані швидкостей (рисунок 2.62, *а*), уточнюємо лінійну швидкість переміщення повзуна.

Щоб визначити графічно абсолютне прискорення a_B шарніра B у положенні механізму 1 , спочатку складемо векторне рівняння

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA},$$

де a_A – абсолютне прискорення шарніра A , що належить до шатуна 2;

a_{BA} – відносне прискорення шарніра B по відношенню до шарніра A .

Прискорення a_A дорівнює векторній сумі двох складових:

$$a_A = a_A^n + a_A^{\tau},$$

де a_A^n – відцентрове прискорення шарніра A при обертовому русі кривошипа навколо осі O , $a_A^n = \omega_1^2 \cdot r$;

a_A^{τ} – тангенціальне прискорення шарніра A .

Так як обертання кривошипа 1 є рівномірним, тобто $\omega_1 = const$, то кутове прискорення $\varepsilon_1 = 0$ і тому $a_A^{\tau} = 0$. Таким чином, $a_A = a_A^n$.

Відносне прискорення шарніра B по відношенню до шарніра A становить

$$\vec{a}_{BA} = \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^{\tau},$$

де a_{BA}^n – відцентрове прискорення шарніра B внаслідок обертового руху шатуна 2, $a_{BA}^n = V_{BA} / l_2$ (відоме за величиною та напрямком);

a_{BA}^{τ} – тангенціальне прискорення шарніра B відоме лише за напрямком – перпендикулярне до осі шатуна AB .

Таким чином, абсолютне прискорення шарніра B , тобто прискорення повзуна 3, визначається відповідно до векторного рівняння:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A^n + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^{\tau}. \quad (2.71)$$

У наведеному рівнянні дві складові відомі за величиною й напрямком, а дві складові відомі тільки за напрямком. Отже, рівняння можна розв'язати графічно.

На основі векторного рівняння будемо в масштабі план прискорень для механізму заміни у положенні 1 (рисунок 2.62, *г*), за яким визначаємо величину прискорення a_B шарніра B , тобто повзуна 3.

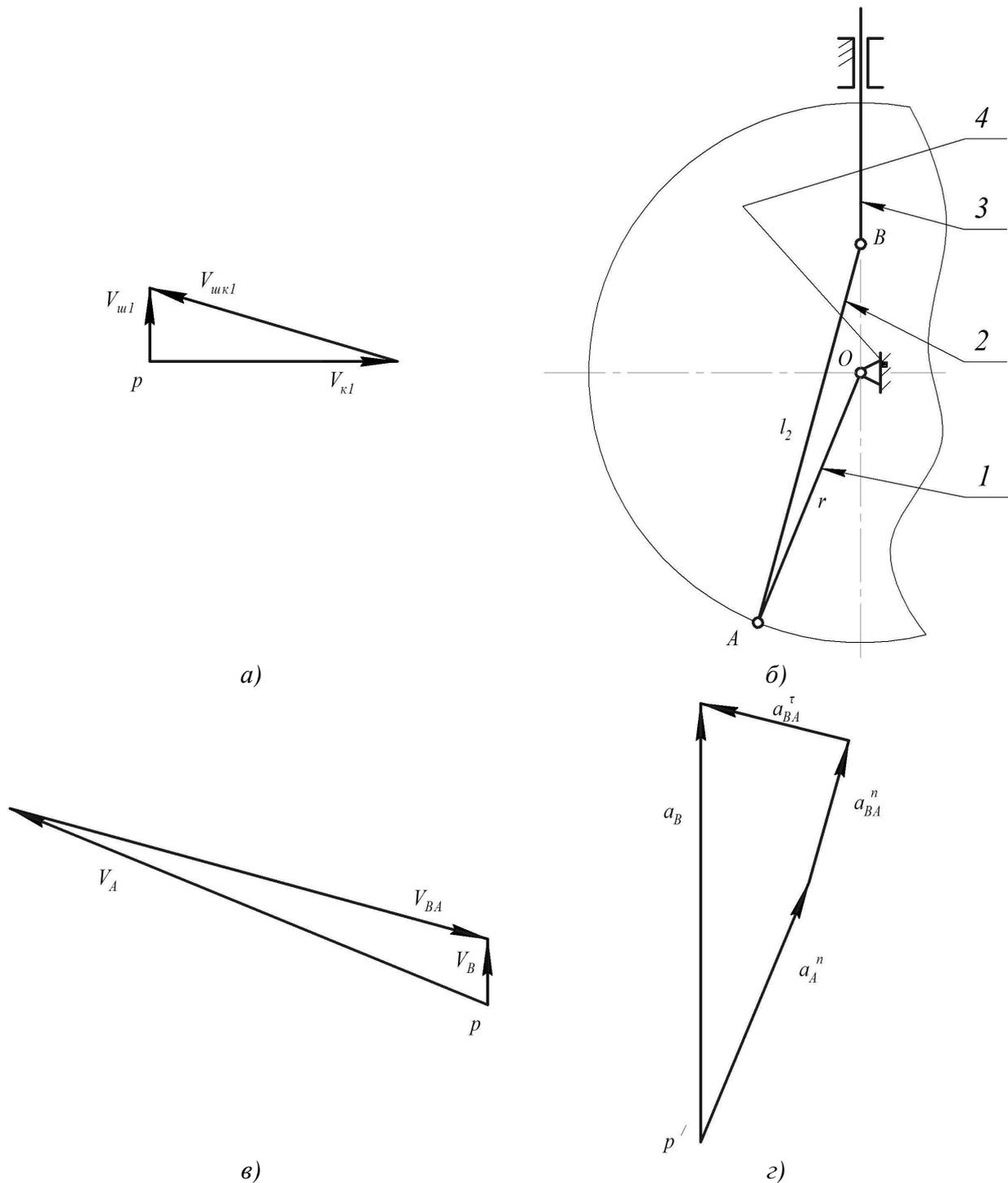


Рисунок 2.62 – План швидкостей для кулачкового механізму (а), механізм заміни (б), план швидкостей (в) та план прискорень (г) для механізму заміни у положенні 1 відповідно до рисунку 2.59

Завершену картину зміни швидкостей та прискорень ланок кулачкового механізму бачимо після побудови планів швидкостей та прискорень для всіх

положень кулачка від I до $I2$, тобто від кута повороту α , що взято у цьому випадку як узагальнену координату.

Кінематичний аналіз кулачкового механізму можна виконати й аналітично. Для цього необхідно у кожному конкретному випадку встановити функціональну залежність поточного радіуса-вектора ρ профілю кулачка від кута повороту кулачка α , тобто від узагальненої координати, і радіуса r основної шайби, тобто від найменшого радіуса профілю кулачка, величина якого обумовлюється конструктивним виконанням кулачкового механізму і кутом тиску. Таким чином, знаючи функціональну залежність

$$\rho = rf(\alpha), \quad (2.72)$$

визначають переміщення штовхача за формулою:

$$S = \rho - r = rf(\alpha) - r = r[f(\alpha) - 1]. \quad (2.73)$$

При цьому швидкість V та прискорення a штовхача визначають за формулами:

$$V = \frac{dS}{dt} = \frac{d\alpha}{dt} \cdot \frac{dS}{d\alpha} = \omega \frac{dS}{d\alpha}, \quad (2.74)$$

$$a = \frac{d^2S}{dt^2} = \frac{d\alpha^2}{dt^2} \cdot \frac{d^2S}{d\alpha^2} = \omega^2 \frac{d^2S}{d\alpha^2}. \quad (2.75)$$

2.3.3 Кінематика зубчастих механізмів

Зубчасті механізми належать до механічних передач і тому зазвичай називаються зубчастими передачами. У більшості вони використовуються у передавальних механізмах приводів машин для зниження частоти обертання вала двигуна до значення, яке потрібне виконавчому механізму, і називаються *редукторами, коробками швидкостей, розгалужувачами потоку, коробками подач* і т.п. залежно від призначення. В окремих випадках зубчасті передачі застосовуються як *мультиплікатори* – механічні пристрої для підвищення частоти обертання вхідного вала.

Кінематика зубчастих передач редукторів і подібних до них механічних пристроїв характеризується передавальним відношенням i , яке є собою часткою від ділення кутової швидкості вхідного вала ω_1 на кутову швидкість вихідного вала ω_k , тобто

$$i_{1-k} = \omega_1 / \omega_k. \quad (2.76)$$

Знаючи передавальне відношення та кутову швидкість вхідного вала, визначають коліві швидкості зубчастих коліс. Зазначимо, що кутова швидкість обертового руху вхідного вала лімітується колівими швидкостями зубчастих коліс і тому не може перевищувати певного значення.

Основним кінематичним параметром зубчастих передач вважають передавальне число u , яке показує функціональну можливість редуктора зменшувати задану частоту обертання вхідного вала у певне число разів. Якщо у формулу передавального відношення входить змінна величина кутової швидкості вхідного вала, то у формулу передавального числа входять певні числа зубів зубчастих коліс зачеплення, які є постійними величинами.

Передавальне число є функцією конструктивного виконання конкретного зубчастого механізму, яке визначається взаємним розташуванням зубчастих коліс, залежить від числа зубів зубчастих коліс, що знаходяться у зачепленні, і визначається за формулою:

$$u_{1-k} = f(Z_i). \quad (2.77)$$

Слід зазначити, що передавальне число u дорівнює передавальному відношенню i та використовується для того, щоб за відомою кутовою швидкістю вхідного вала ω_1 визначити невідому кутову швидкість вихідного вала ω_k , чого неможливо зробити за формулою (2.76). Таким чином,

$$i_{1-k} = u_{1-k} \text{ та } \omega_k = \omega_1 / u_{1-k}. \quad (2.78)$$

Розглянемо на рисунку 2.63 кінематичну схему понижуючої зубчастої передачі.

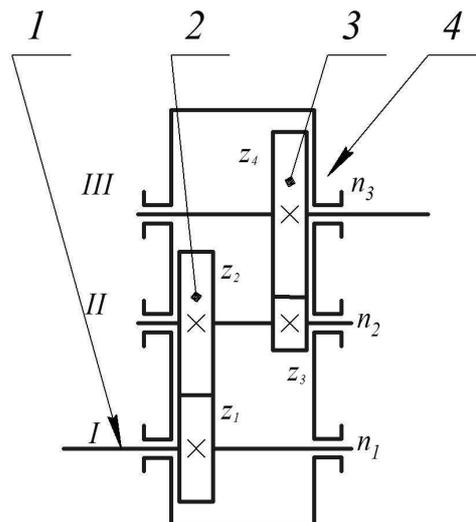


Рисунок 2.63 – Кінематична схема знижуючої двоступінчатої зубчастої передачі (редуктор)

Редуктор складається із трьох ланок 1, 2, 3 та основи (корпуса) 4, їх виконано у вигляді трьох валів I, II, III, змонтованих на опорах, що

розташовані в корпусі. На валах нерухомо закріплені зубчасті колеса z_1, z_2, z_3, z_4 . Зубчасті колеса утворюють пари (ступені) $z_1 - z_2$ та $z_3 - z_4$, що з'єднані послідовно. Вал I є вхідним, вал II – проміжним, а вал III – вихідним. При заданій частоті обертання вхідного вала n_1 , що є вхідним, проміжний та вихідний вали будуть вихідними і обертатимуться із суворо визначеною частотою n_2 та n_3 відповідно.

Передавальне число першого ступеня, тобто від I вала до II визначається числом зубів зубчастої пари $z_1 - z_2$ за формулою:

$$u_{1-2} = z_2 / z_1.$$

Тепер

$$n_2 = n_1 / u_{1-2}.$$

Передавальне число другого ступеня від II вала до III визначається числом зубів зубчастої пари $z_3 - z_4$ за формулою:

$$u_{2-3} = z_4 / z_3.$$

Тоді

$$n_3 = n_2 / u_{2-3} = n_1 / (u_{1-2} \cdot u_{2-3}).$$

Звідси маємо

$$u_{1-2} \cdot u_{2-3} = n_1 / n_3.$$

Так як

$$n_1 / n_3 = i_{1-3},$$

то

$$u_{1-2} \cdot u_{1-3} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} = i_{1-3} = u_{1-3}.$$

Отже, загальне передавальне число багатоступінчатої передачі, тобто редуктора, дорівнює добутку передавальних чисел окремих ступенів послідовно з'єднаних (зубчастих пар), а саме:

$$u_{1-k} = \prod_{i=1}^k u_{i-(i+1)}. \quad (2.79)$$

Розглянемо кінематику планетарного зубчастого редуктора типу $2k - h$, кінематичну схему якого наведено на рисунку 2.64. Редуктор складається із трьох ланок $1, 2, 3$ та основи 5 . Вони виконані у вигляді двох центральних зубчастих коліс: сонячного рухомого 1 та нерухомого корончатого 4 ,

прикріпленого до основи 5. Між зубчастими колесами 1 і 4 розташовані зубчасті сателіти 3 (зазвичай їх буває три), що через обертові пари (вісь II) встановлені на водилі 2. Сонячне колесо 1 разом із валом I утворює вхідну ланку та містить z_a зубів. На корончатому колесі 4 нарізано z_b зубів. Сателіти 3 мають по z_d зубів та утворюють із колесами 1 та 4 дворухомі кінематичні пари. Водило 2 радіусом h разом із валом III утворює вихідну ланку.

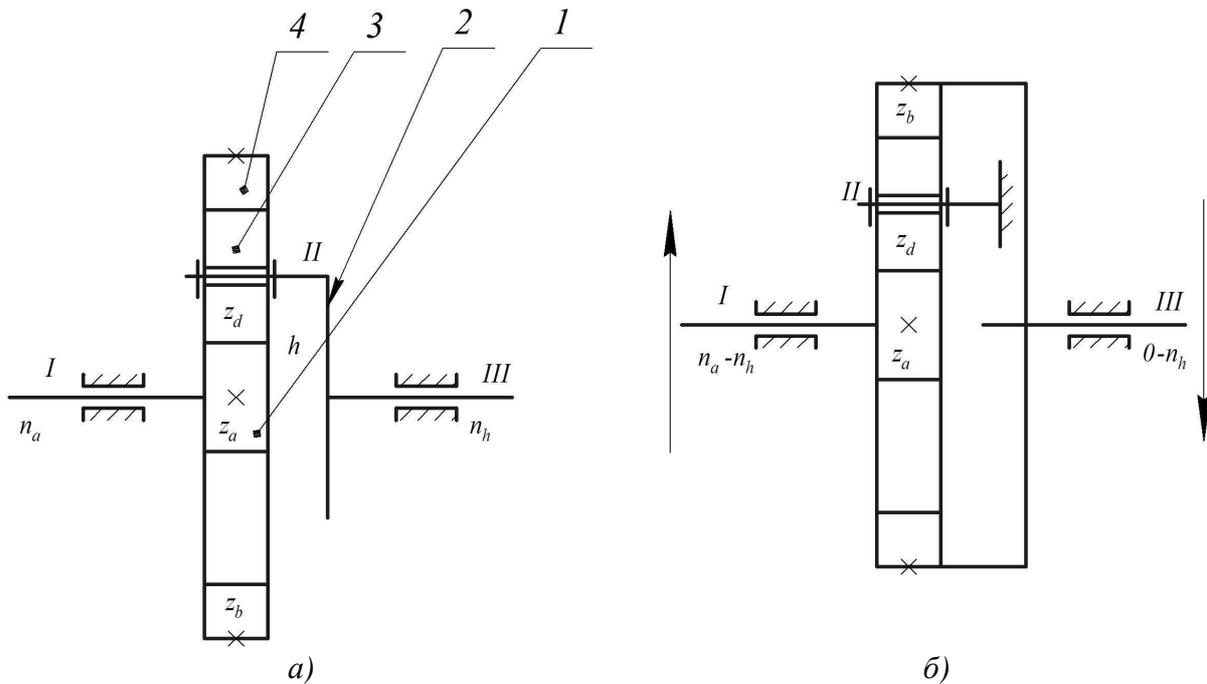


Рисунок 2.64 – Кінематична схема планетарного зубчастого редуктора типу $2k-h$ (а) та його обернена схема (б)

Передавальне відношення редуктора типу $2k-h$ при нерухомому корончатому колесі z_b визначається за формулою:

$$i_{a-h}^b = n_a / n_h, \quad (2.80)$$

де n_a – частота обертання вхідного вала I;

n_h – частота обертання вихідного вала III разом із водилом.

Передавальне число редуктора визначаємо, використовуючи метод оберненого руху. Для цього усім складовим частинам редуктора надаємо частоти обертання водила зі зворотним знаком, тобто $-n_h$. У результаті отримуємо просту зубчасту передачу $z_a - z_b$ із проміжним колесом z_d (рисунок 2.64, б). Передача складається із вхідного вала I із зубчастим колесом z_a , що обертається із частотою $n_a - n_h$ та є основною ланкою, і зубчастого колеса z_b із внутрішніми зубами, що обертається із частотою $-n_h$ відносно корпусу та є вихідною ланкою. Колеса z_a і z_b з'єднані за допомогою зубчастого

колеса z_d , встановленого на осі II , що не впливає на передавальне число оберненого механізму.

Передавальне відношення оберненого механізму, тобто від шестірні z_a до зубчастого колеса z_b при зупиненому водилі h , буде дорівнювати:

$$i_{a-b}^h = \frac{n_a - n_h}{0 - n_h}, \quad (2.81)$$

а передавальне число

$$u_{a-b}^h = -\frac{z_b}{z_a}. \quad (2.82)$$

Знак мінус поставлено тому, що напрям обертання зубчастих коліс протилежний.

Враховуючи, що $i_{a-b}^h = u_{a-b}^h$, знаходимо

$$\frac{n_a - n_h}{-n_h} = -\frac{z_b}{z_a} \text{ або } -\frac{n_a}{n_h} + 1 = -\frac{z_b}{z_a} \text{ або } \frac{n_a}{n_h} = 1 + \frac{z_b}{z_a} \text{ і остаточно}$$

$$u_{a-h}^b = 1 + \frac{z_b}{z_a}. \quad (2.83)$$

Далі розглянемо кінематику диференціального механізму (рисунок 2.65), за допомогою якого можна виконувати математичні операції додавання-віднімання.

Диференціальний механізм містить ланки 1, 2, 3, 4, 5 та основу 6. Ланкою 1 є вал I , на якому встановлено конічне зубчасте колесо із числом зубів z_a . Ланка 3 виконана аналогічно, а її конічне зубчасте колесо має z_c зубів та становить єдине ціле із валом II . Зубчасті колеса z_a і z_c з'єднані між собою за допомогою конічного зубчастого колеса із числом зубів z_b , що становить обертову пару із віссю IV , прикріпленою до водила 4 радіусом h . На водилі встановлено зубчасте колесо із числом зубів z_d , що входить у зачеплення із шестірнею z_a , яка із валом III становить ланку 5.

Вхідними ланками механізму є вали I та II , що (припустимо) обертаються із частотами n_a і n_c відповідно. Вихідним валом є вал III , що обертається із частотою n_a . Водило 4 обертається із частотою n_h .

Повідомимо усім складовим частинам механізму частоту обертання $-n_h$. Тоді водило зупиниться, а вали I та II будуть обертатись у протилежних напрямках із частотою $n_a - n_h$ та $n_c - n_h$ відповідно, як показано на

рисунку 2.65, б. Припустимо, що конічні зубчасті колеса мають однакове число зубів, тобто $z_a = z_b = z_c$.

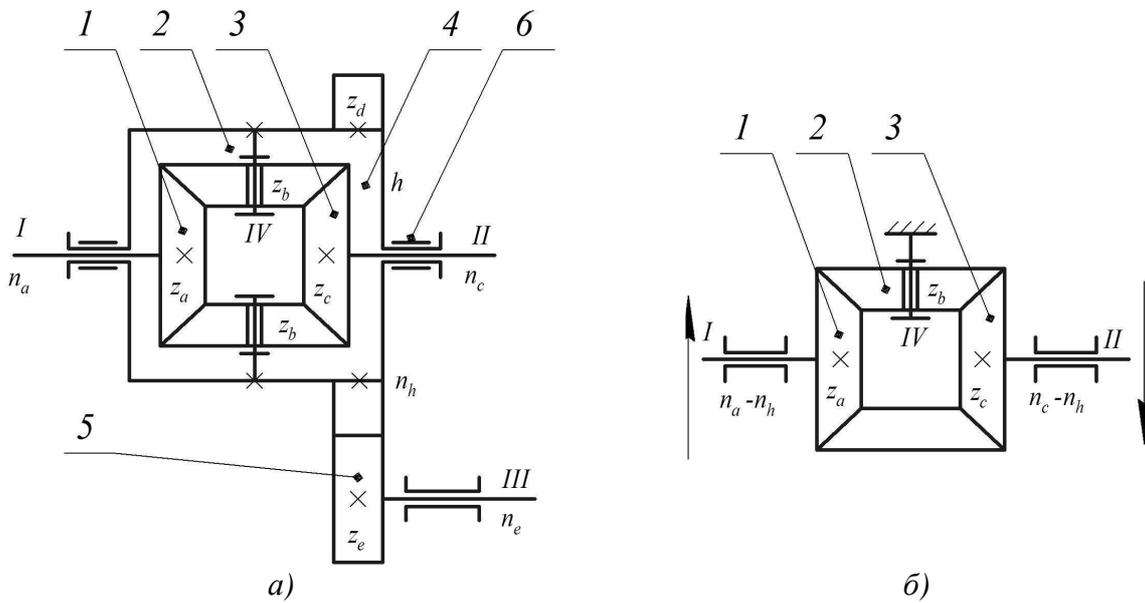


Рисунок 2.65 – Кінематична схема диференціального механізму (а) та його обернена схема (б)

Передавальне відношення оберненого механізму буде дорівнювати:

$$i_{1-3}^h = \frac{n_a - n_h}{n_c - n_h}, \quad (2.84)$$

а передавальне число

$$u_{a-c}^h = -\frac{z_c}{z_a} = -1. \quad (2.85)$$

Враховуючи, що $i_{1-3}^h = u_{a-c}^h$, знаходимо

$$\frac{n_a - n_h}{n_c - n_h} = -1 \text{ або } n_a + n_c = 2n_h. \quad (2.86)$$

Якщо взяти, що $z_d = 2z_e$ то вал III буде обертатись із частотою $n_e = 2n_h$. Таким чином, отримаємо

$$n_a + n_c = n_e. \quad (2.87)$$

Слід зазначити, що цей механізм можна використовувати і для здійснення математичної операції віднімання, якщо одному із зубчастих колес z_a або z_c повідомити протилежний напрям обертання.

Передавальні числа дозволяють визначити за заданою кутовою швидкістю вхідної ланки ω_1 кутові швидкості вихідної та проміжної ланок зубчастих механізмів. Маючи геометричні розміри початкових кіл зубчастих коліс та кутові швидкості їх обертового руху, вираховуємо колові швидкості ланок. Зубчасті механізми призначені для роботи при відносно постійних частотах обертання складових ланок. Тому кутові прискорення будуть у пускових та перехідних режимах, коли зубчасті колеса зазнають найбільших перевантажень. Абсолютне значення прискорення a ланок, що впливає на вибір матеріалу зубчастого колеса, визначають за формулою:

$$a = V / \Delta t_n, \quad (2.88)$$

де V – колова швидкість зубчастого колеса за початковим колом;
 Δt_n – час пуску механізму.

Питання для самоконтролю

- 1 Опишіть будову та принцип дії важільних механізмів: кривошипно-повзунного, кривошипно-коромислового, кривошипно-кулісного.*
- 2 Опишіть структуру та принцип дії найбільш поширених конструкцій плоских кулачкових механізмів.*
- 3 Як визначити передавальне відношення варіатора?*
- 4 Побудуйте кінематичні схеми зубчастих передач, охарактеризуйте їх.*
- 5 Назвіть основні показники зубчастого зачеплення.*
- 6 У чому полягає теорія гвинтової пари?*
- 7 У чому полягає теорія пасової передачі?*
- 8 Опишіть основні етапи розв'язку конкретної технічної задачі на прикладі очищення корпусу хімічного апарата від окалини.*
- 9 Що називають метричним синтезом? Його основні етапи.*
- 10 У чому полягають особливості кінематичного дослідження важільних, кулачкових та зубчастих механізмів?*

3 ДИНАМІКА МЕХАНІЗМІВ

Динамічний аналіз передбачає виконання таких робіт: уточнення графіка навантаження виконавчої ланки робочого органа; встановлення точок прикладання та модуля сил тяжіння; визначення сил інерції та сил тертя, їх впливу на роботу механізму; встановлення сил – реакцій зв'язку, що діють у кінематичних парах механізму; визначення закону руху механізму, що знаходиться під дією прикладених сил; виявлення умов, що забезпечують заданий закон руху; визначення способу зрівноваження механізму [17-19, 22-24, 26].

На основі динамічного аналізу визначають приведений момент M_{np} , який характеризує в технологічних машинах загальну дію сил опору на вхідну ланку механізму. За характером зміни приведенного моменту M_{np} за цикл роботи механізму можна розрахувати необхідну потужність джерела механічного руху.

Динамічному аналізу піддають всі можливі варіанти виконання нового механізму із метою виявити відповідність запропонованих технічних рішень технічним вимогам на технологічну машину та обрати оптимальний варіант.

3.1 Силowe дослідження

Механізм встановлює обмеження кінематичного та геометричного характеру на взаємний рух ланок, що змушують ланки здійснювати єдино можливі переміщення. Обумовлюють вказані обмеження структура механізму та будова кінематичних пар, що утворюють зв'язки між ланками. Сили дії однієї ланки на іншу називаються *реакціями зв'язку*. Відповідно до третього закону Ньютона реакції зв'язків однієї ланки на іншу взаємно зрівноважуються.

Розглянемо механізми із одним ступенем вільності, що здійснюють плоский рух. Для цих механізмів після виконання кінематичного аналізу відомі лінійні швидкості та прискорення усіх точок, а також кутові швидкості і прискорення усіх ланок.

Більшість механізмів утворено послідовним, паралельним або змішаним з'єднанням двоповодкових груп Ассура, що при замиканні на основу створюють статично визначену ферму. Тому механізми поділяють на двоповодкові групи, починаючи від виконавчої ланки й поступово переходячи до вхідної ланки. Далі розглядають рівновагу виділених груп для кожного положення механізму та рівновагу вхідної ланки, за навантаженням якої визначають потужність двигуна.

У цьому випадку додержуються відомого із теоретичної механіки принципу Даламбера та умови вивільнення.

Принцип Даламбера свідчить про те, що кожна динамічна система може бути умовно приведена до статичної через прикладання сил інерції. У цьому випадку для розв'язку задачі щодо встановлення реакцій зв'язку користуються рівнянням статики.

Умова вивільнення полягає в тому, що при непорушному рухові або спокою динамічної системи можна розмикати окремі зв'язки, тобто

від'єднувати деякі ланки або групи ланок і прикладати до них реакції відкинутих ланок.

Такий підхід до визначення реакцій у кінематичних парах називається *кінетостатичним методом* розрахунку механізмів.

Для тихохідних механізмів, у яких вплив сил інерції незначний, тиск у кінематичних парах визначають без сил інерції. У такому випадку розрахунок називають *статичним*.

Визначення реакцій зв'язків рекомендується виконувати у такій послідовності. До ланок двоповодкової групи, яку розглядають, ланок або окремо узятій ланки прикладають усі задані сили: тяжіння, інерції, корисних та шкідливих опорів, а у деяких випадках і пружності, а також їх моменти.

Таким чином, початковими даними для силового дослідження будуть:

- закон руху механізму;
- результати кінематичного аналізу;
- прикладені сили та моменти за винятком сили зрівноваження або моменту зрівноваження, що розвивається двигуном.

На першому етапі силового дослідження реакції в кінематичних парах визначають без урахування сил тертя. Потім виконують повторний розрахунок з урахуванням сил тертя.

Силовий аналіз виконують графічним, аналітичним або графоаналітичним способами. Саме графоаналітичний спосіб буде в основі наших міркувань.

3.1.1 Класифікація сил, що діють

Усі сили, що діють у механізмах, можна поділити на зовнішні та внутрішні. Зовнішні сили задаються. До них належать сили корисного опору, рушійні сили, сили тяжіння ланок, сили інерції, сили пружності ланок та сили шкідливого опору. Внутрішніми силами є реакції зв'язків, що змушують ланки здійснювати певні та єдині переміщення, тобто сили впливу однієї ланки на іншу.

Сили $F_{ко}$ або моменти $M_{ко}$ корисного опору – це зусилля, для подолання яких створено цей механізм. Їх прикладають до виконавчої ланки механізму для опору руху.

Рушійні сили $F_{ру}$ або рушійні моменти $M_{ру}$ утворюються від джерел механічного руху. Їх прикладають до вхідної ланки механізму для приведення його в рух.

Силу тяжіння G визначають масою ланок. Вони прикладені у центрі мас ланок і можуть виконувати позитивну роботу під час опускання центра мас ланок (у цьому випадку вони допомагають здійснювати механізму рух). А при підніманні центра мас ланок (у цьому випадку вони чинять опір рухові механізму) робота є від'ємна.

При нерівномірному переміщенні ланок виникають сили інерції $F_{ін}$ та моменти інерції $M_{ін}$. Вони обумовлені конструкцією механізму та перехідними процесами. Ці сили та моменти протидіють рухові, пропорційні масі та

прискоренню ланки і розподілені по усьому об'єму ланки. Сили інерції спрямовані в сторону, яка протилежна прискоренню, але не рухові. Сила інерції прикладена не до рухомої ланки, а до ланки, що задає прискорення рухомій ланці.

Сили пружності F_{np} або моменти від сил пружності ланок M_{np} зумовлені тим, що ланки механізмів не є абсолютно жорсткими тілами і деякою мірою деформуються у процесі руху механізму. У певних фазах руху ланки накопичують потенційну енергію, віднімаючи частину роботи рушійних сил, а в інших фазах руху ланки перетворюють накопичену потенційну енергію у кінетичну, допомагаючи рушійним силам.

Сили шкідливих опорів $F_{шк.о}$ та моменти сил шкідливих опорів $M_{шк.о}$ виникають через тертя у кінематичних парах, опір рухові ланок у рідкому або повітряному середовищі, дії на ланки магнітних полів, при вібраціях і т.п.

У процесі руху механізму діючі сили виконують певну роботу. Роботу рушійних сил $A_{ру}$ вважають позитивною. Сили корисного та шкідливого опорів виконують від'ємну роботу ($A_{к.о}, A_{ш.о}$). Для технологічних механізмів циклічної дії робота сил тяжіння A_G , сил пружності A_{np} та сил інерції $A_{ин}$ в окремих фазах руху протягом циклу може бути як позитивною, тобто допомагати рухові механізму, так і негативною, тобто чинити опір рухові. Однак сума цих робіт за цикл буде дорівнювати нулю, тобто

$$\sum A = \pm A_G \pm A_{np} \pm A_{ин} = 0. \quad (3.1)$$

Робота сил інерції під час пуску двигуна завжди буде від'ємною. Це необхідно враховувати при розрахунку встановленої потужності та виборі джерела механічної енергії, що допускає відповідне перевантаження протягом пускового періоду.

Таким чином, для механізмів циклічної дії при усталеному русі можна записати, що

$$A_{ру} = A_{к.о} + A_{ш.о} + \sum A = A_{к.о} + A_{ш.о}. \quad (3.2)$$

Зазвичай роботу сил шкідливого опору оцінюють коефіцієнтом корисного опору $\eta < 1$ та записують, що

$$A_{ру} = A_{к.о} / \eta \quad (3.3)$$

або

$$A_{ру} \cdot \eta = A_{к.о} \quad (3.4)$$

Однак для визначення реакції зв'язку необхідно враховувати дію всіх сил (тяжіння, пружності та інерції). Також це допомагає визначити максимальне значення реакцій зв'язку.

3.1.2 Реакції зв'язків

Зв'язки між ланками здійснюються за допомогою кінематичних пар. Розглянемо можливі реакції зв'язків для кінематичних пар плоских механізмів. На рисунку 3.1 зображено нижчі кінематичні пари: обертова, виконана у вигляді циліндричного шарніра, та поступальна, виконана у вигляді повзуна, зчленованого із напрямною, і вища кінематична пара – з'єднання кулачка із роликівим штовхачем. У нижчих парах відбувається геометричне замикання зв'язків, що забезпечується формою поверхонь дотику, а у вищій парі здійснюється силове замикання, наприклад, за допомогою пружини.

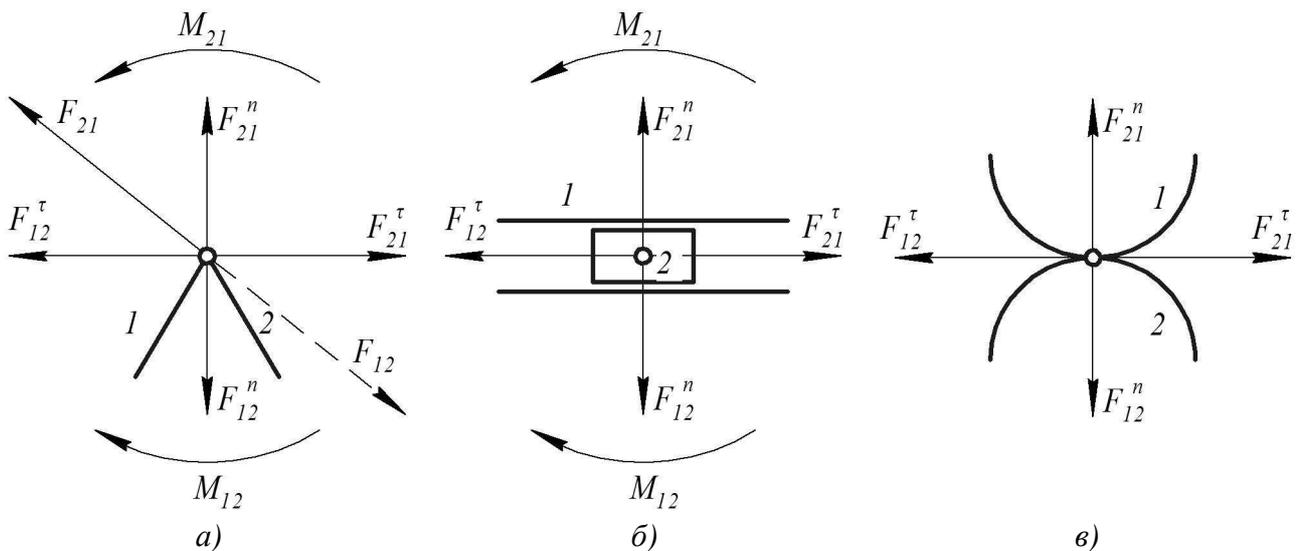


Рисунок 3.1 – Сили і моменти сил, що діють у кінематичних парах плоских механізмів:
 а – циліндричний шарнір; б – з'єднання повзуна із напрямною;
 в – з'єднання кулачка із роликівим штовхачем;

Реакція зв'язку вищої кінематичної пари спрямована за нормаллю до поверхонь дотику. У цьому випадку вплив першої ланки на другу позначається R_{12} , а вплив другої ланки на першу – R_{21} . Реакції рівні за модулем, але мають протилежний напрям, тобто

$$\vec{R}_{12} + \vec{R}_{21} = 0. \quad (3.5)$$

Для реакції обертової пари невідомою є величина та лінія дії. Тому при силовому дослідженні цю реакцію розбивають на два компоненти: нормальну складову R_{12}^n , що діє уздовж осі ланки, і тангенціальну складову R_{12}^τ , перпендикулярну осі ланки. Таким чином,

$$\vec{R}_{12} = \vec{R}_{12}^n + \vec{R}_{12}^\tau. \quad (3.6)$$

Для поступальної пари відомо напрям реакції R_{12} . Вона перпендикулярна осі поступальної пари. Невідомою є точка прикладання реакції, тобто плече h , і величина реакції.

При русі ланок реакції зв'язків змінюються залежно від положення механізму, а тертя вносить певні корективи у напрям та величину реакцій зв'язку. Методика визначення сил тертя описана у пункті 3.2.

Сили тертя виникають на поверхнях дотику ланок. Вони пропорційні силам нормального тиску і спрямовані у сторону, яка протилежна напрямку швидкості, але не прискоренню.

Для визначення реакцій зв'язку складають векторне рівняння сил, що діють на рухому групу ланок або окрему ланку

$$\sum_{i=1}^n F_{\kappa.o_i} + \sum_{i=1}^n F_{\mu.o_i} + \sum_{i=1}^n F_{G_i} + \sum_{i=1}^n F_{np_i} + \sum_{i=1}^n F_{in_i} + \sum_{i=1}^n R_i = 0. \quad (3.7)$$

Зазвичай перші чотири складові об'єднують та позначають як F_i . Тоді

$$\sum_{i=1}^n F_i + \sum_{i=1}^n F_{in_i} + \sum_{i=1}^n R_i = 0. \quad (3.8)$$

Моменти цих сил навколо деякої точки a будуть

$$\sum_{i=1}^n M_a(F_i) + \sum_{i=1}^n M_a(F_{in_i}) + \sum_{i=1}^n M_a(R_i) = 0. \quad (3.9)$$

Наведених рівнянь достатньо для того, щоб визначити величину та напрям реакцій зв'язку.

Зазначимо, що сили тертя є найбільш значущими серед сил шкідливого опору.

3.1.3 Приведена сила та приведений момент

Загальний опір механізму опору, перенесений на ланку приведення, якою здебільшого є вхідна ланка, називається залежно від виразу **приведеною силою** F_{np} або **приведеним моментом** M_{np} .

Приведені параметри силового опору руху механізму можна визначити на основі закону збереження механічної енергії. Згідно із цим законом потужність, що витрачається виконавчою ланкою P_{κ} на виконання корисної роботи, дорівнює потужності P_{np} , яку долає ведуча ланка за допомогою двигуна, тобто

$$P_{np} = P_{\kappa} / \eta, \quad (3.10)$$

де η – коефіцієнт корисної дії механізму.

Для ланки, що обертається, приведення можна записати як

$$M_{np}\omega_{np} = F_{\kappa}V_{\kappa} / \eta, \text{ або } M_{np}\omega_{np} = M_{\kappa}\omega_{\kappa} / \eta, \quad (3.11)$$

де ω_{np} – кутова швидкість ланки приведення;

V_{κ} – лінійна швидкість виконавчої ланки (повзуна);

ω_{κ} – кутова швидкість виконавчої ланки (ротора);

F_{κ} – сила опору поступальному рухові повзуна;

M_{κ} – момент опору обертовому рухові ротора;

η – коефіцієнт корисної дії, що враховує втрати потужності від протидії рухові сил шкідливого опору.

Приведену силу F_{np} при відомому плечі h можна визначити за формулою:

$$F_{np} = M_{np} / h. \quad (3.12)$$

Джерело механічного руху, тобто двигун, розвиває рушійний момент $M_{ру}$, що зрівноважує дію усіх сил і моментів опору руху. Вони виражені у вигляді приведенного моменту M_{np} , що прикладений до вхідної ланки. Рух механізму можливий за умови, коли протягом циклу

$$M_{ру} \geq M_{np}. \quad (3.13)$$

3.1.4 Визначення реакцій зв'язку в кінематичних парах механізмів

Визначимо реакції зв'язків у кінематичних парах деяких механізмів. Для цього об'єднаємо діючі сили F_i та сили інерції $F_{in i}$ в одну силу Q_i , що визначається векторною сумою:

$$\vec{Q}_i = \vec{F}_i + \vec{F}_{in i} = 0. \quad (3.14)$$

Кривошипно-коромисловий механізм

Кінематична схема кривошипно-коромислового механізму зображена на рисунку 3.2, а. Механізм складається із трьох ланок: кривошипа 1, шатуна 2 і коромисла 3, що змонтовані на основі 4. Ланки 1, 2, 3 з'єднані між собою шарнірами А і В. Окрім того, ланки 1 і 3 утворюють обертові пари О та С із основою 4.

Ланка 1 є вхідною. Вона задає рух через прикладання рушійного моменту $M_{ру}$. Ланка 3 є вихідною. Вона виконує корисну роботу через подолання сили корисного опору $F_{к.о}$. Згідно з умовою (3.14) на ланки 2 і 3 діють сили:

$$Q_2 = F_2 + F_{in2}, \quad (3.15)$$

$$Q_3 = F_3 + F_{in3}. \quad (3.16)$$

Від'єднаємо від механізму двоповодкову групу ланок 2 і 3, а вхідну ланку 1 залишимо приєднаною до основи 4. Розглянемо рівновагу двоповодкової групи ланок і вхідної ланки щодо основи для приведеного положення механізму відповідно до рисунка 3.2, а.

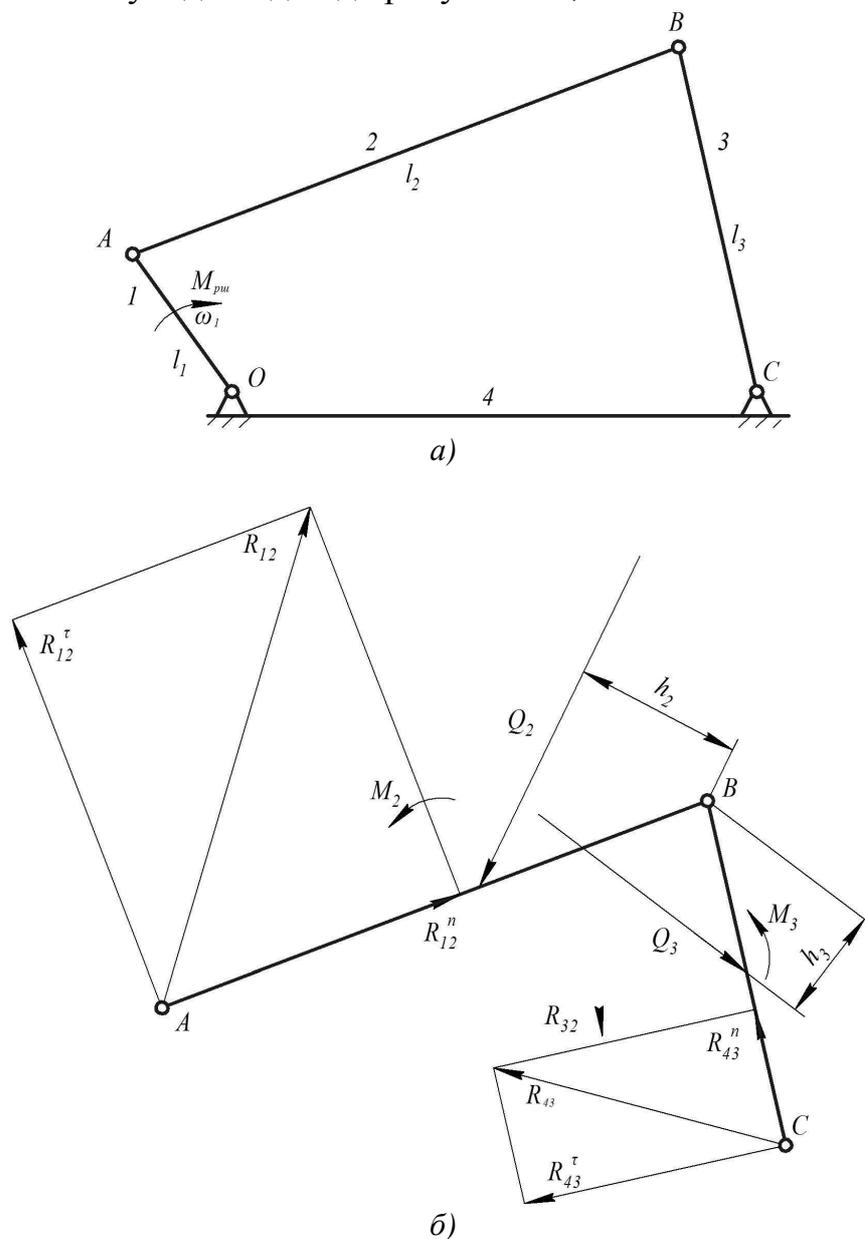


Рисунок 3.2 – Кривошипно-коромисловий механізм, аркуш 1:
а – схема загальна; б – схема дії сил на двоповодкову групу

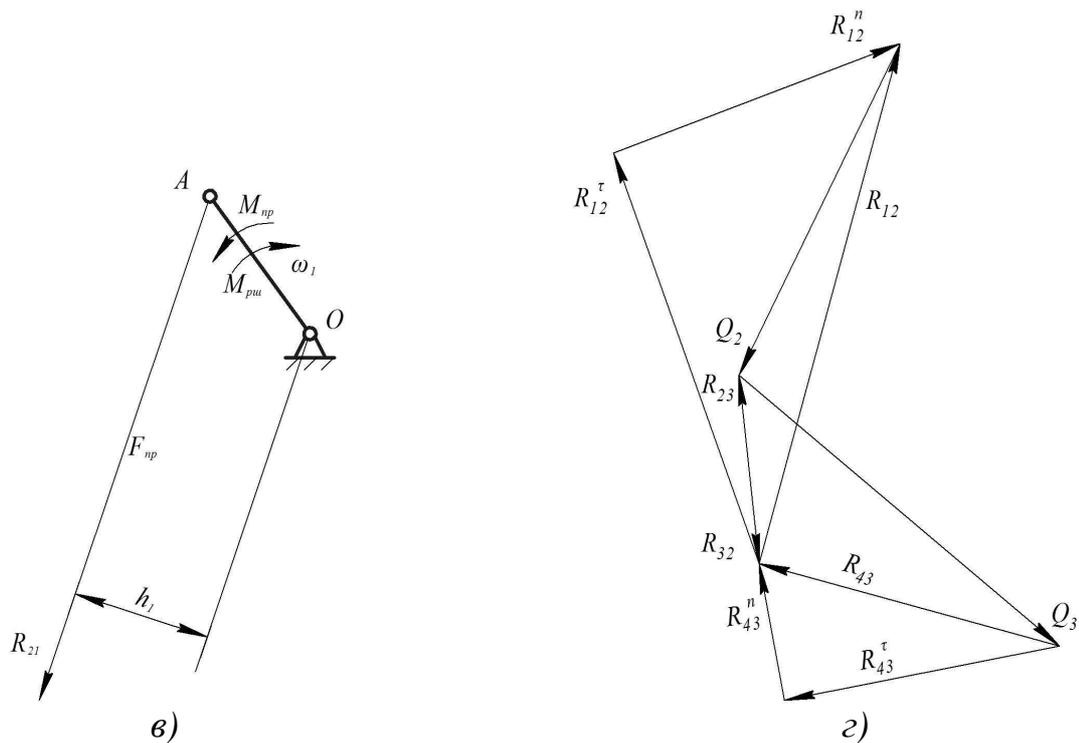


Рисунок 3.2 – Кривошипно-коромисловий механізм, аркуш 2:
 в – схема дії сил на вхідну ланку; г – побудова плану сил

На двоповодкову групу ланок 2 і 3 діють відомі сили Q_2 та Q_3 , моменти відносно шарніра $B - M_2$ і M_3 , а також невідомі реакції зв'язку: по-перше, вхідної ланки 1 через шарнір $A - R_{12}$, по-друге, основи 4 через шарнір $C - R_{43}$. Під дією вказаних сил двоповодкова група ланок 1 і 2 знаходиться у рівновазі. Реакції в шарнірі $B - R_{23}$ і R_{32} (не зображено, тому що незначущі) не впливають на рівновагу групи ланок, яку розглядаємо, бо вони рівні за модулем, але спрямовані у протилежні сторони, тобто вони взаємно зрівноважуються (рисунок 3.2, б).

Ланка 1 перебуває під дією невідомої приведенної сили $R_{21} = F_{np}$. Ця сила визначає як механізм чинить опір рухові. Також вона утворює приведений момент M_{np} . Рівновага вхідної ланки 1 відносно основи 4 підтримується через прикладання рушійного моменту $M_{ру}$, спрямованого у протилежний бік від моменту M_{np} (рисунок 3.2, в). У цьому випадкові

$$M_{np} = M_{ру}, \quad (3.17)$$

$$M_{np} = R_{21} \cdot h_1 = F_{np} \cdot h_1. \quad (3.18)$$

Розділимо реакції зв'язків R_{12} та R_{43} на складові: нормальні R_{12}^n , R_{43}^n , спрямовані уздовж стрижнів 2 і 3, і тангенціальні R_{12}^τ , R_{43}^τ , що перпендикулярні ланкам 2, 3.

Складемо рівняння моментів відносно шарніра B для ланок 2 і 3

$$M_B(2) = -Q_2 h_2 - M_2 + R_{12}^r l_2 = 0. \quad (3.19)$$

$$M_B(3) = -Q_3 h_3 - M_3 + R_{43}^r l_3 = 0. \quad (3.20)$$

З рівнянь моментів знаходимо

$$R_{12}^r = \frac{Q_2 h_2 + M_2}{l_2}, \quad (3.21)$$

$$R_{43}^r = \frac{Q_3 h_3 + M_3}{l_3}. \quad (3.22)$$

Далі складаємо векторне рівняння діючих сил для двоповодкової групи ланок 2-3

$$\vec{R}_{12}^n + \vec{R}_{12}^r + \vec{Q}_2 + \vec{Q}_3 + \vec{R}_{43}^r + \vec{R}_{43}^n = 0. \quad (3.23)$$

У цьому рівнянні чотири сили: Q_2 , Q_3 , R_{12}^r , R_{43}^r – відомі за величиною і напрямком, а дві сили R_{12}^n та R_{43}^n відомі лише за напрямком. Отже, рівняння можна розв'язати графічно. На рисунку 3.2, z показано план сил відповідно до рівняння (3.23). За векторними сумами

$$\vec{R}_{12} = \vec{R}_{12}^n + \vec{R}_{12}^r \quad \text{та} \quad \vec{R}_{43} = \vec{R}_{43}^n + \vec{R}_{43}^r \quad (3.24)$$

можна визначити величину та напрям реакцій зв'язку R_{12} та R_{43} .

Реакцію зв'язку шарніра A визначаємо за умови рівноваги сил, що діють на ланки 2 та 3:

$$\vec{Q}_2 + \vec{R}_{32} + \vec{R}_{12} = 0, \quad (3.25)$$

$$\vec{Q}_3 + \vec{R}_{23} + \vec{R}_{43} = 0, \quad (3.26)$$

це і показано на плані сил.

На вхідну ланку 1 (рисунок 3.2, $в$) діє зі сторони ланки 2 сила-реакція зв'язку R_{12} , що характеризує загальний опір механізму рухові, приведений до вхідної ланки. Тому ця реакція зв'язку називається приведеною силою F_{np} . Вона визначає приведений момент опору рухові $M_{np} = F_{np} \cdot h_1$, що долає двигун,

створюючи рушійний момент $M_{ру}$. Рух механізму можливий за умови, коли

$$M_{ру} \geq M_{пр}.$$

Двигун обирають за середнім значенням приведенного моменту для всіх положень механізму з урахуванням можливих перевантажень при пускові та на перехідних режимах.

Кривошипно-повзунний механізм

Кінематичну схему кривошипно-повзунного механізму показано на рисунку 3.3, а. Механізм складається з трьох ланок: кривошипа 1, шатуна 2 і повзуна 3, що за допомогою обертової пари O та поступальної пари H_{34} приєднані до основи 4. Між собою ланки з'єднані за допомогою обертових пар (шарнірів) A та B . Вхідною ланкою є кривошип 1, який приводять до руху двигуном, а вихідною ланкою є повзун 3, що виконує певну корисну роботу.

Видалимо зі складу механізму двоповодкову групу ланок 2 і 3, що з'єднані шарніром B (рисунок 3.3, б), а вхідну ланку 1 залишимо приєднаною до основи 4 (рисунок 3.3, в). На двоповодкову групу ланок діють відомі сили Q_2 і Q_3 , моменти M_2 і M_3 , а також невідомі сили: реакції зв'язків зі сторони кривошипа R_{12} та зі сторони основи R_{43} . Реакція зв'язку R_{12} , що діє через шарнір A , невідома за величиною та напрямком, тому її розбиваємо на дві складові: нормальну R_{12}^n уздовж осі шатуна і тангенціальну R_{12}^r , яка є перпендикулярною до осі шатуна 2. Вибраний напрям складових реакції зв'язку R_{12} уточнюємо в процесі графоаналітичного дослідження механізму. Реакція основи R_{43} відома за напрямком – перпендикулярно траєкторії зворотно-поступального переміщення повзуна H_{34} , але невідома за величиною. Невідомою є також і точка прикладання сили R_{43} , тобто відстань h_4 від осі шарніра B .

Для визначення тангенціальної складової R_{12}^r складаємо рівняння моментів сил відносно точки B внутрішнього шарніра двоповодкової групи для ланки 2.

$$M_B(2) = -Q_2 h_2 - M_2 + R_{12}^r l_2 = 0. \quad (3.27)$$

Отже, знаходимо, що

$$R_{12}^r = \frac{Q_2 h_2 + M_2}{l_2}. \quad (3.28)$$

Позитивний знак свідчить про те, що напрям R_{12}^r обрано правильно.

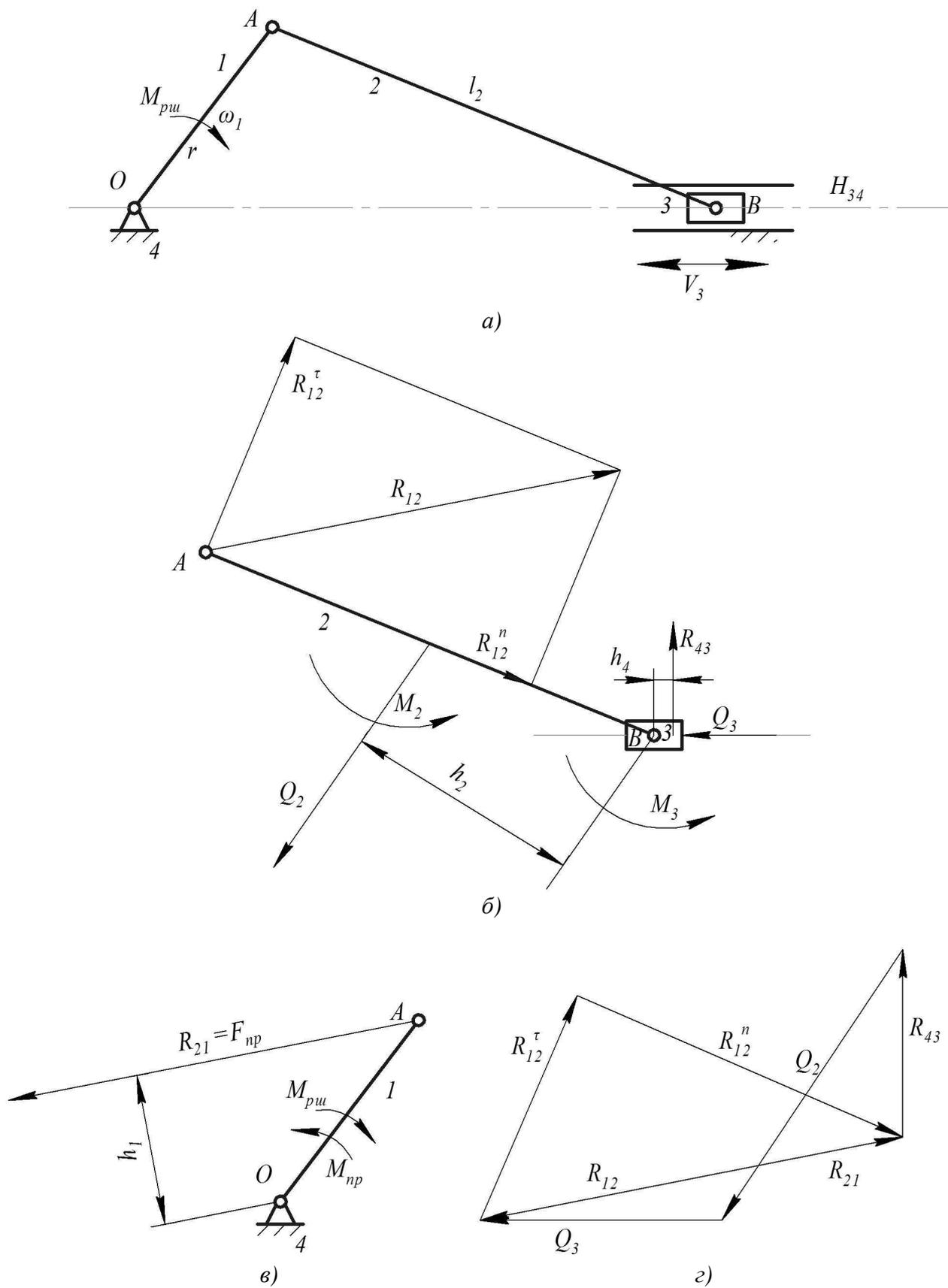


Рисунок 3.3 – Кривошипно-повзунний механізм:
 а – схема кінематична; б – схема дії сил на двоповодкову групу;
 в – схема дії сил на вхідну ланку; г – побудова плану сил

Далі складаємо векторне рівняння сил, що діють на двоповодкову групу,

$$\vec{R}_{12}^n + \vec{R}_{12}^r + \vec{Q}_2 + \vec{Q}_3 + \vec{R}_{43} = 0. \quad (3.29)$$

У цьому рівнянні є дві невідомі скалярні величини R_{12}^n та R_{43} , напрям дії яких відомий. Отже, рівняння (3.29) вирішується графічно. На рисунку 3.3, *г* наведено план сил для рівняння (3.29), за допомогою якого можна визначити модуль R_{12}^n та R_{43} .

Для визначення положення лінії дії реакції основи R_{43} , тобто плеча h_4 , складаємо рівняння моментів для повзуна 3 відносно внутрішнього шарніра B двоповодкової групи

$$M_B(3) = Q_3 h_3 - M_3 - R_{43} h_4 = 0. \quad (3.30)$$

Так як $h_3 = 0$, то

$$R_{43} = \frac{M_3}{h_4}. \quad (3.31)$$

Позитивний знак свідчить про те, що реакція R_{43} розташована справа від шарніра B на відстані h_4 .

На вхідну ланку діє реакція зв'язку R_{21} , що є приведеною силою F_{np} . Вона створює приведений момент $M_{np} = F_{np} \cdot h_1$, що долається рушійним моментом $M_{рш}$ джерела механічного руху.

Зубчастий механізм

Проведемо силовий аналіз без урахування сил тертя зубчастого механізму, виконаного у вигляді двоступінчастої механічної передачі, що розташована у корпусі, тобто редуктора. На рисунку 3.4, *а* показано кінематичну схему двоступінчатого редуктора із нерухожими осями валів. Перший ступінь виконано у вигляді шестірні із числом зубів z_1 , яка встановлена на валу *I*. Ця шестірня зачіпляється з колесом із числом зубів z_2 , яке закріплено на валу *II*. Другий ступінь виконано у вигляді шестірні із числом зубів z_3 , яка встановлена на валу *II*. Ця шестірня зачіплюється із колесом z_4 , яке закріплено на валу *III*. Радіуси початкових кіл зубчастих коліс позначені r_1, r_2, r_3, r_4 .

Зубчастий механізм складається із трьох ланок: вхідної 1 (містить вал *I* та шестірню z_1); проміжної 2 (містить вал *II*, колесо z_2 та шестірню z_3); вихідної 3 (містить вал *III* та колесо z_4); основи 4, що виконана у вигляді корпуса редуктора.

Ланки механізму утворюють між собою за допомогою зубів евольвентного профілю дворухомі кінематичні пари, а із основою – однорухомі обертові пари. Зубчасті колеса мають прямі зуби. Початкові кола зубчастих коліс, за якими вони обкочуються, збігаються із ділильними колами.

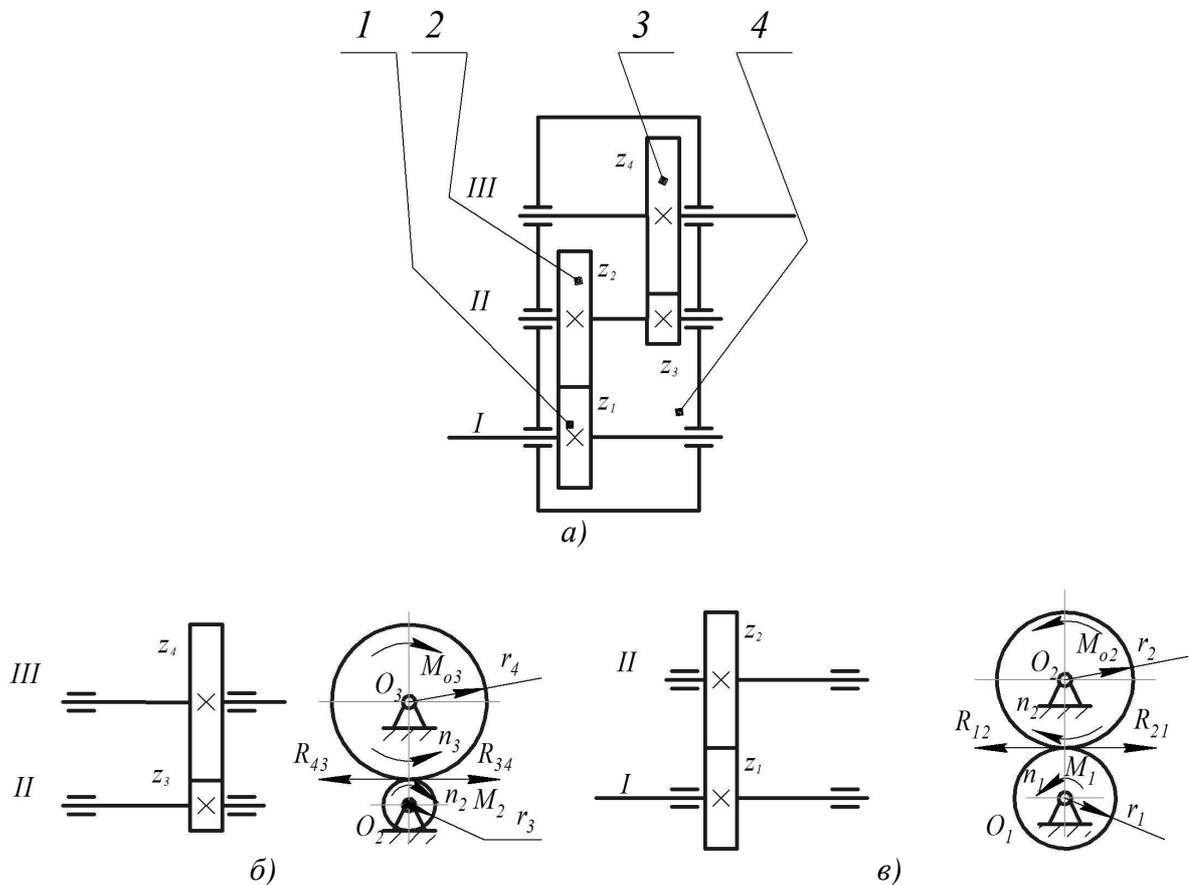


Рисунок 3.4 – Двоступінчастий зубчастий редуктор (а) та схеми дії колових зусиль у другому ступені (б) та в першому ступені (в)

Відомо, що редуктори призначені для зменшення частоти обертання вала джерела механічного руху до значення, яке потрібне вхідним валам виконавчих чи інших механізмів. У такому випадку пропорційно зменшенню частоти обертання вхідного (швидкохідного) вала збільшується обертовий момент на веденому (тихохідному) валі за умови постійності потужності, що передається. Тому для двоступінчастого редуктора, що розглядаємо, обертовий момент на валах I, II, III буде дискретно підвищуватись і $M_1 < M_2 < M_3$.

Розглянемо динамічну рівновагу кожної зубчастої передачі $z_1 - z_2$ та $z_3 - z_4$ редуктора при усталеному рівномірному русі.

Ведений вал III редуктора при русі долає момент опору M_{o3} виконавчого механізму, що слідує за ним. У такому разі колесо z_4 впливає на зуби шестірні z_3 із коловою силою (рисунок 3.4, б).

$$R_{43} = \frac{M_{o3}}{r_4}. \quad (3.32)$$

Шестірня z_3 також впливає на зубці колеса із такою ж за величиною коловою силою, але протилежно напрямку, тобто

$$\overrightarrow{R_{34}} = -\overrightarrow{R_{43}}.$$

Щоб зберігати рівномірний рух вала III при заданому моменті опору M_{o3} , вал II повинен розвивати обертовий момент

$$M_2 = R_{34} \cdot r_3. \quad (3.33)$$

Зуби колеса, які встановлено на валу II (рисунок 3.4, *в*), будуть навантажені таким же за величиною обертовим моментом M_{o2} , але протилежного напрямку, тобто моментом опору. У цьому випадку колесо z_2 буде впливати на зуби шестірні z_1 із коловою силою

$$R_{21} = M_{o2} / r_2. \quad (3.34)$$

Шестірня z_1 також буде давити на зуби колеса z_2 із такою ж за величиною коловою силою, але протилежного напрямку, тобто

$$\overrightarrow{R_{12}} = -\overrightarrow{R_{21}} \quad (3.35)$$

Щоб забезпечити колове зусилля R_{12} , вал I , що приводиться до руху двигуном, повинен розвивати обертовий момент

$$M_1 = M_{пу} = R_{12} \cdot r_1. \quad (3.36)$$

На основі виразів (3.32-3.35) рівняння (3.36) перетворимо так:

$$M_1 = R_{12} \cdot r_1 = M_2 \cdot \frac{r_1}{r_2} = R_{34} \cdot \frac{r_3 r_1}{r_2} = M_{o3} \cdot \frac{r_3 r_1}{r_4 r_2}. \quad (3.37)$$

Враховуючи, що відношення радіусів початкових кіл r_i пропорційне співвідношенню чисел зубів z_i зубчастих коліс, що зачіпляються, запишемо:

$$M_1 = M_{o3} \cdot \frac{z_3 z_1}{z_4 z_2} \quad (3.38)$$

або

$$M_{o3} = M_1 \cdot \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} = M_1 \cdot u_{12} \cdot u_{23} = M_1 \cdot u_p, \quad (3.39)$$

де u_{12} – передавальне число першого ступеня $z_1 - z_2$;

u_{23} – передавальне число другого ступеня $z_3 - z_4$;

$u_p = u_{12} \cdot u_{23}$ – передавальне число редуктора.

Передавальне число редуктора u_p дорівнює передавальному відношенню, тобто

$$u_p = i_p = n_1 / n_3. \quad (3.40)$$

Тому при постійній потужності, що передається, обертовий момент двигуна на веденому (тихохідному) валі редуктора M_3 буде більшим в u_p разів від обертового моменту $M_{ру}$, що створює двигун, тобто моменту на вхідному (швидкохідному) валі редуктора M_1 .

Контактування зубів зубчастих коліс, що зачіпляються, відбувається за лінією зачеплення. Тому при розрахунку сил, що діють на вали редуктора, відповідні реакції зв'язків – колові зусилля – ділимо на $\cos \alpha$ (де α – кут зачеплення), керуючись відомими законами теоретичної механіки щодо паралельного перенесення сил на площині.

3.2 Тертя

Тертя – фізичне явище, яке виникає при відносному переміщенні матеріальних тіл (твердих, рідких, газоподібних), що дотикаються. Воно супроводжується виникненням сил тертя, що перешкоджають рухові. Сили тертя прикладені до рухомого тіла і спрямовані протилежно швидкості відносного переміщення. Природа сил тертя може бути різною. У результаті дії сил тертя відбувається перетворення механічної енергії у внутрішню енергію тіл, що труться.

Тертя можна поділити на такі види: внутрішнє в'язке, зовнішнє та зовнішнє в'язке. Кожен вид тертя має свої особливості.

Внутрішнє в'язке тертя – тертя, що виникає при відносному переміщенні шарів рідини або газу, а також процеси в'язкої течії, що виникають при деформуванні твердих тіл, які призводять до незворотного розсіювання механічної енергії.

Зовнішнє тертя – тертя, що виникає при відносному переміщенні твердих тіл, що дотикаються.

Зовнішнє в'язке тертя – тертя, що виникає при рухові твердих тіл у рідині або газі.

3.2.1 Внутрішнє в'язке тертя

Внутрішнє в'язке тертя виникає внаслідок в'язкості рідин, газів або деформованих твердих тіл.

В'язкість – це властивість рідини, газу або деформованого твердого тіла чинити опір відносному переміщенню шарів, тобто ковзанню. Проковзування супроводжується виникненням дотичних напружень тертя τ , величина яких залежить від роду рідини, газу або матеріалу твердого тіла і характеру течії. При шаруватій течії дотичні напруження τ змінюються прямо пропорційно градієнту швидкості dV / dy за співвідношенням:

$$\tau = \mu \frac{dV}{dy}, \quad (3.41)$$

де μ – коефіцієнт внутрішнього тертя, що має назву *динамічного коефіцієнта в'язкості*;

dV – приріст швидкості, що відповідає приросту ординати dy .

Поперечний градієнт швидкості dV / dy характеризує інтенсивність зсуву шарів рідини або газу у даній точці за напрямком осі y (рисунок 3.5).

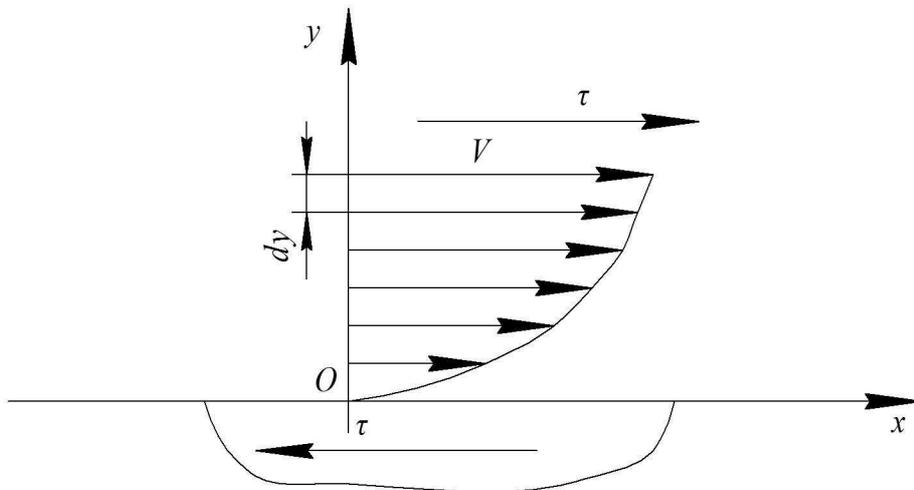


Рисунок 3.5 – Графік зміни швидкості рідини V у поперечному перерізі за віссю y при течії уздовж стінки x

Силу в'язкого тертя між шарами рідини або газу визначають за формулою:

$$F = \tau S = \mu \frac{dV}{dy} S, \quad (3.42)$$

де S – площа дотику шарів.

Поряд із динамічним коефіцієнтом в'язкості μ застосовують *кінематичний коефіцієнт в'язкості*, що дорівнює

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}, \quad (3.43)$$

де ρ – густина рідини або газу.

В'язкість крапельних рідин зі збільшенням температури зменшується. В'язкість газів, навпаки, зі збільшенням температури зростає.

За законом внутрішнього тертя, що виражається рівнянням (3.41), робимо висновок: дотичні напруження τ можливі лише в рухомій рідині чи газі або в деформованому твердому тілі, коли проявляється в'язкість.

Внутрішнє тертя в рідинах, газах, деформованих твердих тілах, зумовлене в'язкістю, підпорядковується закону тертя принципово відмінному від закону зовнішнього тертя твердих тіл.

Внутрішнє тертя оцінюють *демпфіруючою здатністю* або *коефіцієнтом поглинання енергії*, що визначає витрати енергії на внутрішній зсув матеріалу та внутрішнє об'ємне виділення теплоти.

Коефіцієнт поглинання ψ – відношення енергії W , що розсіюється за один період гармонійного коливання до максимальної пружної енергії деформації U , тобто

$$\psi = \frac{W}{U}.$$

Для металів коефіцієнт поглинання при внутрішньому терті незначний (для сталей він становить близько 0,01...0,02), а при розрахунках металевих ланок внутрішнє тертя зазвичай не враховується. Однак для високомолекулярних матеріалів, наприклад, гуми, полімерів, пластмас, коефіцієнт поглинання енергії має порядок 0,1...1,0 (набагато більше, ніж металів). Тому при розрахунку неметалевих деталей необхідно враховувати втрати енергії на внутрішнє тертя в матеріалі.

3.2.2 Зовнішнє в'язке тертя

Досвід показує: кожне тверде тіло, що рухається в рідині, розплаві, газі, зазнає опір своєму рухові. Цей опір залежить від розмірів та форми тіла, від швидкості його руху, властивостей рідини, розплаву або газу.

Вважають, що сила опору (рисунок 3.6) рухові твердого тіла у в'язкому середовищі F_o має дві складові: опір тиску F_g та опір тертя F_{mp} , тобто

$$F_o = F_g + F_{mp}. \quad (3.44)$$

Перша складова визначається різницею тисків p_l та p_k передньої (лобової) та задньої (кормової) кромках обтічного тіла, друга – силами внутрішнього тертя в'язкого середовища, що виникають за рахунок більшого градієнта швидкості dV / dy у граничному шарі.

Опір тиску визначають за формулою:

$$F_g = CS \frac{\rho V^2}{2}, \quad (3.45)$$

де C – коефіцієнт обтічності, величина якого залежить від форми тіла;
 S – площа найбільшого поперечного перерізу обтічного тіла (міделевий переріз);

ρ – щільність середовища;

V – швидкість руху твердого тіла.

Опір тертя, тобто силу в'язкого тертя, визначають за формулою:

$$F_{mp} = B\mu VL, \quad (3.46)$$

де B – безрозмірний коефіцієнт;

L – характерний розмір тіла;

μ – динамічна в'язкість обтічного середовища;

V – швидкість руху твердого тіла.

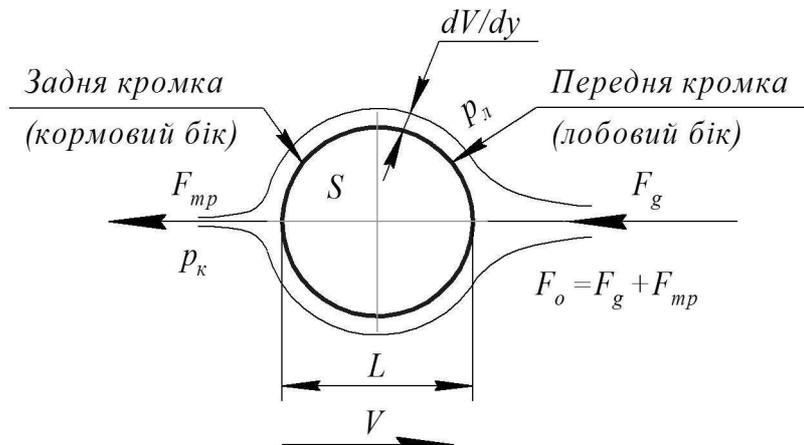


Рисунок 3.6 – Схема сил у дії, що виникають під час руху твердого тіла зі швидкістю V у в'язкому середовищі (p_l – тиск на лобову частину, p_k – тиск за кормою, $p_l > p_k$, S – площа міделевого перерізу, F_g – сила опору тиску, F_{mp} – сила опору тертя, V – швидкість руху твердого тіла, L – характерний розмір твердого тіла)

При малих швидкостях V сила тертя F_{mp} , що пропорційна першому ступеню швидкості, буде значно більшою від сили тиску F_g , що пропорційна другому ступеню швидкості. Тобто для малих швидкостей можна вважати, що

$$F_o \approx F_{mp} = \beta V. \quad (3.47)$$

При великих швидкостях обтічності V , очевидно, справедливо зворотне, тобто

$$F_o \approx F_g = jV^2, \quad (3.48)$$

де β , j – коефіцієнти пропорційності.

Щоб оцінити поняття „велика і мала швидкість”, знайдемо відношення опору тиску та опору тертя

$$\frac{F_g}{F_{тр}} = \frac{C}{2B} \frac{\rho V^2 S}{\mu VL}. \quad (3.49)$$

Відкидаючи безрозмірні коефіцієнти C та B і вважаючи площу поперечного перерізу S пропорційною квадрату характерного розміру L , тобто $S \sim L^2$, отримаємо

$$\frac{F_g}{F_{тр}} \approx \frac{\rho VL}{\mu} = Re, \quad (3.50)$$

де Re – безрозмірне число, що називається *числом Рейнольда*.

Для повзучих течій, коли $Re < 1$, можна знехтувати силами тиску і враховувати лише сили тертя. Навпаки, при більших значеннях числа Рейнольда враховуємо лише сили тиску, відкидаючи сили тертя.

3.2.3 Зовнішнє тертя

Зовнішнє тертя виявляється при взаємодії твердих тіл, що контактують.

Залежно від швидкості відносного переміщення розрізняють два види зовнішнього тертя: *тертя кінематичне* – відбувається між тілами, що рухаються одне відносно іншого; *тертя статичне (тертя спокою)* – між взаємно нерухомими тілами.

Залежно від характеру відносного переміщення тіл, що стикаються, кінематичне тертя поділяють на *тертя ковзання*, *тертя кочення* і *тертя вертіння*.

Тертя ковзання відбувається при ковзанні одного тіла на поверхні іншого. Тертя ковзання може бути як у нижчих, так і вищих кінематичних парах.

Тертя кочення характеризується тим, що одне тіло перекочується поверхнею іншого тіла. Таке тертя притаманне вищим кінематичним парам.

Тертя вертіння відбувається тоді коли тверде тіло обертається навколо деякої матеріальної осі симетрії, спираючись вістрям на інше тверде тіло.

Залежно від стану поверхонь твердих тіл, що труться, і наявності змащення між ними, тертя ковзання поділяють на такі види.

Чисте – сухе тертя, що виникає на поверхнях, очищених від сторонніх домішок.

Граничне тертя – відбувається при наявності шару змащення товщиною не більше 0,1 мкм між поверхнями тіл тертя, що контактують.

Рідинне тертя характеризується тим, що тертьові поверхні розділені шаром мащення.

Напіврідинне тертя – є тоді, коли умови рідинного тертя не дотримані повністю, а також має місце стикання мікронерівностей поверхонь тертя двох тіл.

Напівсухе тертя – характеризується тим, що між поверхнями тертьових тіл спостерігається явище граничного та сухого тертя.

При дуже великих кутових швидкостях у підшипниках спеціальної форми виникають великі аеродинамічні тиски, а елементи пари тертя розділяються повітряним прошарком. Таке тертя називають *аеродинамічним*.

До взаємодіючих поверхонь тертьових твердих тіл попарно прикладені сили тертя, що спрямовані у зворотний рухові напрямок.

Зовнішнє тертя супроводжується зношуванням контактуючих поверхонь тертьових тіл. Знос елементів тертьової пари пропорційний роботі сил тертя.

Поліпшуючи умови тертя, забезпечують збільшення зносостійкості складових частин кінематичних пар та зменшують витрату енергії на передачу руху.

3.2.3.1 Тертя ковзання

Розглянемо тертя ковзання для основних видів механічного руху твердих тіл – поступального та обертового.

На рисунку 3.7 показано тверде тіло 1 у вигляді прямокутного штапика, що під дією рушійної сили $F_{ру}$ переміщується рівномірно, прямолінійно та поступально плоскою поверхнею твердого тіла 2.

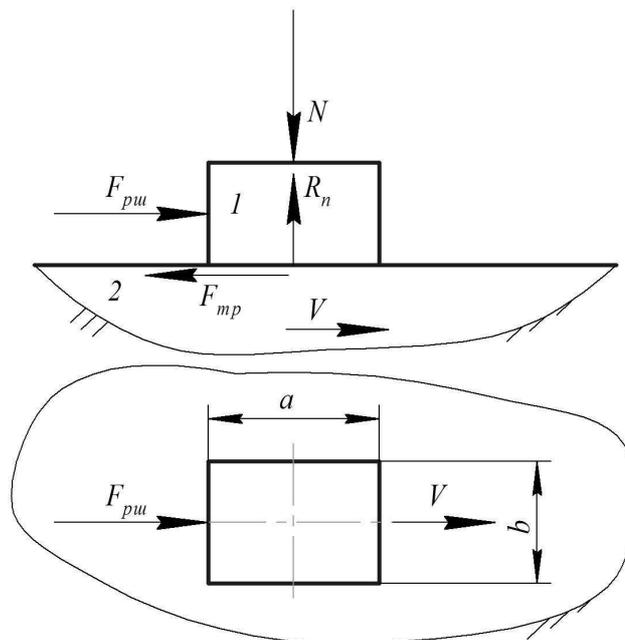


Рисунок 3.7 – Схема поступального переміщення тіла 1 плоскою поверхнею тіла 2

На рисунку 3.8 показано тверде тіло 1 у вигляді циліндричного стрижня, спряженого із угнутою поверхнею радіусом r твердого тіла 2, що під дією рушійного моменту $M_{ру}$ рівномірно обертається навколо нерухокої осі $O-O$ циліндричного отвору.

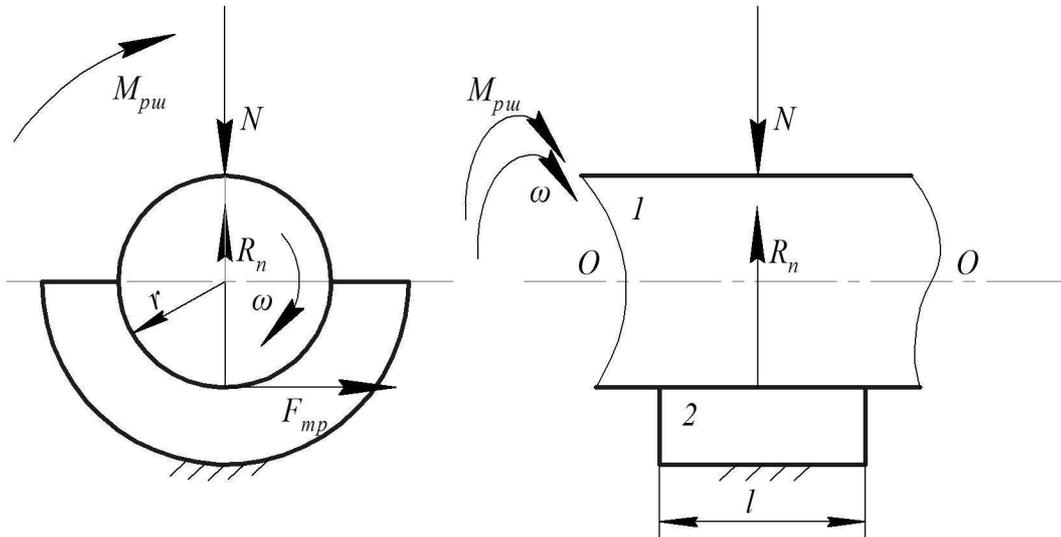


Рисунок 3.8 – Схема обертального руху тіла 1 увігнутою поверхнею радіусом r тіла 2

В обох випадках тверде тіло 1 навантажено нормальною силою N , що передається на опорну поверхню тіла 2 та викликає відповідну реакцію R_n опорної поверхні, на якій тіло 1 здійснює переміщення відносно тіла 2. При такому переміщенні між поверхнями тіл 1 та 2, що стикаються, з'являються тангенціальні зусилля опору, що є наслідком зчеплення мікронерівностей шорстких поверхонь. Їх спрямовано у протилежний рухові напрямком.

Опір рухові, що виникає при відносному ковзанні одного тіла поверхнею іншого, називається **силою тертя** $F_{тр}$. При ковзанні вона визначається сумою двох складових:

$$F_{тр} = F_{мол} + F_{мех}, \quad (3.51)$$

де $F_{мол}$ – сила молекулярної взаємодії поверхонь, які контактують;

$F_{мех}$ – сила механічних зв'язків.

Сила молекулярної взаємодії залежить від площі S поверхонь, що стикаються, та коефіцієнта ε , що характеризує інтенсивність молекулярної взаємодії. Її визначають за виразом

$$F_{мол} = \varepsilon \cdot S, \quad (3.52)$$

де S – площа поверхонь, що стикаються;

ε – коефіцієнт пропорційності.

Сила механічних зв'язків пропорційна силі нормального тиску на опорну поверхню N і коефіцієнту зчеплення f , що має назву *дійсного коефіцієнта тертя* під час руху. Її визначають за формулою:

$$F_{\text{мех}} = f \cdot N. \quad (3.53)$$

Дійсний коефіцієнт тертя при рухові є безрозмірною величиною і залежить від фізичної природи тіл, що контактують, стану поверхонь, що стикаються, і параметрів механічного пересування (шорсткості, тиску, швидкості відносного ковзання, температури, змащення та ін.).

Механічна та молекулярна теорії дають таке пояснення фізичної картини тертя.

Стикання шорстких поверхонь відбувається у множинних зонах фактичного контакту, що може бути різним. Мікровиступи поверхні одного тіла знаходяться у мікрозападинах поверхні іншого тіла; мікровиступи поверхні одного тіла потрапляють на мікровиступи поверхні другого тіла або мікровиступи та мікрозападини займають проміжне положення.

При ковзанні шорстких поверхонь мікровиступи перешкоджають відносному переміщенню твердих тіл. Вони зачіплюються між собою, тому в окремих місцях поверхонь стикування виникають великі тиски, що призводять до пружних, в'язких та пластичних деформацій матеріалу у деяких локальних об'ємах, що сприяє розвитку сил молекулярної взаємодії. Зазначимо, що площа фактичного контакту твердих тіл, що стикаються, змінюється у процесі відносного переміщення і становить незначну частину від загальної площі контактування.

Сумарний опір рухові одного тіла по іншому, що з'явився в результаті стикування, і є силою тертя.

Враховуючи відсутність упорядкованих експериментальних даних щодо визначення коефіцієнта ε для характеристики інтенсивності молекулярної взаємодії поверхонь твердих тіл, що стикаються, при технічних розрахунках застосовують таку залежність для визначення сили тертя

$$F_{\text{тр}} = f_{\text{тр}} \cdot N, \quad (3.54)$$

де N – сила нормального тиску;

$f_{\text{тр}}$ – приведений кінематичний коефіцієнт тертя при рухові.

Слід зазначити, що приведений коефіцієнт тертя $f_{\text{тр}}$ при рухові залежить від дійсного коефіцієнта тертя f_0 , виду руху і враховує молекулярну взаємодію поверхонь твердих тіл, що стикаються.

Розглянемо відносно переміщення твердих тіл, які зображені на рисунку 3.7.

У стані спокою тверде тіло 1 є нерухомим відносно твердого тіла 2. Нормальна сила N , що діє на тіло 2, зрівноважується нормальною реакцією

опорної поверхні R_n . Прикладаючи до тіла I рушійну силу $F_{пу}$, що постійно збільшується, порушимо рівновагу. У цьому випадку можна помітити (рисунок 3.9), що збільшення рушійної сили набуває деяке максимальне значення $F_{пу.0}$ при мікроскопічному переміщенні твердого тіла на величину Δx_1 . Потім тіло I приходить до руху, а рушійна сила (після проходження тілом мікроскопічної відстані Δx_2) зменшується до деякої стабільної величини $F_{пу}$, що не змінюється під час руху. Якщо тілу I не буде задано додаткового прискорення a , то під дією сили $F_{пу}$ воно буде рухатись рівномірно та поступально зі швидкістю V , так як рушійна сила зрівноважується силою тертя

$$F_{пу} - F_{мп} = m \cdot a = 0. \quad (3.55)$$

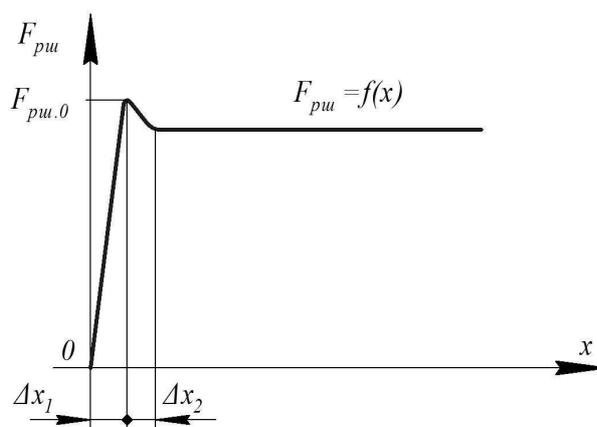


Рисунок 3.9 – Графік зміни рушійної сили $F_{пу}$ залежно від пройденого шляху x

Сила тертя $F_{мп}$ і нормальна реакція R_n є дією тіла 2 на тіло 1. Ці сили можна замінити однією рівнодіючою силою R , що визначає дію тіла 2 на рухоме тіло 1, тобто

$$\vec{R} = \vec{F}_{мп} + \vec{R}_n. \quad (3.56)$$

Відношення сили тертя $F_{мп}$ до нормальної реакції R_n буде тангенсом кута α між напрямком рушійної сили та рівнодіючої, тобто

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_{мп}}{R_n} = \frac{f R_n}{R_n} = f. \quad (3.57)$$

Досліди показують, що необхідно розрізняти коефіцієнт тертя спокою f_0 , тобто статичне тертя, від коефіцієнта тертя при рухові f , тобто кінематичного коефіцієнта тертя. Дійсно, для стану спокою маємо $F_{пу.0} > F_{пу}$, $N_0 = N$, $R_{n0} = R_n$, $F_{мп.0} > F_{мп}$ і тому

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = f_0 \geq f = \operatorname{tg} \alpha, \quad (3.58)$$

де f_0 – коефіцієнт тертя спокою, який називають *коефіцієнтом зчеплення*.

Кути α та α_0 називаються *кутами тертя* та *спокою* відповідно. Їх можна знайти за відомими коефіцієнтами тертя f та f_0 . Зазвичай $f_0 > f$.

3.2.3.2 Тертя ковзання у кінематичних парах

Розглянемо нижчі кінематичні пари, у яких відбувається сухе відносне ковзання елементів ланок при поступальному та обертовому рухах.

Поступальна пара

Найбільш поширеними кінематичними парами, за допомогою яких можна здійснювати зворотно-поступальне переміщення, є поступальні пари із циліндричною напрямною. Наприклад, з'єднання поршня із циліндром, штоку із гільзою, скалки із втулкою і т.д.

На рисунку 3.10 показано поступальну пару із горизонтальною віссю переміщення, яку утворює повзун 1 із циліндром 2, запресований у корпус основи механізму. Повзун з'єднано з іншими деталями механізму, які не дають йому можливості повертатися навколо власної осі, наприклад, із крейцкопфом.

Елементарна сила dF_{mp} , що чинить повзуну 1 опір при рухові, на виділеному елементарному майданчикуві dS шириною $db = rd\beta$ та довжиною l буде дорівнювати

$$dF_{mp} = f \cdot q \cdot dS = f \cdot q \cdot l \cdot r \cdot d\beta, \quad (3.59)$$

де q – питомий тиск на виділеному елементі;

f – дійсний коефіцієнт тертя ковзання;

r – радіус отвору в циліндрі;

l – довжина циліндра;

β – кутова координата.

Повна величина сили тертя становить

$$F_{mp} = frl \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} q d\beta. \quad (3.60)$$

Експериментальні дані свідчать, що тиск за периметром стикання повзуна із циліндром змінюється за законом косинуса, тобто

$$q = q_0 \cos \beta, \quad (3.61)$$

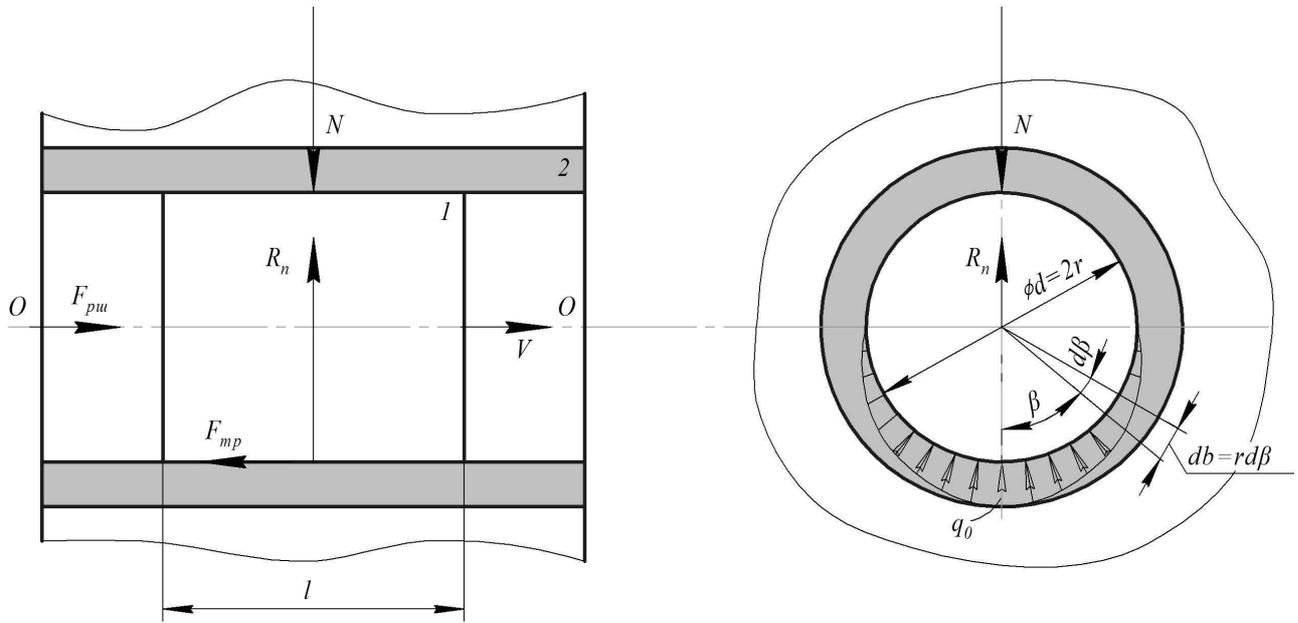


Рисунок 3.10 – Поступальна кінематична пара із циліндричною напрямною:
1 – повзун; 2 – циліндр

де q_0 – тиск у центрі нижньої частини опорної поверхні циліндра.

Тоді

$$F_{тр} = frlq_0 \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos \beta d\beta = 2frlq_0. \quad (3.62)$$

Питомий тиск q_0 залежить від величини нормального зусилля N , що дорівнює

$$\begin{aligned} N &= \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} qdS \cos \beta = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} q_0 dS \cos^2 \beta = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} q_0 lr \cos^2 \beta d\beta = \\ &= q_0 lr \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos^2 \beta d\beta = \frac{\pi}{2} lrq_0 \end{aligned} \quad (3.63)$$

Отже,

$$q_0 = (2 / \pi) [N / (lr)]. \quad (3.64)$$

Підставивши отримане значення q_0 у формулу для визначення сили тертя $F_{тр}$, знаходимо

$$F_{тр} = (4 / \pi) fN = f_{np} N. \quad (3.65)$$

Таким чином приведений коефіцієнт тертя дорівнює

$$f_{np} = (4 / \pi) f = 1,27 f, \quad (3.66)$$

тобто, у цьому випадку, приведений коефіцієнт тертя на 27% більший від дійсного коефіцієнта тертя повзуна f .

Обертова пара

Простіші прямі вали виконані у вигляді циліндричних стрижнів із точно обробленими цапфами. **Цапфа** – це частина вала, що спирається на підшипник. На кінці вала цапфи називають **шипам**, в посередині – **шийками**.

Розглянемо сухе тертя ковзання на циліндричній поверхні шипа 1, що спирається на вкладиш підшипника 2 і навантажений радіальним зусиллям N . Вкладиш 2 запресований у корпусу основи 3.

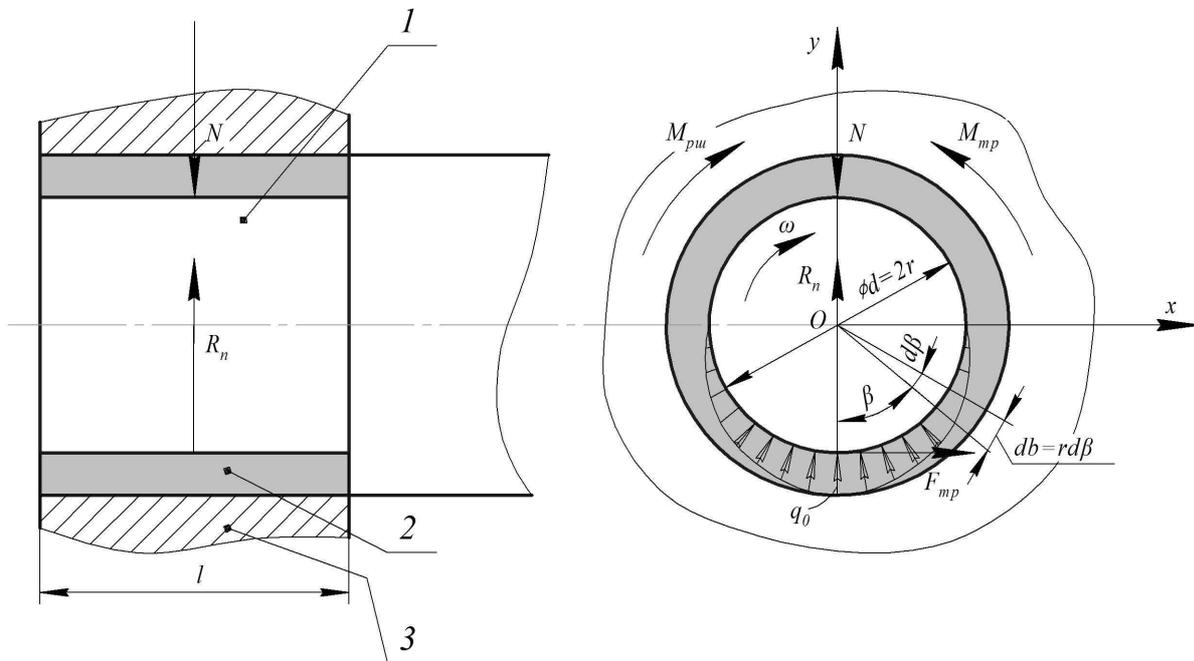


Рисунок 3.11 – Опора ковзання вала: 1 – шип; 2 – вкладиш; 3 – корпус

Радіальне зусилля N спрямовано за нормаллю до опорної поверхні вкладиша 2. Воно викликає на ній відповідну реакцію R_n , що є сумою питомих тисків q . Зміна тиску q за опорною поверхнею підпорядковується закону косинуса, тобто

$$q = q_0 \cos \beta,$$

де q_0 – тиск у центрі нижньої частини опорної поверхні;

β – кутова координата.

Виділимо на опорній поверхні елементарну ділянку dS шириною $db = rd\beta$ та довжиною l . Елементарна сила тертя на цій ділянці буде становити

$$dF_{mp} = fdN = fqdS = fqlrd\beta = fq_0lr \cos \beta d\beta, \quad (3.67)$$

де f – дійсний коефіцієнт тертя.

Повна сила тертя буде дорівнювати

$$F_{mp} = fq_0lr \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos \beta d\beta = 2fq_0lr. \quad (3.68)$$

Повне значення моменту від сил тертя

$$M_{mp} = rF_{mp} = r^2 2fq_0l. \quad (3.69)$$

Проекція сил на вісь Oy

$$\begin{aligned} N - R_n &= N - \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} dR_n \cos \beta = N - \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} qlr \cos \beta d\beta = \\ &= N - \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} q_0lr \cos^2 \beta d\beta = N - q_0lr \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos^2 \beta d\beta = N - \frac{\pi}{2} q_0lr = 0, \end{aligned} \quad (3.70)$$

тобто

$$N = \frac{\pi}{2} q_0lr.$$

Таким чином, рушійний момент

$$M_{пу} = f_{np}Nr = f_{np} \frac{\pi}{2} q_0lr^2. \quad (3.71)$$

Ураховуючи, що

$$M_{пу} - M_{mp} = 0 \text{ або } f_{np} \frac{\pi}{2} q_0lr^2 - 2r^2 fq_0l = 0, \quad (3.72)$$

визначаємо

$$f_{np} \frac{\pi}{2} q_0lr^2 = 2r^2 fq_0l;$$

$$f_{np} = \frac{4r^2 fq_0l}{\pi q_0lr^2} = \frac{4}{\pi} f. \quad (3.73)$$

Тобто приведений коефіцієнт тертя на 27% більший від діючого коефіцієнта тертя.

3.2.3.3 Тертя кочення

Розглянемо процес кочення абсолютно твердого невагомго тіла 1 у вигляді циліндричного стрижня діаметром $d=2r$ та довжиною l , по горизонтальній плоскій поверхні тіла 2 із пружними та пластичними властивостями (рисунок 3.12).

Навантажимо циліндричне тіло 1 радіальною силою N . Ця сила нормальна до плоскої горизонтальної поверхні $m-n$ тіла 2 . Нерухомий циліндричний стрижень 1 деформує плоску поверхню тіла 2 за усією своєю довжиною l . На деякій дузі adb утворюється лунка шириною c та глибиною h . Геометричні розміри деформованої ділянки визначаються за механічними властивостями тіла 2 , радіусом r циліндричного стрижня 1 та величиною нормальної сили N .

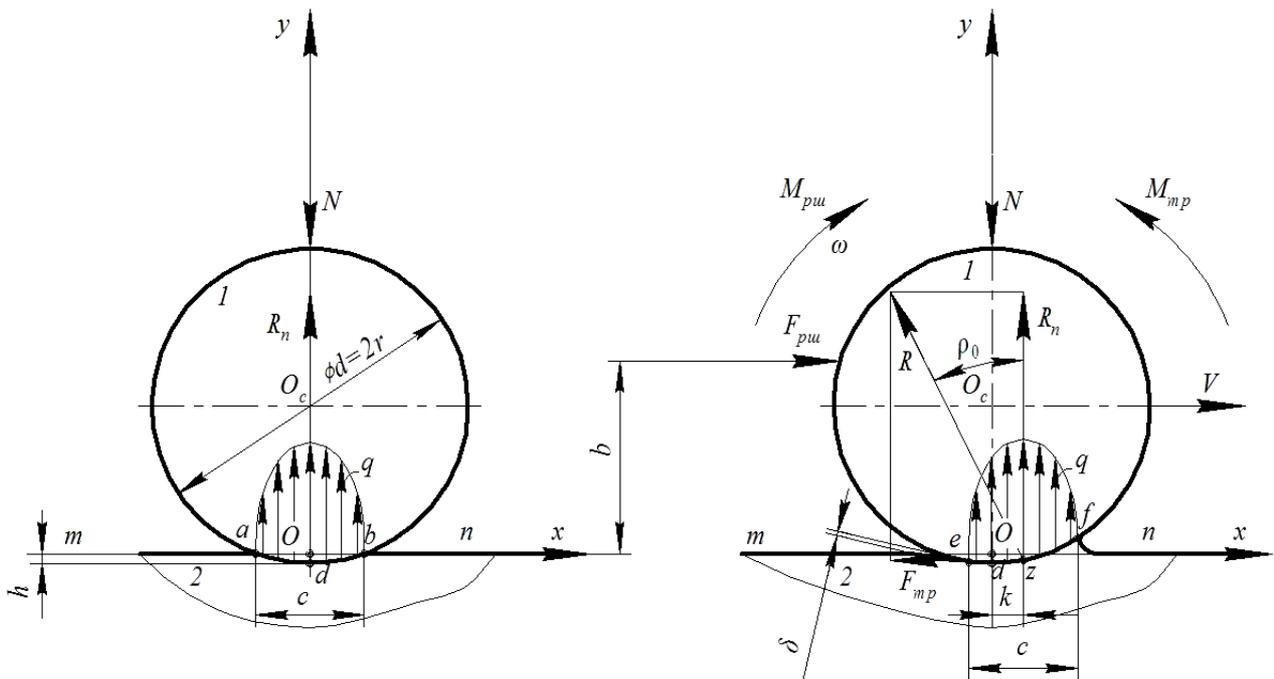


Рисунок 3.12 – Схема кочення твердого циліндра 1 пружнопластичною площиною тіла 2

Відповідно до теорії Герца [5], у деякому локальному об'ємі деформованого матеріалу тіла 2 в силу дії нормального тиску $q = N / (cl)$ виникають контактні напруження, зумовлені внутрішнім тертям у матеріалі. Вони розподіляються за законом еліпса. Вісь еліпса збігається із віссю симетрії циліндричного тіла 1 та проходить через середину вм'ятини adb . Нормальна реакція опорної поверхні R_n складає за модулем суму питомих тисків q циліндричного стрижня 1 на площі контакту, тобто дорівнює за модулем нормальному зусиллю N , але спрямована у зворотний бік.

Прикладемо до циліндричного тіла I , як показано на рисунку 3.12, рушійну силу $F_{пу}$. Центр тіла I буде рухатися вправо прямолінійно та поступально зі швидкістю V , а сам циліндричний стрижень I повертатиметься за годинниковою стрілкою навколо точки d , тобто миттєвого центру обертання, перекочуючись плоскою поверхнею тіла 2 із кутовою швидкістю ω . Зазначимо, що перекочування циліндричного стрижня можливе лише у тому випадку, якщо на ділянці контактування adb виникає таке зчеплення тіл I і 2 , тобто сила тертя F_{mp0} , яке не призводить до відносного ковзання тіл, що стикаються. В іншому випадку циліндричний стрижень I буде ковзати плоскою поверхнею тіла 2 . Необхідну силу тертя F_{mp0} (для стану спокою на ділянці стикання adb) циліндричного тіла I із плоскою поверхнею тіла 2 створює нормальна сила N . Для цього необхідно створити умову

$$F_{mp0} \leq f_0 N, \quad (3.74)$$

де f_0 – коефіцієнт зчеплення, що для матеріалів, які стикаються, у стані спокою має точно визначену величину.

Отже, чисте кочення циліндра по площині можливе лише у випадку міцного зчеплення поверхонь тіл, що стикаються. Це забезпечує сила тертя спокою.

Лунка adb утворена внаслідок пружного та пластичного деформування плоскої поверхні $m-n$ тіла 2 . При перекочуванні за годинниковою стрілкою тильний бік циліндричного тіла I піднімається, звільняючи лівий бік лунки. Відбувається пружне відновлення форми деформованого матеріалу. Однак незворотна пластична деформація площини у місці контактування не дає лунці повністю відновити свою форму. Це стає причиною того, що на тильному боці циліндричного тіла між твірними лініями поперечного перерізу лунки і круглого тіла I постійно утворюється деякий мікроскопічний проміжок δ .

Перекочуючись за годинниковою стрілкою, циліндричний стрижень I жене перед собою рухома хвилю пружної деформації на площині тіла 2 , як показано на рисунку 3.12 (справа).

У стані спокою тіл I і 2 , що стикаються, є симетрія поля контактних напружень. Описані динамічні процеси порушуються внаслідок явищ гістерезису. Напруження в зоні деформацій наростання, тобто в зоні рухомої хвилі, стають більшими, ніж у зоні деформацій, що зменшуються. Поле контактних напружень зміщується у бік руху та займає деяке положення efz , а нормальна реакція опорної поверхні R_n зміщується вправо за лінією симетрії $O_c d$ в точку z на деякий досить малий відрізок k . Загальна реакція опорної поверхні R буде дорівнювати векторній сумі

$$\vec{R} = \vec{R}_n + \vec{F}_{mp} \quad (3.75)$$

та відхилитись від нормалі у напрямок, який протилежний рухові, на кут ρ_0 , тангенс якого дорівнює

$$\operatorname{tg} \rho_0 = f_0. \quad (3.76)$$

Під час рівномірного кочення сума моментів усіх сил, що діють на циліндричний стрижень l , буде дорівнювати нулю:

$$M_{пу} - M_{тр} = F_{пу} b - R_n k = F_{пу} b - Nk = 0. \quad (3.77)$$

У зоні стикання стрижня із опорною площиною виникає сила тертя ковзання $F_{тр,0}$, що спрямована протилежно рушійній силі $F_{пу}$, граничне значення якої дорівнює силі тертя спокою відповідно до виразу (3.74).

Для рівномірного кочення необхідно створити умову

$$F_{пу} b = Nk, \quad (3.78)$$

$$F_{пу} < F_{тр,0} = f_0 N, \quad (3.79)$$

тобто

$$N \frac{k}{b} < f_0 N,$$

звідси

$$f_0 > \frac{k}{b},$$

тобто для чистого кочення коефіцієнт зчеплення f_0 повинен бути більшим від відношення $\frac{k}{b}$.

Під час чистого ковзання необхідно, щоб

$$F_{пу} = F_{тр,0} = f_0 N \text{ та } M_{пу} = F_{пу} b < Nk,$$

тобто

$$f_0 N b < Nk,$$

звідки

$$f_0 < \frac{k}{b}.$$

Одночасне кочення і ковзання можливе при $f_0 = \frac{k}{b}$.

Експериментальні дані свідчать про те, що під час чистого кочення момент опору рухові дорівнює

$$M_o = k \cdot N, \quad (3.80)$$

де N – сила нормального тиску;

k – коефіцієнт пропорційності, що називають *коефіцієнтом опору кочення*.

Коефіцієнт опору кочення k має розмірність довжини та залежить від фізико-механічних параметрів тіл, що стикаються. У таблиці 3.1 наведено значення коефіцієнтів k для деяких сполучень матеріалів.

Таблиця 3.1 – Значення коефіцієнта опору кочення

Сполучення матеріалів	Коефіцієнт, k , см
Дерево по дереву	0,05...0,06
Дерево по сталі	0,03...0,04
Сталь по сталі	0,05
Чавун по чавуну	0,05
Ролики або кульки (сталеві загартовані) по сталі	0,0005...0,0010

3.2.3.4 Тертя ковзання змащених тіл

Тертя ковзання змащених тіл визначають гідродинамічними явищами, що відбуваються у рухомій масляній плівці.

Під час руху змащених тіл всередині змащувальної плівки виникає певний гідродинамічний тиск. Він створює силу, що зрівноважує частково або повністю зовнішнє навантаження. Тому силу тертя у цьому випадку визначають в основному внутрішнім опором зсуву шарів мащення.

Фізична картина утворення тримкості масляного шару заснована на гідродинамічних явищах, що виникають у масляному клині. Чисто рідинне тертя має місце, якщо змащувальна рідина повністю розділяє поверхні, що ковзають. Основною вимогою, що забезпечує рідинне тертя, є утворення клиновидного проміжку між тертьовими поверхнями при достатній лінійній швидкості відносного ковзання та безперервного шару змащення із великим внутрішнім тиском ($q \approx 1$ МПа).

Силу рідинного тертя визначають за формулою:

$$F_{mp} = \mu VS / \varepsilon, \quad (3.81)$$

де μ – коефіцієнт внутрішнього тертя або динамічна в'язкість змащення;

V – швидкість відносного ковзання;

S – площа твердих тіл, що стикаються;

ε – товщина шару змащення.

Ураховуючи, що

$$F_{np} = f_{np} N,$$

де f_{np} – приведений коефіцієнт тертя підшипника;

N – нормальне навантаження,

знаходимо

$$f_{np} = \mu V / \varepsilon q, \quad (3.82)$$

де $q = N / S$ – питомий тиск.

У таблицях 3.2 та 3.3 приведено середні значення дійсних і приведених коефіцієнтів тертя ковзання.

Таблиця 3.2 – Дійсні коефіцієнти сухого тертя ковзання f для деяких сполучень матеріалів, що стикаються

Сполучення матеріалів	Дійсний коефіцієнт тертя, f	Сполучення матеріалів	Дійсний коефіцієнт тертя, f
Сталь по сталі	0,1	Шкіра по дереву	0,27
Метал по дереву	0,4...0,5	Сталь по льоду	0,01
Дерево по дереву	0,3	Автошина по бруківці	0,5
Шкіра по сірому чавуну	0,28	Автошина по асфальту	0,3

Таблиця 3.3 – Приведені коефіцієнти тертя ковзання f для деяких видів тертя

Види тертя	Приведений коефіцієнт тертя, f_{np}
Напіврідинне тертя для металевої пари, що змащена машинним мастилом	0,01...0,05
Рідинне тертя для металевої пари, що змащена машинним мастилом	0,002...0,006
Рідинне тертя для пари метал-пластмаса при змащенні водою	0,004...0,008
Повітряне змащення металевої пари	~0,007

3.2.3.5 Використання процесу кочення

Процес кочення лежить в основі багатьох технічних питань. Це дає змогу зменшити енергетичні витрати в механізмах.

Необхідно ще раз зазначити, що чисте кочення можливе лише при достатньо великій величині сили тертя, що відповідає стану спокою поверхонь тіл, що контактують.

Розглянемо переміщення масивної плити по бетонній основі за допомогою котків. На рисунку 3.13 зображено масивну плиту 1 вагою N , що знаходиться у стані спокою на n циліндричних котках 2 діаметром $d = 2r$ і вагою G кожен, що розміщені на бетонній основі 3 .

При симетричному навантаженні кожен коток буде зазнавати тиску сили

$$Q = N / n. \quad (3.83)$$

Таким чином, кожен коток буде чинити опір коченню із моментом:
 - у верхній точці

$$M_{o1} = Qk_1, \quad (3.84)$$

де k_1 – коефіцієнт опору при коченні плити;

- у нижній точці

$$M_{o2} = (Q + G)k_2, \quad (3.85)$$

де k_2 – коефіцієнт опору при коченні котків бетонною основою.

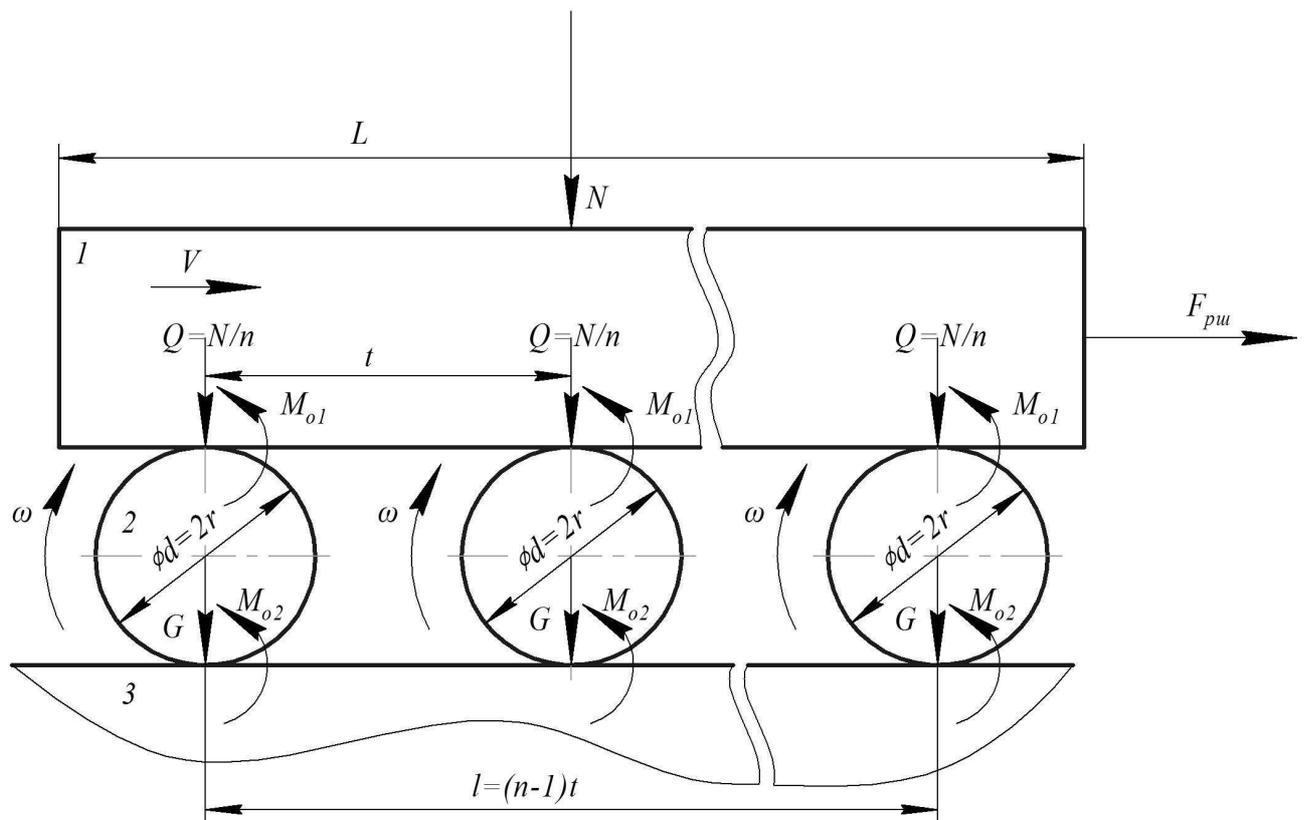


Рисунок 3.13 – Плита 1 вагою N , що знаходиться у стані спокою, на n циліндричних котках 2 вагою G кожен, що розміщені на бетонній основі 3

Для переміщення плити 1 за допомогою котків 2 по бетонній основі 3 до плити необхідно прикласти деяку рушійну силу $F_{пу}$, що створює рушійний момент відносно полюса миттєвого обертання, тобто точки контактування котків із бетонною основою,

$$M_{пу} = F_{пу} \cdot 2r. \quad (3.86)$$

Рівномірне переміщення плити 1 зі швидкістю V можливе за умови, що

$$M_{пу} = \sum_{i=1}^n (M_{o1} + M_{o2}). \quad (3.87)$$

або

$$F_{пу} \cdot 2r = nQk_1 + n(Q + G)k_2. \quad (3.88)$$

Нехтуючи вагою котків, маємо

$$F_{пу} \cdot 2r = nQk_1 + nQk_2 = N(k_1 + k_2). \quad (3.89)$$

Звідси отримуємо

$$F_{пу} = \frac{N}{2r}(k_1 + k_2) = \frac{N}{d}(k_1 + k_2). \quad (3.90)$$

Рушійна сила $F_{пу}$ чисельно дорівнює загальній приведеній силі опору, тобто силі тертя,

$$F_{пу} = F_{mp} = f_{np}N. \quad (3.91)$$

Порівнюючи вирази (3.90) і (3.91), знаходимо приведений коефіцієнт тертя

$$\frac{N(k_1 + k_2)}{d} = N \cdot f_{np} \quad (3.92)$$

та

$$f_{np} = \frac{(k_1 + k_2)}{d}. \quad (3.93)$$

Відповідно до експериментальних досліджень при заданих значеннях коефіцієнтів опору k_1 та k_2 зв'язок f_{np} та d має гіперболічний характер.

Найбільшого поширення кочення отримало під час створення кулькових, роликових, голчастих і т.п. підшипників кочення. Розглянемо процес кочення у роликових підшипниках. На рисунку 3.14 зображено роликовий підшипник, що складається із зовнішньої обойми 2 та внутрішньої обойми 1, між якими розташовані ролики 3. Зовнішня обойма запресована в отвір на корпусі механізму, а внутрішня – з'єднана із обертовим валом $\phi d_g = 2r_g$ механізму.

Внутрішня обойма 1 навантажена радіальною силою N , яка через ролики 3 передається на внутрішню поверхню зовнішньої обойми 2. У стані спокою навантаження силою N дає реакції опорної поверхні зовнішньої обойми під роликами $R_0, R_1, R_2, \dots, R_l$, що залежно від числа роликів z розподіляється між тілами кочення за певним законом. При обертанні внутрішньої обойми 1

разом із валом ϕd_e за годинниковою стрілкою із кутовою швидкістю ω_1 ролики 3 перекочуються по внутрішній поверхні зовнішньої обойми 2 із частотою ω_3 проти годинникової стрілки. Це дає зміщення реакцій внутрішньої поверхні зовнішньої обойми R_i та зовнішньої поверхні внутрішньої обойми R_i на деякий відрізок k у точки a та b .

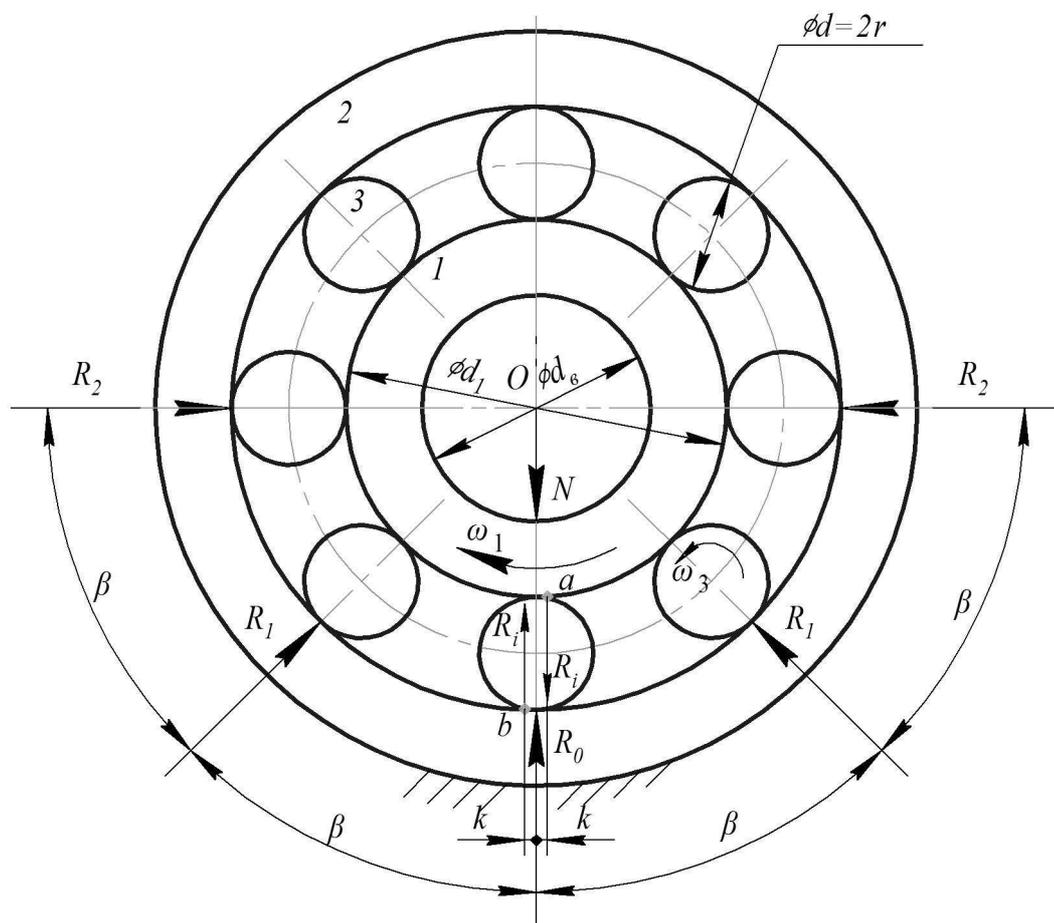


Рисунок 3.14 – Роликовий підшипник: 1 – внутрішня обойма; 2 – зовнішня обойма; 3 – ролики

Витрачена на тертя потужність у місцях перекочування роликів становить:
- у точці a

$$P_{a\text{тр}} = M_{\text{тр}a} \cdot \omega_3 = R_i \cdot k \cdot \omega_3; \quad (3.94)$$

- у точці b

$$P_{b\text{тр}} = M_{\text{тр}b} \cdot (\omega_1 + \omega_3) = R_i \cdot k \cdot (\omega_1 + \omega_3). \quad (3.95)$$

Рівномірне обертання вала із внутрішньою обоймою можливе лише за умови, якщо рушійна потужність $P_{\text{ру}}$ буде дорівнювати втраченій на тертя потужності $P_{\text{тр}}$, тобто

$$P_{ру} = M_{ру} \cdot \omega_6 = \sum P_{mp} = \sum R_i \cdot k(2\omega_3 + \omega_1), \quad (3.96)$$

де $M_{ру}$ – рушійний момент;

ω_6 – кутова швидкість вала.

За умови рівноваги внутрішньої обойми можна записати, що

$$\sum R_i = \beta \cdot N, \quad (3.97)$$

де β – коефіцієнт пропорційності, де враховано закон розподілу навантаження N .

Так як лінійні швидкості V перекочування внутрішньої обойми відносно осі обертання O та роликів відносно миттєвого полюса обертання, розташованого на осі внутрішньої поверхні зовнішньої обойми, рівні між собою, тобто

$$V = \omega_1 r_1 = \omega_3 d, \quad (3.98)$$

то

$$\omega_3 = \frac{\omega_1 r_1}{d}. \quad (3.99)$$

Підставивши вирази (3.97) та (3.99) у рівняння (3.96), знаходимо, що

$$P_{ру} = M_{ру} \cdot \omega_6 = \beta N k \omega_1 \left(1 + \frac{d_1}{d}\right) \quad (3.100)$$

та

$$M_{ру} = \beta N k \left(1 + \frac{d_1}{d}\right). \quad (3.101)$$

При косинусоїдальному закономірному розподілу нормального навантаження N коефіцієнт $\beta \approx 1,3$, відповідно маємо, що

$$M_{ру} = \left[N k 1,3 \left(1 + \frac{d_1}{d}\right) \right] = f_{np} N, \quad (3.102)$$

де f_{np} – приведений коефіцієнт тертя для роликів підшипника

$$f_{np} = 1,3 k \left(1 + \frac{d_1}{d}\right). \quad (3.103)$$

3.3 Рух механізмів під дією прикладених сил

Рух механізму здійснюється за допомогою сил, що прикладає до вхідної ланки джерело механічного руху, тобто двигун. У першому наближенні допускають, що двигун задає вхідній ланці рівномірну та постійну швидкість. Однак найчастіше технологічні процеси потребують нерівномірних переміщень та швидкостей.

Це потребує побудови такої структури механізму, яка б дозволила проміжним і, особливо, вихідним ланкам переміщуватись зі змінною швидкістю за певним законом. У результаті отримують механізм, у якого (при постійній швидкості руху вхідної ланки) виконавча ланка здійснює чітко визначене переміщення за потрібною траєкторією та з необхідною швидкістю. Звичайно, це призводить до того, що сили корисного та шкідливого опорів стають змінними і з'являються сили інерції внаслідок нерівномірного руху окремих ланок.

3.3.1 Початкові міркування

Будемо розглядати однорухомі механізми, які виконують плоскопаралельний рух.

Змінні сили корисного та шкідливого опорів, а також сили інерції, що виникають унаслідок нерівномірного руху окремих ланок, вносять суттєві корективи у прогнозований закон потрібного руху механізму і змушують джерело механічного руху змінювати власну швидкість. Тому кінематичні параметри ланок механізму в процесі руху змінюються і є функцією діючих зовнішніх сил та сил інерції рухомих ланок. Встановлення дійсного закону руху механізму дає можливість враховувати динамічні навантаження при визначенні часу спрацьовування механізму та при проведенні розрахунків на міцність ланок, що особливо важливо для надійної роботи швидкісних технологічних машин із заданою продуктивністю.

Отже, для механізму необхідно розглянути та вирішити другу основну задачу динаміки, тобто за діючими силами визначити закон руху механізму. Поставлену задачу спрощують через приведення мас рухомих ланок, діючих зовнішніх сил та моментів до ланки приведення. Ланкою приведення у більшості випадків є вхідна ланка механізму. За істинним законом руху ланки приведення можна методами кінематичного аналізу визначати дійсний характер переміщення решти ланок механізму.

3.3.2 Приведення мас та моментів інерції до вхідної ланки

Кінетичну енергію окремої ланки, що здійснює плоскопаралельний рух, визначають за формулою:

$$E_{\text{лан}} = (mV_s^2 + I_s\omega^2) / 2, \quad (3.104)$$

де m – маса ланки;

V_S – лінійна швидкість центра тяжіння ланки;

I_S – момент інерції ланки відносно центра тяжіння;

ω – кутова швидкість ланки.

Загальна кінетична енергія плоскопаралельного механізму, що складається з декількох ланок, дорівнює сумі кінетичних енергій складових ланок, тобто

$$E_{\text{мех}} = \sum_{i=1}^n E_{\text{лан}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (m_i V_{Si}^2 + I_{Si} \omega_i^2), \quad (3.105)$$

де n – число ланок механізму;

m_i – маса i -ої ланки;

V_{Si} – лінійна швидкість центра тяжіння i -ої ланки;

I_{Si} – момент інерції i -ої ланки відносно центра тяжіння;

ω_i – кутова швидкість i -ої ланки.

Приведена маса m_{np} – це маса ланки приведення, яка здійснює поступальний рух із лінійною швидкістю V .

Приведений момент інерції I_{np} – це момент інерції ланки приведення, яка здійснює обертовий рух із кутовою швидкістю ω .

Таким чином, приведена маса m_{np} та приведений момент інерції I_{np} є розрахунковими величинами. Їх визначають за умови, що ланка приведення нібито має кінетичну енергію усього механізму $E_{\text{мех}}$.

Значимо, що у випадку поступального руху ланки приведення

$$\frac{m_{np} V^2}{2} = E_{\text{мех}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (m_i V_{Si}^2 + I_{Si} \omega_i^2), \quad (3.106)$$

а у випадку обертового руху ланки приведення

$$I_{np} \frac{\omega^2}{2} = E_{\text{мех}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (m_i V_{Si}^2 + I_{Si} \omega_i^2). \quad (3.107)$$

З цих рівнянь знаходимо значення приведеної маси

$$m_{np} = \frac{\sum_{i=1}^n (m_i V_{Si}^2 + I_{Si} \omega_i^2)}{V^2} \quad (3.108)$$

і приведенного моменту інерції

$$I_{np} = \frac{\sum_{i=1}^n (m_i V_{Si}^2 + I_{Si} \omega_i^2)}{\omega^2} \quad (3.109)$$

для механізму в усіх положеннях, що розглядаються.

За приведеною масою та приведеним моментом інерції можна спростити розв'язок задачі щодо визначення закону руху механізму при відомих силах, що діють.

Проаналізувавши рівняння (3.108), (3.109), бачимо: величини приведеної маси m_{np} і приведеного моменту інерції I_{np} є змінними та позитивними, а це характерно для важільних та кулачкових механізмів. У механізмах із постійним передавальним відношенням (таких, як зубчасті, фрикційні, гвинтові та гнучкі) вказані величини є постійними, бо у них проміжні та ведені ланки рухаються із відносно постійними швидкостями.

За приведеною масою і приведеним моментом інерції механізму визначають інерційні показники механізму в усіх положеннях, тому що зі зміною положень механізму кінетична енергія ланок змінюється.

3.3.3 Приведена сила та приведений момент

Приведена сила F_{np} – це прикладена до вхідної ланки рушійна сила, яка може здолати протидію усіх прикладених до механізмів зовнішніх сил та моментів. Ця сила виконує корисну роботу.

Приведений момент M_{np} – це прикладений до вхідної ланки рушійний обертовий момент, який може здолати протидію усіх прикладених до механізмів зовнішніх сил та моментів. Цей момент виконує корисну роботу.

Для розв'язання загальних питань динаміки механізму досить знати значення приведеної сили F_{np} або приведеного моменту M_{np} для ланки приведення. За ланку приведення, як правило, беруть вхідну ланку. Існують різні способи визначення приведеної сили та приведеного моменту. Найбільш простий спосіб заснований на застосуванні закону збереження механічної енергії. Відповідно до цього закону потужність на вхідній ланці P_1 дорівнює потужності на виконавчій ланці $P_{вик}$ механізму із урахуванням ККД:

$$P_1 \eta = P_{вик}, \quad (3.110)$$

де P_1 – потужність на вхідній ланці;

η – ККД механізму, що враховує втрати на тертя та розсіювання енергії;

$P_{вик}$ – потужність, що витрачається виконавчою ланкою для виконання корисної роботи.

Запишемо цей вираз у розгорнутому вигляді.

$$F_{np} V_1 \eta = \sum_{i=1}^n F_i V_i \cos \Delta_i, \quad (3.111)$$

або

$$M_{np} \omega_1 \eta = \sum_{i=1}^n F_i V_i \cos \Delta_i, \quad (3.112)$$

де F_{np} – приведена сила;

$M_{np} = F_{np} r$ – приведений момент (тут r – плече прикладання сили);

V_1 – лінійна швидкість вхідної ланки, тобто ланки приведення;

ω_1 – кутова швидкість вхідної ланки;

F_i – значення i -ої заданої сили;

V_i – лінійна швидкість i -ої заданої сили;

Δ_i – кут між векторами F_i та V_i ;

n – число ланок.

Нехай кут між векторами F_{np} та V_1 дорівнює нулю.

Отже, величину приведеної сили визначають за формулою

$$F_{np} = \frac{\sum_{i=1}^n F_i V_i \cos \Delta_i}{V_1 \eta}, \quad (3.113)$$

а величину приведенного моменту за формулою

$$M_{np} = \frac{\sum_{i=1}^n F_i V_i \cos \Delta_i}{\omega_1 \eta} \quad (3.114)$$

для усіх положень, що розглядаються.

Зазначимо, що при визначенні приведеної сили F_{np} та приведенного моменту M_{np} до числа приведених сил та моментів включають усі зовнішні та внутрішні сили.

До числа зовнішніх сил належать:

- рушійні сили, яких задає механізму джерело механічного руху;
- сили корисного опору, що долає виконавча ланка під час виконання корисної роботи;
- сили тяжіння ланок, робота яких за цикл дорівнює нулю.

До числа внутрішніх сил належать:

- сили шкідливого опору, що виникають унаслідок тертя в елементах зчленування ланок, що враховуються за допомогою ККД;

- сили інерції ланок, дія яких вагома у швидкохідних механізмах;
- реакції геометричних зв'язків, що обмежують рух ланок.

Тому зазначимо таке. Сили тяжіння протягом циклу як допомагають рушійним силам, так і протидіють їм, тобто чинять опір рухові. Реакції зв'язків у процесі руху взаємно зрівноважуються і тому при розрахунку приведеного моменту не враховуються.

Силами інерції для тихохідних механізмів зазвичай нехтують. Їх враховують лише для швидкохідних механізмів. Із цією метою будують план механізму для декількох положень вхідної ланки протягом циклу. Потім для кожного взаємного розташування ланок визначають модуль і напрям прискорення кожної ланки та розраховують сили інерції.

Отже, для більшості механізмів технологічних машин, що є тихохідними, можна записати, що приведений момент дорівнює

$$M_{np} \eta = M_{np\ pш} - M_{np\ o}, \quad (3.115)$$

де $M_{np\ pш}$ – приведений момент рушійних сил;

$M_{np\ o}$ – приведений момент сил корисного опору;

η – коефіцієнт корисної дії механізму.

3.3.4 Рівняння руху механізму

Рівнянням руху механізму є рівняння руху ланки приведення, що має кінетичну енергію та інертні властивості механізму.

Для складання рівняння руху ланки приведення скористуємось рівнянням Лагранжа другого роду. Для однорухомих механізмів, які мають незначну потенціальну енергію, рівняння записуємо так:

- у випадку обертового руху ланки приведення

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_{mex}}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial E_{mex}}{\partial \varphi} = M_{np}; \quad (3.116)$$

- у випадку поступального руху ланки приведення

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_{mex}}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial E_{mex}}{\partial x} = F_{np}; \quad (3.117)$$

де E_{mex} – кінетична енергія механізму;

φ – узагальнена координата – кут повороту ланки приведення;

x – узагальнена координата – лінійне переміщення ланки приведення;

$\dot{\varphi}$ – кутова швидкість ω ланки приведення;
 \dot{x} – лінійна швидкість V ланки приведення;
 M_{np} – приведений момент;
 F_{np} – приведена сила.

Враховуємо, що у загальному випадку приведений момент M_{np} та приведена сила F_{np} є функціями узагальненої координати φ або x , швидкості ω або V та часу t , тобто $M_{np} = M_{np}(\varphi, \omega, t)$ та $F_{np} = F_{np}(x, V, t)$, а також те, що

$$E_{\text{мех}} = \frac{I_{np}(\varphi) \dot{\varphi}^2}{2};$$

$$\frac{\partial E_{\text{мех}}}{\partial \varphi} = \frac{1}{2} \frac{dI_{np}(\varphi)}{d\varphi} \cdot \dot{\varphi}^2$$

$$\frac{\partial E_{\text{мех}}}{\partial \dot{\varphi}} = I_{np}(\varphi) \cdot \dot{\varphi};$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_{\text{мех}}}{\partial \dot{\varphi}} \right) = I_{np}(\varphi) \cdot \ddot{\varphi} + \frac{dI_{np}(\varphi)}{d\varphi} \cdot \dot{\varphi}^2;$$

де I_{np} – приведений момент інерції ланки приведення, що обертається, $I_{np} = I_{np}(\varphi)$.

Підставивши отримані вирази, перетворимо рівняння (3.116).

Таким чином,

$$I_{np}(\varphi) \ddot{\varphi} + \frac{dI_{np}(\varphi)}{d\varphi} \cdot \dot{\varphi}^2 - \frac{1}{2} \frac{dI_{np}(\varphi)}{d\varphi} \cdot \dot{\varphi}^2 = I_{np}(\varphi) \ddot{\varphi} + \frac{1}{2} \frac{dI_{np}(\varphi)}{d\varphi} \cdot \dot{\varphi}^2 = M_{np}(\varphi, \omega, t). \quad (3.118)$$

Замінивши $\dot{\varphi} = \omega$ та $\ddot{\varphi} = \varepsilon$, знаходимо

$$I_{np}(\varphi) \varepsilon + \frac{1}{2} \frac{dI_{np}(\varphi)}{d\varphi} \cdot \omega^2 = M_{np}(\varphi, \omega, t). \quad (3.119)$$

Для ланки приведення, що рухається поступально формула (3.117) набуде аналогічного вигляду ($a = \ddot{x}$, $V = \dot{x}$)

$$m_{np}(x)a + \frac{1}{2} \frac{dm_{np}(x)}{dx} \cdot V^2 = F_{np}(x, V, t); \quad (3.120)$$

де m_{np} – приведена маса приведення ланки, що рухається поступально, $m_{np} = m_{np}(x)$.

Отримані рівняння (3.119) та (3.120) є диференціальними рівняннями руху механізму відповідно до форми рівняння моментів та рівняння сил.

За наявності ланки приведення, що умовно має динамічні властивості механізму, відповідно до закону збереження механічної енергії (для випадку коли приведені моменти рушійних сил та сил опору, а також приведений момент інерції механізму є функцією положення ланки приведення) можна записати рівняння руху механізму в енергетичній формі.

Тому зміна кінетичної енергії механізму ΔE_{mex} при переміщенні з положення 1 у положення 2 ланки приведення дорівнює роботі приведенного моменту M_{np} або приведенної сили F_{np} на цьому переміщенні, тобто

$$E_{mex2} - E_{mex1} = \Delta E_{mex} = A_{np}; \quad (3.121)$$

де E_{mex1} – кінетична енергія механізму у положенні 1 ланки приведення;

E_{mex2} – кінетична енергія механізму у положенні 2 ланки приведення;

A_{np} – робота приведенного моменту або приведенної сили з положення 1 у положення 2 ланки приведення.

У диференціальній формі рівняння (3.121) записують так:

$$dE_{mex} = dA_{np}. \quad (3.122)$$

З наведеного рівняння (3.121) впливає формула для визначення миттєвого значення кутової швидкості ланки приведення у положенні 2. Так як $E_2 = I_{np2} \cdot \omega_2^2 / 2$, то

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{2(E_1 + \Delta A_{np1-2})}{I_{np2}}}. \quad (3.123)$$

Отже, задача складання рівняння руху механізму зводиться до визначення закону руху однієї ланки, тобто ланки приведення.

Під час поступального руху ланки приведення маса m_{np} змінюється залежно від положення ланки, тобто від координати x (рисунок 3.15). Ланка приведення перебуває під дією приведенної сили F_{np} , величина якої залежить від

координати x , швидкості V та часу t , тобто приведена сила F_{np} є функцією $F_{np}(x, V, t)$.

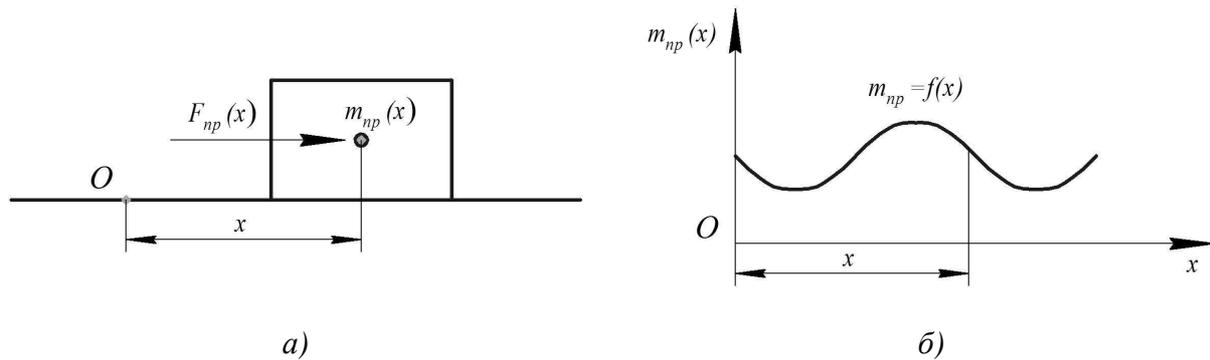


Рисунок 3.15 – Поступальна ланка приведення (а) та приклад графіку залежності приведеної маси ланки m_{np} від положення x ланки приведення (б)

Якщо взяти до уваги, що приведену силу F_{np} визначають за умови рівності елементарних робіт, а приведену масу за умови рівності кінетичних енергій, то для ланки приведення буде справедливим рівняння живих сил (3.122). Відповідно до цього рівняння приріст живої сили, тобто кінетичної енергії маси $m_{np}(x)$, дорівнює елементарній роботі сили $F(x, V, t)$, тому

$$d \left[\frac{m_{np}(x)V^2}{2} \right] = F_{np}(x, V, t) dx$$

або

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{m_{np}(x)V^2}{2} \right] = F_{np}(x, V, t). \quad (3.124)$$

Диференціюючи отриманий вираз та враховуючи залежність приведеної маси m_{np} від x , отримуємо

$$\frac{V^2}{2} \frac{d[m_{np}(x)]}{dx} + \frac{2VdV}{2dx} m_{np}(x) = F_{np}(x, V, t),$$

або

$$\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 \frac{d[m_{np}(x)]}{2dx} + \frac{dx \cdot d(dx/dt)}{dt dx} m_{np}(x) = F_{np}(x, V, t),$$

або

$$m_{np}(x) \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{1}{2} \frac{d[m_{np}(x)]}{dx} \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 = F_{np}(x, V, t)$$

та остаточно

$$m_{np}(x) a + \frac{d[m_{np}(x)]}{2dx} V^2 = F_{np}(x, V, t). \quad (3.125)$$

У випадку, якщо ланка приведення здійснює обертовий рух (рисунок 3.16), то визначають приведений момент інерції $I_{np}(\varphi)$ (залежність приведенного моменту інерції I_{np} від кута повороту φ ланки приведення) та приведений момент $M_{np}(\varphi, \omega, t)$ (залежність приведенного моменту M_{np} від кута повороту φ , його кутової швидкості ω та часу t).

Застосовуючи рівняння живих сил у диференціальній формі, знаходимо рівняння руху ланки приведення, тобто рівняння руху механізму:

$$d \left[\frac{I_{np}(\varphi) \omega^2}{2} \right] = M(\varphi, \omega, t) d\varphi$$

або

$$\frac{d}{d\varphi} \left[\frac{I_{np}(\varphi) \omega^2}{2} \right] = M_{np}(\varphi, \omega, t). \quad (3.126)$$

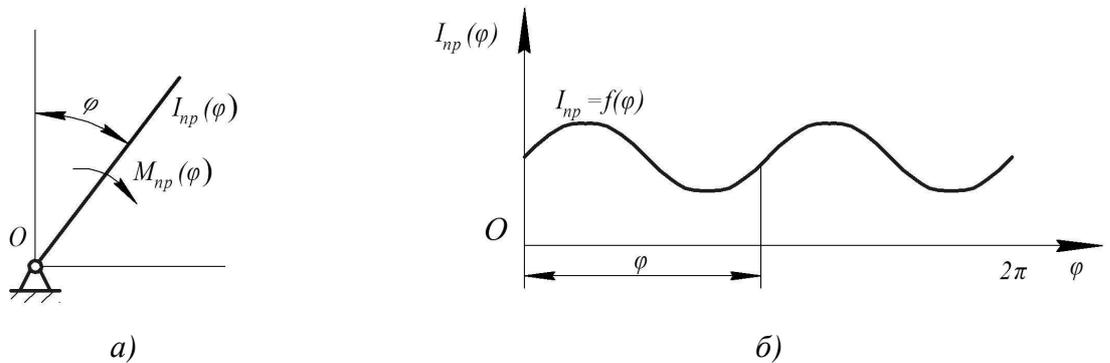


Рисунок 3.16 – Обертова ланка приведення (а) та графік залежності приведенного моменту інерції ланки I_{np} від кута повороту φ ланки приведення (б)

Диференціюючи отриманий вираз та враховуючи залежність приведенного моменту інерції I_{np} від φ , знаходимо

$$\frac{\omega^2}{2} \frac{d[I_{np}(\varphi)]}{d\varphi} + \frac{I_{np}(\varphi) 2\omega d\omega}{2d\varphi} = M_{np}(\varphi, \omega, t),$$

або

$$\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 \frac{d[I_{np}(\varphi)]}{2d\varphi} + \frac{I_{np}(\varphi)d\varphi d(d\varphi/dt)}{dtd\varphi} = M_{np}(\varphi, \omega, t),$$

або

$$I_{np}(\varphi) \frac{d^2\varphi}{dt} + \frac{1}{2} \frac{d[I_{np}(\varphi)]}{d\varphi} \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 = M_{np}(\varphi, \omega, t),$$

остаточно

$$I_{np}(\varphi)\varepsilon + \frac{1}{2} \frac{d[I_{np}(\varphi)]}{d\varphi} \omega^2 = M_{np}(\varphi, \omega, t). \quad (3.127)$$

При $m_{np} = const$ формула (3.125) матиме вигляд другого закону Ньютона для тіла, що рухається поступального, тобто

$$F_{np} = m_{np} (dV/dt) = m_{np} a. \quad (3.128)$$

При $I_{np} = const$ формула (3.127) матиме вигляд другого закону Ньютона для тіла, що обертається, тобто

$$M_{np} = I_{np} (d\omega/dt) = I_{np} \varepsilon. \quad (3.129)$$

3.3.5 Визначення закону руху механізму

Закон руху механізму визначають законом руху вхідної ланки приведення. Тому його виражають залежностями переміщення: кутового φ або лінійного x ; швидкості: кутової ω або лінійної V ; прискорення: кутового ε або лінійного a ланки приведення від часу t , тобто через знаходження функцій: $\varphi(t)$, $\omega(t)$, $\varepsilon(t)$ або $x(t)$, $V(t)$, $a(t)$.

Дійсний закон руху механізму, що веде, визначають за допомогою інтегрування рівнянь руху (3.125), (3.127), що виражають залежність кінематичних параметрів ланки приведення від прикладених сил та моментів, а також від мас та моментів інерції ланок.

Моменти рушійних сил $M_{np.pu}$ та сил опору $M_{np.o}$ є функціями різних змінних (φ , ω , t), тому і приведений момент M_{np} буде функцією цих змінних, тобто

$$M_{np} = M_{np}(\varphi, \omega, t).$$

Рівняння (3.125), (3.127) є нелінійними диференціальними, загальних методів розв'язку не існує. Щоб отримати інтеграли цих рівнянь у кінцевих функціях, користуються наближеним методом обчислення.

Поведінка функцій M_{np} та I_{np} може бути різною. На практиці можемо бачити такі сполучення: 1 – $I_{np} = const$, $M_{np} = const$; 2 – $I_{np} = const$, $M_{np} = M(\varphi)$ або $M(\omega)$, або $M(t)$; 3 – $I_{np} = I(\varphi)$, $M_{np} = M(\varphi)$; 4 – $I_{np} = const$, $M_{np} = M_{пу}(\omega) - M_o(\varphi)$; 5 – $I_{np} = I(\varphi)$, $M_{np} = M_{пу}(\omega) - M_o(\varphi)$.

Подібна поведінка функцій F_{np} та m_{np} притаманна і для ланки приведення, що рухається поступально.

Більшість виконавчих механізмів технологічних машин циклічної дії має вхідну ланку, що здійснює обертовий рух. Розглянемо найбільш поширені сполучення M_{np} та I_{np} .

3.3.5.1 Визначення закону руху механізму при $I_{np}=const$ та $M_{np}=M_{np}(\omega)$

У зубчастих, черв'ячних, гвинтових та фрикційних механізмах передавальні відношення залишаються постійними, тому і приведений момент інерції I_{np} є постійним, тобто $I_{np} = const$.

Якщо приведений момент інерції $I_{np} = const$, а приведений момент M_{np} залежить тільки від кутової швидкості ω ланки приведення, тобто $M_{np} = M_{np}(\omega)$, то маємо, що

$$\frac{I_{np}}{2} \cdot \frac{d(\omega^2)}{d\varphi} = M_{np}(\omega)$$

або

$$I_{np} \omega \frac{d\omega}{d\varphi} = M_{np}(\omega), \quad (3.130)$$

звідки

$$d\varphi = I_{np} \frac{\omega d\omega}{M_{np}(\omega)}. \quad (3.131)$$

Інтегруючи отриманий вираз, знаходимо

$$\varphi = I_{np} \int_0^{\omega} \frac{\omega}{M_{np}(\omega)} + C. \quad (3.132)$$

Якщо необхідно визначити час t для досягнення ланкою приведення кутової швидкості ω , то, урахувавши, що $d\varphi = \omega dt$, отримуємо

$$I_{np} \frac{\omega d\omega}{\omega dt} = M_{np}(\omega),$$

звідки

$$dt = I_{np} \frac{d\omega}{M_{np}(\omega)}$$

та

$$t = I_{np} \int_0^{\omega} \frac{d\omega}{M_{np}(\omega)}. \quad (3.133)$$

3.3.5.2 Визначення закону руху механізму при $I_{np} = I_{np}(\varphi)$ та $M_{np} = M_{np}(\varphi)$

Для випадку, коли ланка приведення обертається, а приведений момент M_{np} та приведений момент інерції I_{np} залежать від положення ланки приведення, тобто від кута повороту φ , закон руху механізму отримують через інтегрування:

$$\frac{I_{np2}(\varphi)\omega_2^2 - I_{np1}(\varphi)\omega_1^2}{2} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M_{np.psh}(\varphi) d\varphi - \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M_{np.o}(\varphi) d\varphi, \quad (3.134)$$

де I_{np1} – приведений момент інерції механізму у положенні 1 ланки приведення;

I_{np2} – приведений момент інерції механізму у положенні 2 ланки приведення;

ω_1 – кутова швидкість ланки приведення у положенні 1;

ω_2 – кутова швидкість ланки приведення у положенні 2;

$M_{np.psh}$ – приведений момент рушійних сил;

$M_{np.o}$ – приведений момент сил опору;

φ_1 – кутова координата ланки приведення у положенні 1;

φ_2 – кутова координата ланки приведення у положенні 2.

Враховуючи, що $M_{np} = M_{np.psh} - M_{np.o}$, записуємо

$$\frac{I_{np2}(\varphi)\omega_2^2 - I_{np1}(\varphi)\omega_1^2}{2} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M_{np}(\varphi) d\varphi. \quad (3.135)$$

3.3.5.3 Визначення закону руху механізму при $I_{np} = I_{np}(\varphi)$ та $M_{np} = M_{np.pu}(\omega) - M_{np.o}(\varphi)$

Поширеним визначенням закону руху виконавчих механізмів технологічних машин є задача, коли джерелом механічного руху є трифазні асинхронні електродвигуни змінного струму із короткозамкненим ротором.

У цьому випадку приведений момент рушійних сил $M_{np.pu}$ залежить від кутової швидкості ω ротора електродвигуна, тобто є функцією $M_{np.pu}(\omega)$, яку називають *механічною характеристикою електродвигуна* (рисунок 3.17). Приведений момент опору $M_{np.o}$ та приведений момент інерції механізму I_{np} є функцією кутової координати φ обертової ланки приведення.

Відповідно до виразів (3.115, 3.119) такий рух описується нелінійним диференціальним рівнянням другого порядку

$$M_{np.pu}(\omega) - M_{np.o}(\varphi) = I_{np}(\varphi) \frac{d\omega}{dt} + \frac{dI_{np}(\varphi)}{d\varphi} \frac{\omega^2}{2}. \quad (3.136)$$

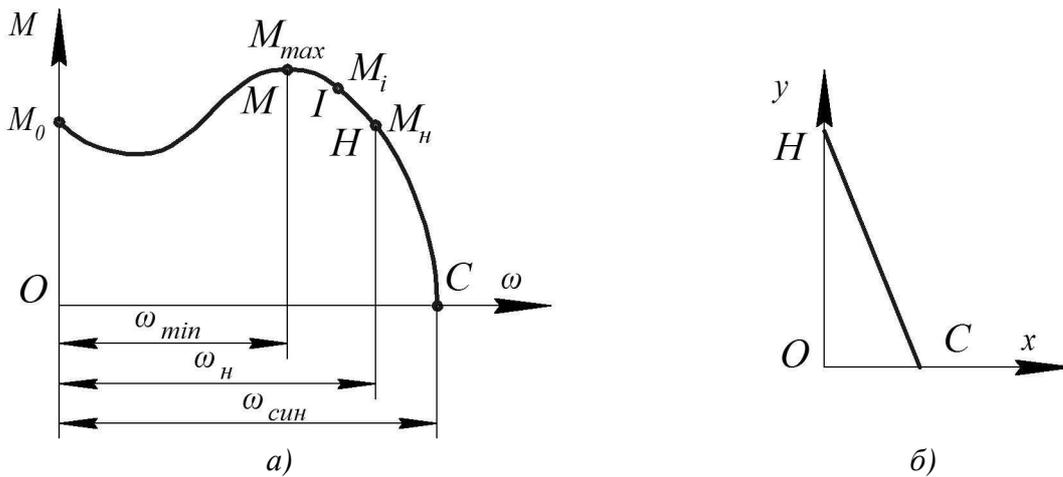


Рисунок 3.17 – Механічна характеристика $M_{pu}(\omega)$ асинхронного електродвигуна: а – істинна: M_0 – пусковий момент, M_{max} – максимальний перекидальний момент, M_n – номінальний момент, $\omega_{син}$ – синхронна кутова швидкість ротора, ω_n – номінальна кутова швидкість ротора, ω_{min} – мінімальна кутова швидкість ротора; б – наближена

Інтегруючи попереднє рівняння, отримуємо

$$\int_{\omega_1}^{\omega_2} M_{np.pu}(\omega) - \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M_{np.o}(\varphi) = \frac{I_{np2}(\varphi)\omega_2^2 - I_{np1}(\varphi)\omega_1^2}{2}, \quad (3.137)$$

де $M_{np.pu}(\omega)$ – приведений момент рушійних сил;

$M_{np.o}(\varphi)$ – приведений момент сил опору;

$I_{np\ 1,2}(\varphi)$ – приведений момент інерції механізму відповідно до положень 1 та 2 ланки приведення;

φ – кутова координата ланки приведення;

ω_1 – кутова швидкість ланки приведення у положенні 1;

ω_2 – кутова швидкість ланки приведення у положенні 2.

Розглядаючи криву на рисунку 3.17, а, що визначає залежність моменту, що розвивається ротором, від кутової швидкості ротора, тобто механічну характеристику $M_{pш} = M_{pш}(\omega)$ асинхронного електродвигуна, бачимо таке. Крива ординатою M_{max} поділяється на дві частини – праву та ліву. Права частина характеризує робочу залежність $M_{pш}(\omega)$. Вона відрізняється стійкістю та свідчить про те, що коливання зовнішнього навантаження M не викликає суттєвої зміни кутової швидкості ротора ω . Ліва частина кривої визначає поведінку ротора під час пуску.

Як бачимо, характеристика $M_{pш} = M_{pш}(\omega)$ є складною функцією швидкості ротора, що входить у диференціальне рівняння руху механізму, аналітичний розв'язок якої у кінцевій формі неможливий. Тому вдаються до заміни ділянки HC робочої частини кривої на відрізок прямої лінії HC (рисунк 3.17, б). З прямокутного трикутника HCO за умови пропорційності сторін впливає таке відношення значень моментів та кутових швидкостей ротора

$$M_n / M_0 = (\omega_{син} - \omega_n) / \omega_{син}$$

та

$$M_0 / M_{pш} = \omega_{син} / (\omega_{син} - \omega).$$

За сумісним розв'язком цих рівностей отримуємо вираз для наближеного визначення рушійного моменту $M_{pш}$

$$M_{pш} = M_0 - [M_n / (\omega_{син} - \omega_n)] \omega, \quad (3.138)$$

де M_0 – умовний початковий момент при $M_{pш} = 0$

$$M_0 = [\omega_{син} / (\omega_{син} - \omega_n)] / M_n;$$

ω – поточне значення кутової швидкості ротора на робочій ділянці кривої між точками H та C .

3.3.6 Режими руху механізмів

Повний час роботи виконавчого механізму технологічної машини складається з трьох інтервалів (рисунок 3.18):

- пуск;
- усталений рух;
- зупинка.

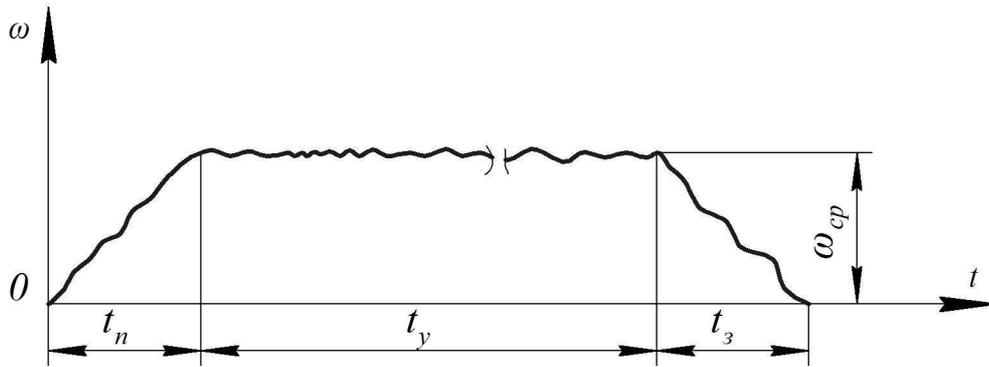


Рисунок 3.18 – Тахограма руху механізму

Під час пуску швидкість вхідної ланки поступово зростає від нуля до певного значення $\omega \pm \Delta\omega$ через те, що робота рушійних сил $A_{ру}$ перевершує роботу сил опору A_o , тобто

$$A_{ру} > A_o.$$

Водночас перевершує приріст кінетичної енергії механізму на величину ΔE . Отже, для пускового інтервалу маємо таку енергетичну характеристику

$$A_{ру} = A_o + \Delta E.$$

Зазвичай під час пуску виконавчі механізми технологічних машин не здійснюють корисної роботи, тобто не долають корисного опору $A_{ко}$. Тому

$$A_o = A_{шк.о},$$

де $A_{шк.о}$ – робота, що витрачається механізмом для подолання сил шкідливого опору.

Після досягнення вхідною ланкою певної швидкості ω виконавчий механізм починає здійснювати усталений рух, при якому швидкість вхідної ланки, періодично повторюючись, коливається навколо одного і того ж середнього значення ω_{cp} із певним допуском $\Delta\omega$, тобто

$$\omega = \omega_{cp} \pm \Delta\omega.$$

Під час усталеного руху механізм виконує певну корисну роботу, тому енергетичну характеристику цього періоду руху описують виразом

$$A_{руи} = A_{ко} + A_{шк.о},$$

де $A_{ко}$ – робота сил корисного опору, для здійснення якої власне створено механізм;

$A_{шк.о}$ – робота сил шкідливого опору.

Кінематична характеристика усталеного руху показує постійність середніх значень швидкостей вхідної ланки за кожен i -тий цикл, тобто

$$\omega_i = \omega_{i+1} \approx \omega_{i+2} \approx \dots \approx \omega_{i+n} \approx \omega_{ср}.$$

За час зупинки механізму двигун вимикається і швидкість вхідної ланки поступово спадає від $\omega_{ср}$ до нуля. Енергетична характеристика періоду зупинки виражається нерівністю

$$A_{руи} = 0 < A_{шк.о},$$

а кінематична характеристика

$$\omega_i \approx \omega_{ср} \rightarrow 0.$$

Більшість технологічних механізмів виконує корисну роботу при усталеному рухові, тобто здійснює певну технологічну операцію. Рух може бути рівномірним, періодичним або неперіодичним.

Усталений рівномірний рух характеризується тим, що під час виконання корисної роботи приведений момент рушійних сил $M_{пр.руи}$ постійно дорівнюєведеному моменту сил опору $M_{пр.о}$, а кінетична енергія механізму $E_{мех}$ не змінюється, тобто $M_{пр.руи} = M_{пр.о}$.

Рівномірний усталений рух притаманний для машин ротаційного типу, виконавча ланка яких із робочим органом безперервно обертається навколо осі, яка жорстко пов'язана із основою. До таких механізмів, що забезпечують постійне передавальне відношення, належать виконавчі механізми турбін, центрифуг, повітродувок, прокатних станів, димососів та ін. Обертовий усталений рух ланок таких механізмів протягом тривалого інтервалу часу є рівномірним та безперервним.

Виконавчі механізми технологічних машин циклічної дії зазвичай мають змінне передавальне відношення і працюють зі змінним моментом опору. Кінематичний цикл таких механізмів визначають кутом повороту обертової ведучої ланки φ на величину 2π .

Виконавчі механізми технологічних машин циклічної дії: поршневих насосів, поршневих компресорів, механічних пресів, стругальних верстатів і т.п. – побудовані на основі шарнірно-важільних механізмів.

Характерною особливістю роботи таких механізмів є те, що швидкість вхідної ланки на початку та в кінці циклу однакові, а робота рушійних сил та сил опору за повний кінематичний цикл дорівнює нулю, тобто $\omega_1 = \omega_k$, $A_{пу} - A_o = 0$.

Однак протягом циклу $\varphi = 2\pi$ швидкість вхідної ланки ω_i змінюється, а робота рушійних сил та сил опору не рівні. Це призводить до того, що в окремі i -ті моменти часу механізм розганяється, коли $A_{пу i} > A_{oi}$, а на деяких проміжках часу, коли навантаження збільшується, тобто $A_{пу i} < A_{oi}$, хід механізму уповільнюється.

Отже, такі механізми мають усталений рух із періодом $\varphi = 2\pi$, протягом якого змінюється співвідношення рушійних сил та сил опору. Внаслідок цього швидкість вхідної ланки стає змінною.

Усталений періодичний рух – це такий рух механізму, коли протягом кінематичного циклу співвідношення рушійних сил та сил опору змінюється, тобто $M_{пу i} \neq M_{oi}$, а повна робота за цикл дорівнює нулю, тобто

$$A = \int_0^{2\pi} [M_{np.пу}(\varphi) - M_{np.o}(\varphi)] d\varphi = 0. \quad (3.139)$$

Періодична зміна навантаження та приведений момент механізму при усталеному рухові технологічних машин циклічної дії призводять до неминучого коливання швидкості вхідної ланки.

Розглядаючи динамограму приведених рушійних сил $M_{np.пу}(\varphi)$ та приведених сил опору $M_{np.o}(\varphi)$ за кінематичний цикл усталеного періодичного руху (рівний $\varphi = 2\pi$ механізму циклічної дії), бачимо таке (рисунок 3.19).

Роботу рушійних сил та сил опору протягом $\varphi = 0 \dots 2\pi$ визначають площами динамограм, що обмежені кривими $M_{np.пу}$, $M_{np.o}$ та осями координат, які рівні між собою, тобто

$$\int_0^{2\pi} M_{np.пу}(\varphi) d\varphi = \int_0^{2\pi} M_{np.o}(\varphi) d\varphi.$$

Однак на окремих ділянках φ_i інтервалу $0 \dots 2\pi$ спостерігаємо різницю робіт $\pm \Delta A_i$. Відповідно до рівняння (3.123) величину швидкості ω_i ланки приведення i -му положенні, що розглядається, визначають за формулою:

$$\omega_i = \sqrt{2(E_0 \pm \Delta A_i) / I_{np i}}, \quad (3.140)$$

де E_0 – кінетична енергія механізму на початку циклу;

$I_{np i}$ – приведений момент інерції механізму в i -му положенні ланки приведення.

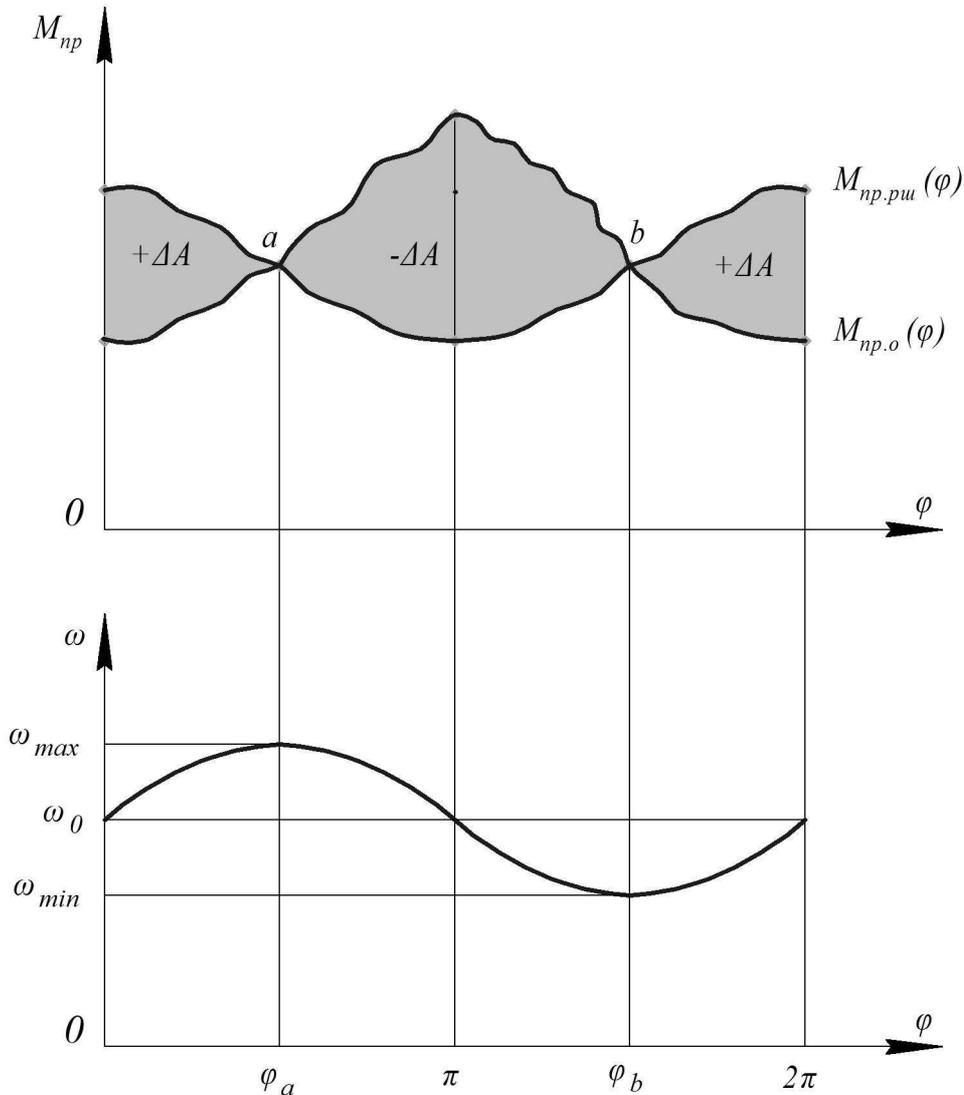


Рисунок 3.19 – Динамограма і тахограма механізму циклічної дії

За цикл при відомій початковій кінетичній енергії механізму E_0 та постійному приведеному моменту механізму $I_{np} = const$ за формулою (3.140) можна вирахувати кутову швидкість ланки приведення ω_i для низки значень φ_i .

У роботу виконавчих механізмів технологічних машин циклічної дії втручаються і випадкові фактори, як, наприклад, неоднорідність перероблюваного матеріалу, різкий перехід з одного режиму обробки в інший, різна твердість початкової сировини, сторонні вібрації і т.п. Вони спричиняють

раптову зміну навантаження на виконавчій ланці. При таких умовах коливання швидкості вхідної ланки виходить за межі періодичної зміни швидкості усталеного руху і рух механізму стає неперіодичним усталеним.

Колівання швидкості вхідної ланки (періодичні та неперіодичні) усувають різними способами.

Обмеження періодичних коливань кутової швидкості вхідної ланки у межах допустимої нерівномірності ходу машини вирішують через встановлення на одну із обертових ланок виконавчого механізму додаткової махової маси, тобто маховика. У цьому випадку механізм може саморегулювати кутову швидкість вхідної ланки у процесі виконання корисної роботи.

Усунення неперіодичних коливань швидкості вхідної ланки здійснюють спеціальними механізмами-регуляторами, коли виконавчий механізм не в змозі самостійно стабілізувати швидкість вхідної ланки за допомогою маховика.

3.3.7 Особливості періодичного усталеного руху

Періодичний усталений рух характеризується тим, що протягом кожного циклу швидкість вхідної ланки змінюється за однаковим законом. Періодичне повторювання швидкості вхідної ланки, що називається *періодичною нерівномірністю ходу механізму*, є наслідком двох факторів:

- зміна поточних значень приведених моментів рушійних сил та сил опору;
- коливання приведенного моменту інерції механізму.

Ступінь нерівномірності ходу вхідної ланки протягом циклу називають *середнім коефіцієнтом нерівномірності ходу*. Його визначають за такою формулою:

$$\delta = (\omega_{\max} - \omega_{\min}) / \omega_{cp}, \quad (3.141)$$

де ω_{\max} – максимальна кутова швидкість вхідної ланки протягом циклу;

ω_{\min} – мінімальна кутова швидкість вхідної ланки протягом циклу;

ω_{cp} – середня кутова швидкість вхідної ланки.

Дійсне значення середньої кутової швидкості вхідної ланки визначають за формулою:

$$\omega_{d.cp} = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \omega(t) dt, \quad (3.142)$$

де τ – тривалість циклу усталеного руху.

Для практичних розрахунків зазвичай визначають середню арифметичну кутову швидкість вхідної ланки за такою формулою:

$$\omega_{cp} = (\omega_{\max} + \omega_{\min}) / 2. \quad (3.143)$$

Так як відповідно до виразу (3.141)

$$\delta \cdot \omega_{cp} = \omega_{\max} - \omega_{\min}, \quad (3.144)$$

а відповідно до формули (3.143)

$$2\omega_{cp} = (\omega_{\max} + \omega_{\min}),$$

то, почленно додаючи та віднімаючи наведені рівності, отримуємо

$$\omega_{\max} = \omega_{cp} (1 + 0,5\delta), \quad (3.145)$$

$$\omega_{\min} = \omega_{cp} (1 - 0,5\delta). \quad (3.146)$$

Коли приведений момент інерції механізму I_{np} є постійною величиною, тобто $I_{np} = const$, з рівняння руху механізму в енергетичній формі (3.121) знаходимо

$$I_{np} (\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2) / 2 = \Delta A_{\max}, \quad (3.147)$$

звідки

$$\Delta A_{\max} = \left[I_{np} (\omega_{\max} - \omega_{\min}) (\omega_{\max} + \omega_{\min}) \right] / 2 = I_{np} \omega_{cp} (\omega_{\max} - \omega_{\min})$$

або

$$\Delta A_{\max} / (I_{np} \omega_{cp}) = \omega_{\max} - \omega_{\min}.$$

Після ділення лівої та правої частин отриманого виразу на ω_{cp} , отримаємо таку формулу:

$$\delta = \Delta A_{\max} / (I_{np} \omega_{cp}^2), \quad (3.148)$$

з якої виходить, що коефіцієнт нерівномірності ходу механізму тим менший, чим більший приведений момент інерції I_{np} та середня кутова швидкість вхідної ланки ω_{cp} , і тим менше максимальне значення надлишкової роботи ΔA_{\max} .

Для більшості технологічних машин циклічної дії нерівномірність ходу вхідної ланки виконавчих механізмів негативно впливає на технологічний процес. Його допускають лише в певних межах. Такі межі встановлено на основі практичних досліджень. Ці межі виражають через допустимі величини коефіцієнтів нерівномірності ходу δ :

- металорізальні верстати – 0,02...0,05;
- пресове обладнання – 0,10...0,15;
- компресори та насоси – 0,02...0,05;
- дробарки – 0,05...0,20.

Залежність кутової швидкості вхідної ланки механізму ω від часу t записують за допомогою тахографів. Маючи тахограму циклового механізму (рисунок 3.20), визначають коефіцієнт нерівномірності ходу механізму δ .

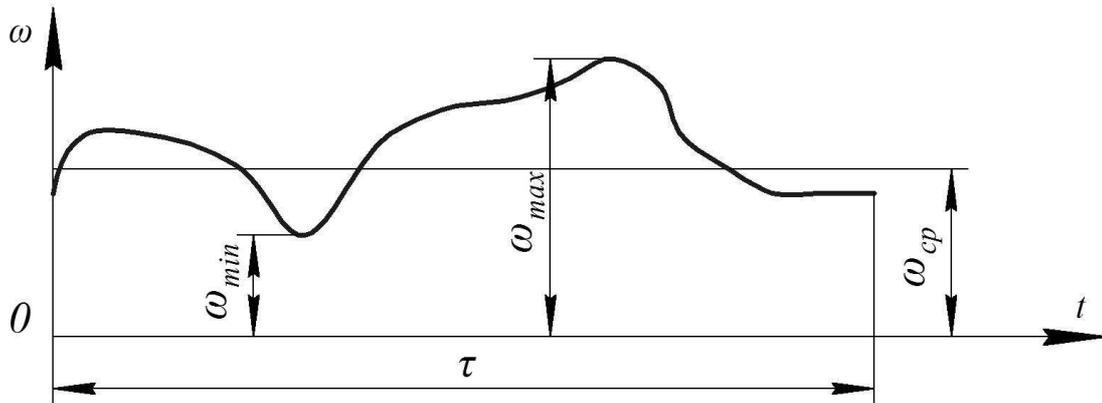


Рисунок 3.20 – Тахограма вхідної ланки циклового механізму

Приклад. Визначимо приведенний момент інерції та приведену масу кривошипно-повзунного механізму, зображеного на рисунку 3.21.

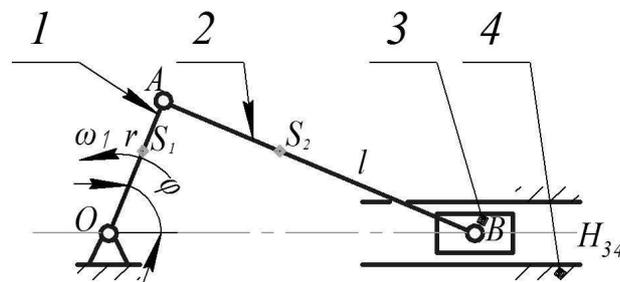


Рисунок 3.21 – Кінематична схема кривошипно-повзунного механізму:
1 – кривошип; 2 – шатун; 3 – повзун; 4 – основа

За ланку приведення беремо кривошип 1 довжиною r , що обертається навколо шарніра O із постійною кутовою швидкістю ω_1 проти годинникової стрілки. Маса кривошипа m_1 зосереджена у точці S_1 . Шатун 2 має довжину l . Його маса m_2 зосереджена у точці S_2 . Маса повзуна 3 – m_3 зосереджена у точці B . Узагальнена координата – кут повороту φ кривошипа. Якщо момент інерції кривошипа 1 відносно осі обертання O становить I_{10} , то приведенний момент інерції механізму I_{np} становитиме

$$I_{np} = I_{10} \left(\frac{\omega_1}{\omega_1} \right)^2 + m_2 \left(\frac{V_{S2}}{\omega_1} \right)^2 + I_{S2} \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 + m_3 \left(\frac{V_B}{\omega_1} \right)^2.$$

Якщо $\omega_1 = V_A / r$ і $\omega_2 = V_{BA} / l$, то

$$I_{np} = I_{10} + m_2 r^2 \left(\frac{V_{S2}}{V_A} \right)^2 + I_{S2} \left(\frac{r}{l} \right)^2 \left(\frac{V_{BA}}{V_A} \right)^2 + m_3 r^2 \left(\frac{V_B}{V_A} \right)^2.$$

Як бачимо, перша складова у розрахунковій формулі є величиною постійною. Вона зображує момент інерції усіх деталей, що жорстко скріплені із кривошипом. Інші складові є змінними величинами, що перебувають у функціональній залежності від положення ланок механізму.

Якщо зосередити приведену масу у точці А кривошипа, то отримаємо такий вираз

$$m_{np} = m_1 \left(\frac{V_{S1}}{V_A} \right)^2 + \frac{1}{r^2} I_{10} + m_2 \left(\frac{V_{S2}}{V_A} \right)^2 + \frac{1}{l^2} V_{S2} \left(\frac{V_{BA}}{V_A} \right)^2 + m_3 \left(\frac{V_B}{V_A} \right)^2.$$

Приведений момент інерції I_{np} і приведена маса m_{np} є періодичною функцією кута повороту (узагальненої координати φ) із періодом 2π .

3.4 Регулювання руху механізмів

Нерівність робіт рушійних сил та сил опору, а також зміна приведеного моменту інерції механізму під час руху призводять до того, що швидкість вхідної ланки змінюється залежно від характеру усталеного руху механізму – періодичний або неперіодичний. Для виконавчих механізмів машин, що виконують різні технологічні процеси, коливання швидкості вхідної ланки допустимі лише у певних межах. Ці межі встановлено практикою на основі практичних досліджень під час експлуатації обладнання.

3.4.1 Загальні відомості

Відомо, що необхідну нерівномірність руху вхідної ланки механізму можна забезпечити через зміну величини приведеного моменту інерції у відповідності до розрахункових значень. Це витікає із формули для визначення ступеня нерівномірності ходу машини при періодичному усталеному русі (3.148)

$$I_{np} = \Delta A_{\max} / (\delta \omega_{cp}^2). \quad (3.149)$$

Розглянемо періодичний усталений рух виконавчого механізму технологічної машини.

З наведеної формули виходить, що задачу регулювання періодичної нерівномірності ходу технологічної машини можна вирішити через встановлення на одному із валів виконавчого механізму додаткової маси, яку називають *маховою*.

Махові маси можуть накопичувати кінетичну енергію на тих ділянках циклу, що мають приведений момент рушійних сил більший, ніж приведений момент сил опору, не допускаючи збільшення швидкості руху вхідної ланки за межі дозволеного значення. На інших ділянках циклу, де приведений момент сил опору перевищує приведений момент рушійних сил та швидкість вхідної ланки починає зменшуватись, махові маси віддають накопичену кінетичну енергію ланкам механізму, не допускаючи падіння швидкості вхідної ланки нижче дозволеної межі. Таким чином, махові маси виконують роль механічного акумулятора енергії та дають можливість вибрати потужність встановлюваного двигуна за середнім значенням приведенного моменту сил опору.

Зазначимо, що махові акумулятори кінетичної енергії встановлюють на виконавчих механізмах технологічних машин, які мають короткочасне пікове навантаження, як, наприклад, штампувальні преси, кувальні машини, прокатні кліті і т.п. Маховик дає можливість вирівняти графік навантаження.

Вибір махової маси необхідно узгоджувати із технічними параметрами привідного двигуна так, щоб приведений момент інерції механізму відповідав пусковій характеристиці двигуна та забезпечував стабільний перехідний режим під час пуску.

Перехідний режим характеризується зміною параметрів потужності усталеного руху через неперіодичні коливання швидкості обертання вхідної ланки.

Електродвигуни зазвичай не потребують встановлення регуляторів швидкості, так як їм при падінні швидкості властиво саморегулювання рушійних моментів при збільшенні навантаження.

Якщо технологічний процес вимагає постійності кінематичних параметрів механізму, то в систему управління приводом вводять регулятор швидкості, що при збереженні постійності швидкості вхідної ланки автоматично збільшує або зменшує потужність двигуна.

Неперіодичні коливання ω , що виходять за межі, які визначають коефіцієнтом δ нерівномірності ходу, спричиняють зміну зовнішніх умов роботи механізму; тому для збереження постійного значення кутової швидкості вхідної ланки встановлюють регулятор.

Регулятор підбирають із такою чутливістю, щоб він не реагував на періодичні коливання швидкості та здійснював регулювання лише у тих випадках, коли кутова швидкість вхідної ланки відхиляється від екстремальних значень періодичних коливань ω .

Маховик застосовують для обмеження періодичних коливань кутової швидкості вхідної ланки у межах дозволеної нерівномірності ходу механізму.

3.4.2 Визначення моменту інерції махових мас

Якщо знехтувати впливом змінної приведенної маси вихідних ланок механізму (при $I_{np} = const$), то можна вважати, що екстремальні значення кінетичної енергії механізму відповідають положенням ланки приведення при ω_{max} та ω_{min} . У такому випадку рівняння руху механізму у формі кінетичної енергії буде таким:

$$\Delta A_{max} = E_{max} - E_{min} = \frac{1}{2} I_{np} (\omega_{max}^2 - \omega_{min}^2) = I_{np} \delta \omega_{cp}^2. \quad (3.150)$$

Звідси визначаємо момент інерції I_m махових мас

$$I_m = I_{np} = \Delta A_{max} / (\delta \omega_{cp}^2). \quad (3.151)$$

При малій нерівномірності ходу вхідної ланки δ момент інерції маховика I_m набагато більший від змінної частини приведенної маси вихідних ланок механізму, тому розрахунок за формулою (3.151) дає достатньо прийнятні результати.

Для визначення моменту інерції махових мас необхідно мати такі початкові дані:

- середню кутову швидкість вхідної ланки ω_{cp} ;
- коефіцієнт нерівномірності ходу механізму δ ;
- залежності приведених моментів рушійних сил $M_{np.pu}$ та сил опору $M_{np.o}$

від кута повороту, тобто від узагальненої координати φ , вхідної ланки, інакше кажучи, повинні бути задані функції: $M_{np.pu} = M_{np.pu}(\varphi)$, $M_{np.o} = M_{np.o}(\varphi)$.

У загальному випадку при розрахунку махових мас враховують вплив змінного моменту вихідних ланок механізму. Тоді рівняння (3.150) записуємо так:

$$\Delta A_{max} = \frac{1}{2} (I_{np2} \omega_{max}^2 - I_{np1} \omega_{min}^2), \quad (3.152)$$

де I_{np2} – приведений момент інерції механізму із урахуванням маси маховика у положенні вхідної ланки 2, коли кутова швидкість вхідної ланки $\omega_\varphi = \omega_{max}$;

I_{np1} – приведений момент інерції механізму з урахуванням маси маховика у положенні вхідної ланки 1, коли кутова швидкість вхідної ланки $\omega_\varphi = \omega_{min}$.

Квадрати екстремальних швидкостей ω відповідно до (3.145) та (3.146) дорівнюють:

$$\omega_{max}^2 = \omega_{cp}^2 (1 + \delta + \delta^2 / 4);$$

$$\omega_{\min}^2 = \omega_{cp}^2 (1 - \delta + \delta^2 / 4).$$

Підставивши ці вирази у рівняння (3.152), отримаємо

$$\Delta A_{\max} = \frac{\omega_{cp}^2}{2} \left[(I_{np2} - I_{np1}) + \delta (I_{np2} + I_{np1}) + \frac{\delta^2}{4} (I_{np2} - I_{np1}) \right]. \quad (3.153)$$

Моменти інерції I_{np1} та I_{np2} містять приведений момент інерції маховика $I_{np.m}$ та приведені моменти інерції вихідних ланок $I_{np.лан1}$ та $I_{np.лан2}$, що відповідають положенням механізму при положеннях вхідної ланки φ_1 та φ_2 .

Таким чином, при

$$I_{np1} = I_{np.m} + I_{np.лан1} \quad \text{та} \quad I_{np2} = I_{np.m} + I_{np.лан2} \quad (3.154)$$

рівняння запишемо так:

$$\Delta A_{\max} = \frac{\omega_{cp}^2}{2} \left[(I_{np.лан2} - I_{np.лан1}) + \delta (2I_{np.m} + I_{np.лан2} + I_{np.лан1}) + \frac{\delta^2}{4} (I_{np.лан2} - I_{np.лан1}) \right]. \quad (3.155)$$

Нехтуючи останнім членом, як незначущим, знаходимо приведений момент інерції маховика

$$I_{np.m} = \frac{\Delta A_{\max}}{\delta \omega_{cp}^2} - \frac{1}{2\delta} (I_{np.лан2} - I_{np.лан1}) - \frac{1}{2} (I_{np.лан2} + I_{np.лан1}). \quad (3.156)$$

Це рівняння застосовують тоді, коли відомі узагальнені координати, тобто кути повороту вхідної ланки φ_1 та φ_2 , які відповідають мінімальній кутовій швидкості ω_{\min} та максимальній кутовій швидкості ω_{\max} вхідної ланки.

Використовують також й інші способи визначення махових мас механізмів відомих дослідників Ф. Вітгенбауера, І.І Артоболевського, М.І. Мерцалова та ін. [1, 2, 5].

Розглянемо задачу визначення махових мас за способом, що запропонував у 1914 році М.І. Мерцалов. За цим способом можна виявити фізичну сутність явищ, які відбуваються при русі механізму.

Момент інерції маховика I_m є величина постійна, тоді максимальна зміна кінетичної енергії махової маси протягом циклу буде дорівнювати:

$$\Delta E_{m.\max} = E_{m.\max} - E_{m.\min} = \frac{1}{2} I_m (\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2) = I_m \delta \omega_{cp}, \quad (3.157)$$

де $E_{m, \max}$ – максимальне значення кінетичної енергії махової маси;

$E_{m, \min}$ – мінімальне значення кінетичної енергії махової маси.

З наведеного виразу отримаємо розрахункову формулу для визначення махової маси

$$I_m = \Delta E_{m, \max} / (\omega_{cp}^2 \delta). \quad (3.158)$$

Кінетична енергія механізму E_{mex} виражається рівністю

$$E_{mex} = E_0 + \Delta E = E_m + E_{лан}, \quad (3.159)$$

де E_0 – кінетична енергія механізму на початку циклу;

$E_{лан}$ – кінетична енергія вихідних ланок механізму без ланки приведення і маховика.

Звідси визначаємо кінетичну енергію махових мас

$$E_m = E_0 + \Delta E - E_{лан}. \quad (3.160)$$

Кінетична енергія E_0 не впливає на характер кривої $E_m(\varphi)$ та її амплітуду. Величина зміни приросту кінетичної енергії механізму ΔE у кожен момент часу визначається рівністю

$$\Delta E = \Delta A = \int_0^\varphi M_{np.pui}(\varphi) d\varphi - \int_0^\varphi M_{np.o}(\varphi) d\varphi \quad (3.161)$$

або

$$\Delta E = \sum_{i=1}^n (M_{np.pui} - M_{np.o i}) \Delta\varphi. \quad (3.162)$$

У результаті послідовних розрахунків для i -тих положень вхідної ланки визначають функціональну залежність $\Delta E(\varphi)$.

Кінетичну енергію вхідних ланок механізму розраховують без ланки приведення, враховуючи, що поточна кутова швидкість ланки приведення дорівнює середній швидкості ω_{cp} за цикл.

$$E_{лан i} = \frac{1}{2} (I_{npi} - I_1) \omega_{cp}^2. \quad (3.163)$$

Таке припущення, коли $\omega_i = \omega_{cp}$, є похибкою методу. Це призводить до деяких неточностей результатів у розрахунках.

На рисунку 3.22 наведені графічні залежності $\Delta E(\varphi)$ та $E_{лан}(\varphi)$, побудовані в однакових масштабах. Віднімаючи відповідні ординати $E_{лан}$ від ординат ΔE , отримуємо графік $E_{м}(\varphi)$ зміни кінетичної енергії маховика за цикл усталеного руху. Різниця максимальної та мінімальної ординат дає шукане значення $\Delta E_{м\max}$. Підставляючи його до формули (3.158), отримуємо шукане значення моменту інерції маховика $I_{м}$.

Так як побудову графіка $E_{лан}(\varphi)$ виконано за припущенням $\omega_i = \omega_{cp} = const$, то при нерівномірності ходу $\delta > 0,03$ необхідно ввести поправку за формулою

$$I_{м} = (\Delta E_{м\max} - \Delta E_{лан}) / (\omega_{cp}^2 \delta), \quad (3.164)$$

де $\Delta E_{лан} \approx \delta(E_{лан1} + E_{лан2})$, $E_{лан1}$, $E_{лан2}$ – ординати кривої $E_{лан}(\varphi)$ у точках 1 та 2 (рисунок 3.22).

3.4.3 Розрахунок маховика технологічної машини із електричним приводом

У більшості випадків приводом технологічних машин є трифазні асинхронні електродвигуни змінного струму із короткозамкненим ротором. Саме вони набули популярності. Механічні характеристики асинхронних електродвигунів свідчать про те, що момент рушійних сил електродвигуна $M_{ру}$ залежить від кутової швидкості його ротора ω , тобто спостерігається функціональна залежність $M_{ру} = M_{ру}(\omega)$ (рисунок 3.17).

При значному перевантаженні двигуна силами опору M_o , коли потужність двигуна сягає максимального значення (тобто рушійний момент $M_{ру}$ стає максимальним) можливе різке зменшення швидкості ротора до мінімального значення ω_{\min} , що неприпустимо. Такий максимальний рушійний момент двигуна $M_{ру\max}$ називається *перекидальним*. Тому при розрахунку маховика з електроприводом враховують мінімальну величину кутової швидкості ротора ω_{\min} , яка не повинна бути меншою від значення, при якому виникає відповідно перекидальний момент двигуна $M_{ру\max}$.

У випадку, який розглядаємо, приведений момент сил опору $M_{пр.о}$ може бути як функцією кута повороту ротора φ , так і часу t .

Якщо відомі функціональні залежності $M_{ру} = M_{ру}(\omega)$ та $M_o = M_o(\varphi)$ при заданому коефіцієнті нерівномірності ходу механізму δ , то потрібний момент інерції маховика $I_{м}$ визначаємо наближено, не враховуючи змінний приведений момент інерції ланок механізму $I_{пр.лан}$, що у більшості випадків практичного впливу на величину $I_{м}$ не має. Для цього використовуємо таку рівність:

$$I_{np} = I_M + I_{o,np}, \quad (3.165)$$

де $I_{o,np}$ – приведений момент інерції ланки приведення і ланок, що зв'язані із ним постійним передавальним відношенням.

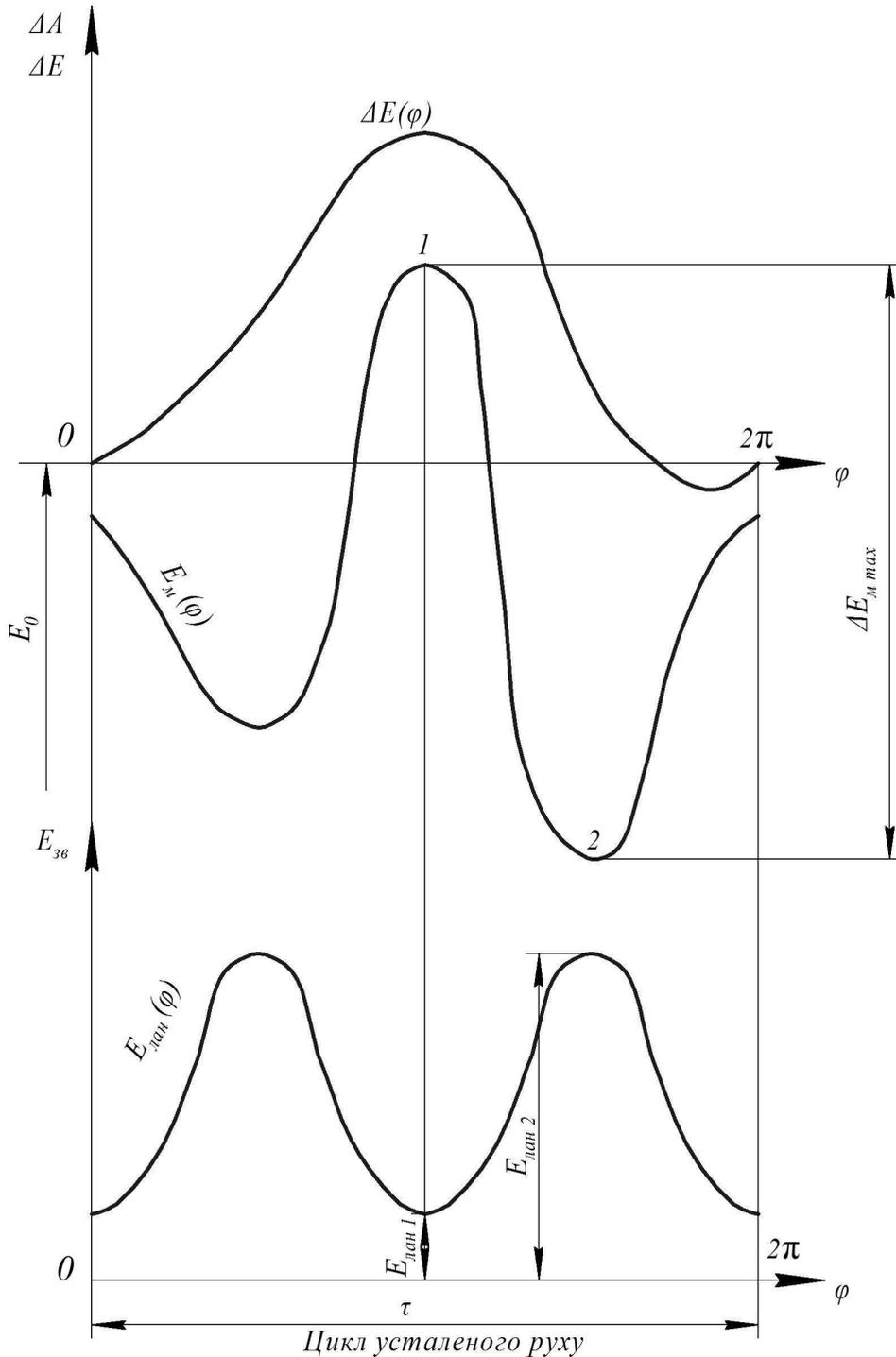


Рисунок 3.22 – Графічні залежності під час розрахунку махових мас за методом Мерцалова

На рисунку 3.23 бачимо робочу частину механічної характеристики електродвигуна, яку наближено можна замінити відрізком прямої лінії, і

графіки залежностей $M_{np.pu} = M_{np.pu}(\varphi)$ та $M_{np.o} = M_{np.o}(\varphi)$, приведені до вхідної ланки, тобто до ротора електродвигуна. Припустимо, що середня кутова швидкість ланки приведення ω_{cp} , тобто ротора електродвигуна, відповідає рівності середніх моментів рушійних сил та сил опору $M_{np.pu} = M_{np.o}$.

Продовжуючи пряму лінію $M_{np.o}$ до перетину із відрізком прямої, що зображує робочу частину механічної характеристики двигуна, отримуємо точку a . Відрізок ab є рушійним приведеним моментом $M_{np.pu}$. Відрізок ob на осі абсцис є шуканою середньою кутовою швидкістю ротора ω_{cp} . Потім за формулами (3.145), (3.146) знаходимо максимальне ω_{max} та мінімальне значення ω_{min} і відкладаємо їх у вигляді відрізків Od та Oc . За такої умови вертикальні відрізки df та ce визначають $M_{np.pu \min}$ та $M_{np.pu \max}$.

При екстремальних значеннях x кутової швидкості (точки l та g) кутове прискорення ротора ε дорівнює нулю; рівняння руху механізму записуємо так:

$$M_{np.pu}(\omega) - M_{np.o}(\varphi) = I_{np} \varepsilon = 0,$$

тобто дотримується рівність приведених моментів рушійних сил та сил опору

$$M_{np.pu}(\omega) = M_{np.o}(\varphi).$$

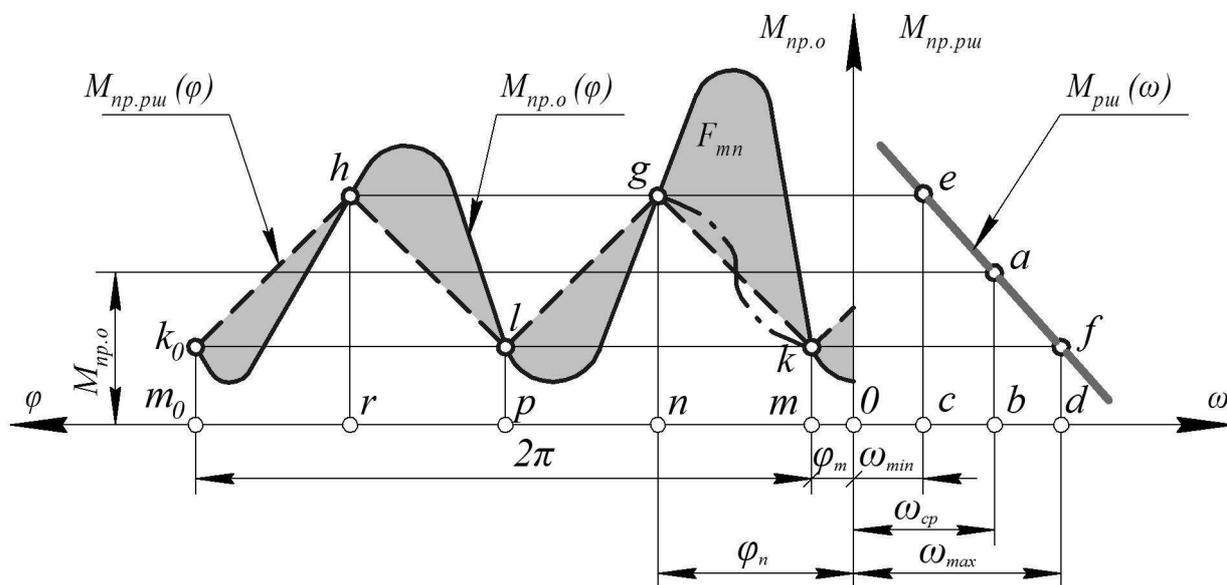


Рисунок 3.23 – Графіки приведених моментів рушійних сил $M_{np.pu}(\varphi)$ і сил опору $M_{np.o}(\varphi)$ та ділянка робочої частини механічної характеристики електродвигуна $M_{pu}(\omega)$

Через точки e та f проводимо горизонтальні лінії до перетину із кривою $M_{np.o}(\varphi)$ та отримуємо точки d , h , k , l , з яких опускаємо вертикальні лінії на вісь абсцис та отримуємо точки t , n , p , r . При кутах повороту ротора φ , що

визначаються точками m та p , ланка приведення має максимальну кутову швидкість ω_{\max} , а при φ , що визначаються точками n та r , – мінімальну кутову швидкість ω_{\min} .

На інтервалі $\varphi(m..n)$ точці m відповідає ω_{\max} , а у точці n – ω_{\min} . Отже, графік $M_{np.pu}(\varphi)$ повинен мати перегин, як показано штриховою лінією на рисунку 3.23. Криву $M_{np.pu}(\varphi)$ на цій ділянці φ замінюють наближено відрізком прямої лінії gk . Площа F_{mn} , обмежена кривою $M_{np.o}(\varphi)$ та відрізком прямої gk , є надлишковою роботою, що рівна

$$\Delta A = \int_{\varphi_n}^{\varphi_m} M_{np.pu}(\varphi) d\varphi - \int_{\varphi_n}^{\varphi_m} M_{np.o}(\varphi) d\varphi. \quad (3.166)$$

Усі ділянки надлишкових робіт на рисунку 3.23 затушовані. Найбільша надлишкова робота, як бачимо, відповідає майданчику F_{mn} на ділянці $\varphi = \varphi(m..n)$. Величина $\Delta A_{\max} = F_{mn}$ дозволяє, відповідно до формул (3.149) та (3.165), розрахувати шуканий момент інерції маховика

$$I_{\text{м}} = \Delta A_{\max} / (\delta\omega_{cp}^2) - I_{o.np}. \quad (3.167)$$

Зрозуміло, що результати цього розрахунку будуть більш точними, ніж при допущенні $M_{pu} = const$.

Підбирають двигун за номінальним моментом, який визначають за формулою:

$$M_{\text{ном}} = kM_{np.o}, \quad (3.168)$$

де k – коефіцієнт врахування можливих перевантажень 1,2...1,25;

$M_{np.o}$ – середнє значення приведеного моменту сил опору за цикл усталеного руху і при номінальній частоті обертання ротору $n_{\text{ном}}$, що повинна відповідати кутовій швидкості ω_{cp} . За відомими значеннями $M_{\text{ном}}$ та $n_{\text{ном}}$ знаходять за каталогом синхронну кутову швидкість ротора $\omega_{\text{син}}$ (тобто швидкість обертання електромагнітного поля) і визначають умовну величину пускового моменту

$$M_0 = M_{\text{ном}} \omega_{\text{син}} / (\omega_{\text{син}} - \omega_{\text{ном}}). \quad (3.169)$$

Маючи такі дані, будують спрощену механічну характеристику асинхронного електродвигуна, де робоча ділянка є похилим відрізком прямої лінії (рисунок 3.24).

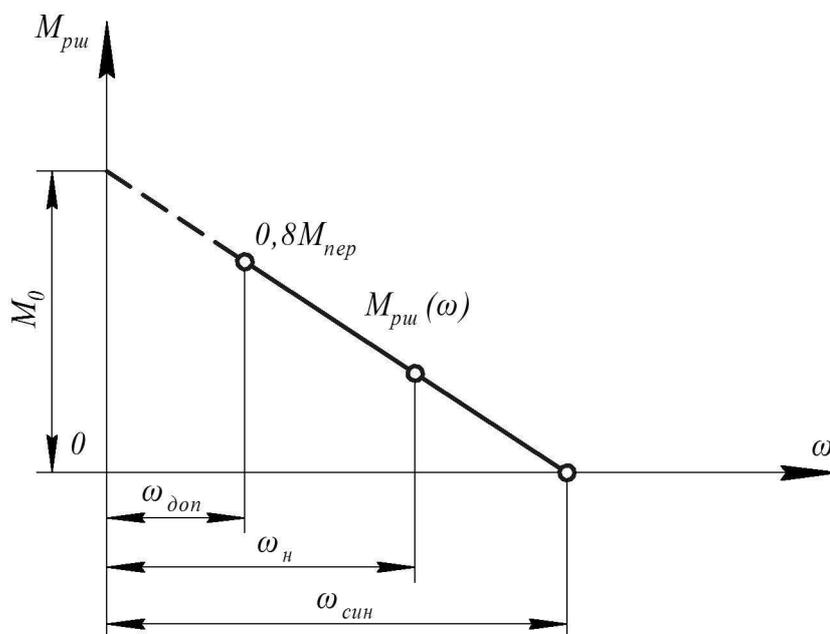


Рисунок 3.24 – Спрощена механічна характеристика асинхронного електродвигуна

Тепер рушійний момент, що розвивається електродвигуном, можна записати такою аналітичною залежністю

$$M_{рш} = M_0 - (M_0 / \omega_{син}) \omega = M_0 - k\omega, \quad (3.170)$$

де $M_{рш}$ – поточне значення рушійного моменту;

ω – поточне значення кутової швидкості ротора;

k – коефіцієнт, що враховує можливі перевантаження (так звана крутизна характеристики).

Залежністю (3.170) користуються лише на відрізку суцільної лінії. Ліва межа відрізка визначається ординатою $M_{\max} \approx 0,8M_{пер}$ (тут $M_{пер}$ – перекидальний момент двигуна), якій відповідає мінімально допустима кутова швидкість ротора, що визначається з подібності трикутників за формулою

$$\omega_{доп} = \left[(M_0 - 0,8M_{пер}) / M_0 \right] \omega_{син}. \quad (3.171)$$

Допустима кутова швидкість $\omega_{доп}$ не повинна бути меншою від мінімальної кутової швидкості ротора, тобто $\omega_{\min} < \omega_{доп}$. Якщо $\omega_{\min} > \omega_{доп}$, то коефіцієнт δ зменшуємо до значення, при якому

$$\omega_{\min} = \omega_{\max} - \delta\omega_{факт} = \omega_{доп},$$

де $\omega_{факт}$ – фактична кутова швидкість ротора.

3.4.4 Визначення місця встановлення та розмірів маховика

Насамперед стисло зупинимося на структурі технологічної машини. Простіша технологічна машина складається із таких частин, які з'єднані послідовно, а саме:

- джерела механічного руху, тобто двигуна;
- передавального механізму;
- виконавчого механізму, вихідна (виконавча) ланка якого обладнана робочим органом (рисунок 3.25).

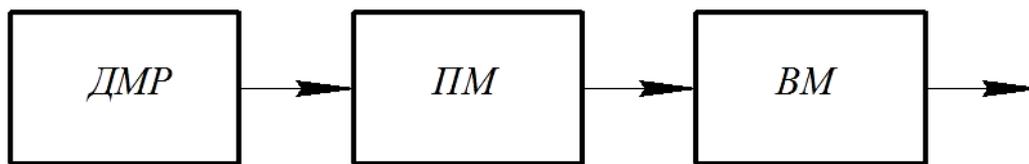


Рисунок 3.25 – Структурна схема найпростішої технологічної машини

Джерела механічного руху (ДМР) – це, як правило, електродвигуни різних видів. Передавальні механізми побудовані (**ПМ**) з механічних передач. Вони трансформують обертовий рух вихідного вала двигуна в параметри, які прийнятні для вхідного вала виконавчого механізму. Виконавчі механізми (**ВМ**), зазвичай будують на основі важільних або кулачкових механізмів, механізмів періодичного повороту або комбінованих механізмів. Додаткові механізми перетворюють обертовий рух у потрібний рух вихідної (виконавчої) ланки (зворотно-поступальний, гойдання, періодичний і т.д.). Вхідний вал виконавчого механізму зазвичай виконують кривошипним.

У переважній більшості кутова швидкість вала двигуна, тобто вхідного вала передавального механізму ω_{np} , значно перевершує кутову швидкість вхідного кривошипного вала виконавчого механізму $\omega_{кр}$.

Маховик встановлюють тоді, коли ланки приводу не можуть забезпечувати потрібного коефіцієнта нерівномірності ходу машини. Маховик можна установити на:

- вихідному валу двигуна;
- вхідному валу передавального механізму;
- одному з проміжних валів **ПМ**;
- кривошипному валу **ВМ**.

Водночас кінетична енергія, яка розвивається маховиком, повинна бути однаковою на будь-яких валах. І дорівнює вона:

$$E_m = I_{i.m} \cdot \omega_i^2 / 2 = I_{np.m} \cdot \omega_{np}^2 / 2 = const, \quad (3.172)$$

де $I_{i.m}$ – момент інерції маховика на i -му валі;

ω_i – кутова швидкість i -го вала;

$I_{np.m}$ – приведений момент інерції маховика;

ω_{np} – кутова швидкість ланки приведення.

Звідси випливає, що

$$I_{i.m} = I_{np.m} \left(\omega_{np} / \omega_i \right)^2. \quad (3.173)$$

На основі останнього виразу можна зробити висновок: через насадження маховика на швидкохідний вал, тобто ближче до двигуна або безпосередньо на вал двигуна, можна зменшити момент інерції, масу та габаритні розміри маховика. Водночас враховують жорсткість кінематичного ланцюга приводу та збереження постійності передавального відношення. Недостатня жорсткість кінематичного ланцюга може викликати значні пружні коливання окремих ланок, що не дозволяють виконувати маховику його роботу повною мірою.

У випадку насадження маховика на кривошипний вал виконавчого механізму, його момент інерції, маса та габаритні розміри будуть найбільшими, бо $\omega_{кр} \ll \omega_{np}$, що небажано. Однак при такому варіанті встановлення маховика складові частини передавального механізму не зазнають і не долають пікових навантажень, тому що змінний момент опору вирівнюється діями маховика, а це позитивно впливає на працездатність двигуна та передавального механізму.

Після визначення місця встановлення маховика розраховують його момент інерції $I_{i.m}$ та геометричні розміри.

Маховики виконують у вигляді диска або циліндра. Момент інерції такого маховика відносно осі симетрії, що є і віссю обертання, становить

$$I = mD^2 / 8 = I_{i.m}. \quad (3.174)$$

Добуток маси маховика на квадрат його діаметра називають **маховим моментом** або **характеристикою маховика**

$$mD^2 = 8I. \quad (3.175)$$

Виразимо масу через об'єм диска або циліндра шириною b та щільністю ρ . Тоді маємо

$$I = \pi b D^4 \rho / 32. \quad (3.176)$$

Звідси

$$D = \sqrt[4]{32I / (\pi b \rho)}.$$

Маховик можна виконати також у вигляді порожнистого тонкостінного циліндра, момент інерції якого дорівнює

$$I = mD^2 / 4, \quad (3.177)$$

а маховий момент

$$mD^2 = 4I. \quad (3.178)$$

Виражаючи масу через об'єм тонкостінного циліндра із товщиною стінки h , отримаємо

$$I = \pi D b h \rho \frac{D^2}{4} = \frac{\pi D^3 b h \rho}{4}.$$

Звідси

$$D = \sqrt[3]{\frac{4I}{\pi b h \rho}}. \quad (3.179)$$

Маховики відливають із чавуну, сталі або хромонікелевих сплавів, а також виконують зварними з низьковуглецевих сталей. Кожен із перерахованих матеріалів допускає певну колову швидкість V : чавун – до 40 м/с; сталеве литво – до 100 м/с; хромонікелевий сплав – до 150 м/с.

Тому після визначення зовнішнього діаметра D та вибору матеріалу маховик перевіряють на допустиму колову швидкість.

3.4.5 Регулювання неперіодичних коливань швидкості машини

Якщо при деяких умовах коливання кутової швидкості вхідної ланки перетинає межі періодичних змін швидкості усталеного руху, то відбуваються неперіодичні коливання швидкості. Такі коливання властиві перехідним процесам. Перехідний процес визначається зміною регульованого об'єкту (у цьому випадку механізму технологічної машини) із одного стаціонарного стану в інший. Подібні процеси виникають у механізмах машини при переході з одного режиму обробки в інший, коли виникають раптові стрибки навантаження, зміни кількості енергії, що споживається, при пускові, гальмуванні та реверсуванні руху.

Інтенсивність перехідних процесів значно перевищує інтенсивність усталених періодичних режимів. Тому контроль за перехідними процесами є важливим завданням при автоматичному керуванні технологічними машинами.

Завдання автоматичного регулювання руху полягає у тому, щоб після непередбаченого збурення регульований об'єкт якнайшвидше повернувся до стану рівноваги для дотримання стійкості процесу. Тому розглянемо основні принципи автоматичного регулювання неперіодичних коливань швидкості технологічної машини.

Основним елементом різних саморегулюючих технічних систем є зворотний зв'язок. **Зворотний зв'язок** – це сигнал із виходу технічної системи за ланцюгом зворотного зв'язку на її вхід для порівняння із впливом задання та визначення неузгодженості, з урахуванням якої відбувається відповідне керування технічною системою за допомогою регулятора. Для здійснення зворотного зв'язку вихід технічної системи оснащують датчиком, що перетворює вимірювану фізичну величину (переміщення, частоту обертання, тиск, температуру і т.д.) у сигнал (здебільшого електричний) для подальшої передачі лінією зворотного зв'язку.

Регулятор – автоматичний пристрій, через який виробляється відповідний вплив на технічний об'єкт регулювання на основі сигналів зворотного зв'язку.

На рисунку 3.26 показано блок-схему системи автоматичного регулювання швидкості за замкненим контуром.

Джерело енергії 1 з'єднано із керованим об'єктом – двигуном 2 через регулюючий орган *РО*, що розташований на вході об'єкту. Двигун 2 з'єднано із споживачем механічної енергії, причому між ними включено вимірювальний перетворювач *ВП*. Він регулює коливання частоти обертання двигуна n та передає відповідні сигнали лінією зворотного зв'язку *СЗЗ* регулятору 4. Останній виробляє сигнали керування *СК* та передає їх регулюючому органу *РО*, що впливає на параметри електричного струму i , таким чином, змінює частоту обертання двигуна.

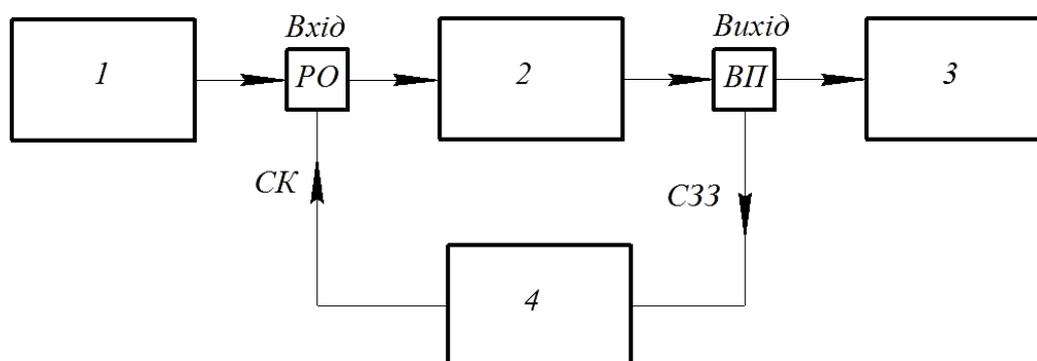


Рисунок 3.26 – Блок-схема автоматичного регулювання швидкості двигуна

Автоматичне регулювання – це автоматичне підтримування постійності або зміни за заданим законом деякої фізичної величини, що характеризує технологічний процес. Здійснюється автоматичне регулювання через прикладання керуючих впливів до регулюючого органу (регулятора) технічного об'єкта.

Регулятор – пристрій, за допомогою якого здійснюється автоматичне регулювання. Регулюючий вплив може подаватись на регулюючий орган технічного об'єкта або безпосередньо із чутливого елемента, тобто датчика, або після попереднього підсилення. У першому випадку вони є регуляторами прямої дії, а у другому – регуляторами непрямої дії.

Регулятори поділяють на статичні та астатичні.

Статичний регулятор встановлює (у випадку зміни стану об'єкта регулювання) нове значення регульованої фізичної величини зі статичною похибкою, що залежить від значення збурюючого впливу, прикладеного до технічного об'єкта регулювання. Прикладом є пропорційний регулятор, вихідна величина якого змінюється пропорційно вхідному сигналу.

Астатичний регулятор підтримує задане значення регульованої фізичної величини при будь-якому значенні зовнішнього впливу на систему регулювання.

3.5 Зрівноваження механізмів

Сучасні технологічні машини складені із досить швидкохідних механізмів, ланки яких рухаються із різними прискореннями. Під час роботи таких механізмів виникають значні сили інерції, що створюють динамічний тиск на кінематичні пари та ланки, збільшують витрати на тертя і порушують нормальну роботу машини. Динамічні навантаження сприймаються основою машини та передаються на фундамент. Вони супроводжуються виникненням вібрацій, наближення яких до зони резонансу може викликати появу високих напружень в окремих деталях, що далеко виходять за межі допустимих величин.

Тому під час проектування машини намагаються створити зрівноважені механізми, які можуть частково або повністю усунути динамічні навантаження та забезпечити постійні за величиною та напрямом навантаження на основу машини.

Отже, усунення або зменшення динамічних навантажень, які утворюють сили інерції, називають *зрівноваженням механізмів*. Зрівноваження механізмів сприяє:

- зменшенню шкідливих навантажень на основу і фундамент машини;
- зрівноваженню сил, що діють у кінематичних парах.

Тому розглянемо сили, що діють, та умови зрівноваження механізмів.

3.5.1 Сили, що діють

Під час руху на механізм діють такі сили: рушійні, корисного та шкідливого опорів, сили пружності окремих ланок, тяжіння та інерції.

Сили корисного та шкідливого опорів, а також сили пружності окремих ланок повністю зрівноважуються рушійними силами. Сили тяжіння та сили інерції нерівномірно рухомих ланок також долаються рушійними силами. Однак перехід руху від прискорення до уповільнення ланок створює значні пікові сплески сил інерції, що є змінними, а також повторюються із певною частотою. Змінні та повторні сили інерції чинять негативний вплив на основу та фундамент машини, а також на кінематичні пари механізмів, призводять до виникнення вібрацій і найчастіше є причиною поломок деталей машин та руйнування фундаменту. Тому їм потрібне динамічне зрівноваження під час руху механізму. Враховуючи викладене, а також характер зміни сил тяжіння,

розглянемо два види діючих сил, що чинять найбільш несприятливий вплив на зрівноваженість механізмів та потребують динамічного зрівноваження в процесі руху, а саме:

- сили тяжіння, що є постійними за модулем і напрямком (згори-донизу), але змінюють своє положення;
- сили інерції, що є змінними за модулем, напрямком та положенням.

Розглянемо технологічну машину [27, 28], що складається з одного кривошипно-повзунного механізму головного руху, що здійснює плоский рух, кінематична схема якого наведена на рисунку 3.27.

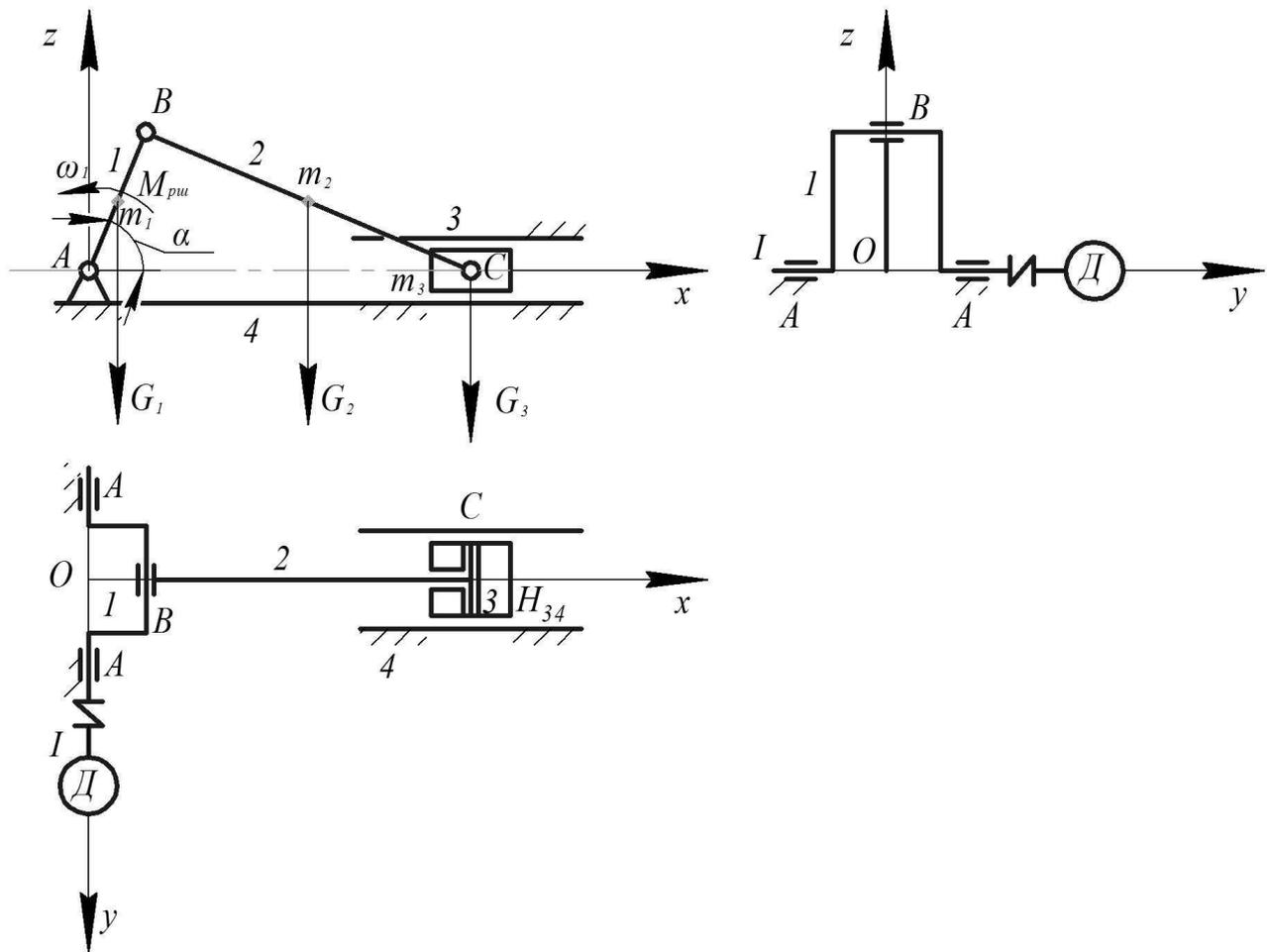


Рисунок 3.27 – Кривошипно-повзунний механізм

Механізм складається із вхідного кривошипа 1, шатуна 2 та веденого повзуна 3, встановлених на основі 4. Вал 1 кривошипа з'єднано із джерелом механічного руху M . Шатун з'єднується із кривошипом та повзуном за допомогою обертових пар B та C . Вхідна ланка утворює обертову пару A із основою, а ведена ланка утворює із основою поступальну пару H_{34} .

Нехай за початок прямокутної системи координат $Oxuz$ буде вісь шарніра A , навколо якого обертається кривошип, як показано на рисунку 3.27.

На ланки механізму масою m_1 , m_2 , m_3 діють сили тяжіння:

$$G_1 = m_1 g, G_2 = m_2 g, G_3 = m_3 g. \quad (3.180)$$

Загальна сила тяжіння G , що сприймається фундаментом, дорівнює сумі

$$G = G_{осн} + G_{лан} = G_{осн} + \sum_{i=1}^k G_i, \quad (3.181)$$

де $G_{осн} = m_{осн}g$ – сила тяжіння основи;

$$G_{лан} = \sum_{i=1}^k G_i \text{ – сила тяжіння ланок механізму.}$$

Сила тяжіння G при непрацюючому механізмові має незмінну точку прикладання, що визначається положенням ланок у стані спокою, і спрямована за вертикаллю вниз. Під час руху ланки механізму змінюють своє положення відносно осей Ox та Oz . Тому поточні координати x_S , z_S загального центра мас рухомих ланок, тобто механізму, змінюються:

$$m_{лан}x_S = \sum_{i=1}^k m_i x_i, \quad (3.182)$$

$$m_{лан}z_S = \sum_{i=1}^k m_i z_i, \quad (3.183)$$

де m_i – маса i -ої ланки;

$m_{лан}$ – загальна маса рухомих ланок, $m_{лан} = m_1 + m_2 + \dots + m_k$;

x_i – поточна абсциса i -ої ланки;

z_i – поточна ордината i -ої ланки.

Координати центра мас машини визначають за формулою

$$m_{маш}x_{маш} = m_{осн}x_{осн} + m_{лан}x_S, \quad (3.184)$$

$$m_{маш}z_{маш} = m_{осн}z_{осн} + m_{лан}z_S, \quad (3.185)$$

де $m_{маш}$ – маса машини;

$m_{осн}$ – маса основи;

$m_{лан}$ – маса рухомих ланок, тобто механізмів;

$x_{маш}$, $x_{осн}$, x_S , $z_{маш}$, $z_{осн}$, z_S – поточні координати центра мас машини, основи та механізмів.

За кінематичним аналізом, рух механізму створює прискорення ланок a_i різної величини та напрямку. Вони призводять до виникнення змінних сил інерції $F_{ін.i}$, що визначаються за формулою:

$$\overrightarrow{F_{in.i}} = m_i \overrightarrow{a_i}, \quad (3.186)$$

де a_i – поточне значення прискорення центра мас i -ої ланки.

Загальна сила інерції механізму, тобто головний вектор сил інерції рухомих ланок F_{in} , дорівнює векторній сумі

$$\overrightarrow{F_{in}} = \sum_{i=1}^k m_i \overrightarrow{a_i} = m_{лан} \overrightarrow{a_S}, \quad (3.187)$$

де a_S – прискорення центра мас механізму

$$a_S = \frac{d^2 r_S}{dt^2} = \frac{d^2 \sqrt{(x_S^2 + z_S^2)}}{dt^2},$$

де r_S – величина переміщення центра мас машини.

Змінна сила інерції F_{in} та сила тяжіння рухомих ланок $G_{лан}$, що переміщується площиною Oxz , під час руху механізму потребує певного спрямування змінної реакції фундаменту R_ϕ , на якому встановлена машина.

Тому можемо записати таке векторне рівняння для діючих сил у процесі руху механізму

$$\overrightarrow{F_{in}} + \overrightarrow{G} + \overrightarrow{R_\phi} = 0, \quad (3.188)$$

де F_{in} – головний вектор сил інерції;

G – головний вектор сил тяжіння;

R_ϕ – головний вектор реакції фундаменту.

При обраному розташуванні осей координат для механізму, що здійснює плоский рух, зусиль вздовж осі Oy не буде, тому можна записати, що

$$\overrightarrow{F_{in}} = \overrightarrow{F_{in.x}} + \overrightarrow{F_{in.z}}, \quad (3.189)$$

$$\overrightarrow{R_\phi} = \overrightarrow{R_{\phi.x}} + \overrightarrow{R_{\phi.z}}, \quad (3.190)$$

$$\overrightarrow{G} = \overrightarrow{G_z}, \quad (3.191)$$

де $F_{in.x}$, $F_{in.z}$, $R_{\phi.x}$, $R_{\phi.z}$, G_z – складові головних векторів у проекціях на осі координат Ox та Oz .

Проекції головного вектора сили інерції F_{in} на осі координат Ox та Oz будуть рівні

$$F_{in.x} = \sum_{i=1}^k F_{in.xi} = \sum_{i=1}^k m_i a_{xi} = \sum_{i=1}^k m_i \frac{d^2 x_i}{dt^2} = m_{лан} \frac{d^2 x_s}{dt^2}, \quad (3.192)$$

$$F_{in.z} = \sum_{i=1}^k F_{in.zi} = \sum_{i=1}^k m_i a_{zi} = \sum_{i=1}^k m_i \frac{d^2 z_i}{dt^2} = m_{лан} \frac{d^2 z_s}{dt^2}. \quad (3.193)$$

Діючі під час руху механізму змінні сили інерції, сили тяжіння рухомих ланок та нерухомої основи, а також реактивні зусилля фундаменту сприяють виникненню змінних моментів відносно відповідних осей координат, а саме:

$$M_x = M_{in.x} + M_{G.x} + M_{\phi.x}, \quad (3.194)$$

$$M_z = M_{in.z} + M_{\phi.z}, \quad (3.195)$$

$$M_y = M_{in.y} + M_{G.y} + M_{\phi.y}, \quad (3.196)$$

де $M_{in.x}$, $M_{in.z}$, $M_{in.y}$ – складові головного моменту сил інерції M_{in} , тобто моменти складових векторів $F_{in.x}$, $F_{in.y}$, $F_{in.z}$ головного вектора сил інерції F_{in} відносно відповідних осей координат у функції кута повороту вхідної ланки α ; $M_{in.x}$ – момент головного вектора сил інерції F_{in} відносно осі Ox ,

$$M_{in.x} = \sum_{i=1}^k F_{in.zi} y_i = \sum_{i=1}^k m_i a_{zi} y_i = \sum_{i=1}^k m_i \frac{d^2 z_i}{dt^2} y_i = \frac{d^2 I_{yz}}{dt^2}, \quad (3.197)$$

$M_{in.z}$ – момент головного вектора сил інерції F_{in} відносно осі Oz ,

$$M_{in.z} = \sum_{i=1}^k F_{in.xi} y_i = \sum_{i=1}^k m_i a_{xi} y_i = \sum_{i=1}^k m_i \frac{d^2 x_i}{dt^2} y_i = \frac{d^2 I_{yx}}{dt^2}, \quad (3.198)$$

$M_{in.y}$ – момент головного вектора сил інерції F_{in} відносно осі Oy ,

$$\begin{aligned} M_{in.y} &= \sum_{i=1}^k (F_{in.xi} z_i - F_{in.zi} x_i) = \sum_{i=1}^k (m_i a_{xi} z_i - m_i a_{zi} x_i) = \\ &= \sum_{i=1}^k \left(m_i \frac{d^2 x_i}{dt^2} z_i - m_i \frac{d^2 z_i}{dt^2} x_i \right) = \frac{d^2 I_{zx}}{dt^2} - \frac{d^2 I_{xz}}{dt^2}, \end{aligned} \quad (3.199)$$

$M_{G.x}$ – момент сили тяжіння G відносно осі Ox ,

$$M_{G.x} = G y_{маи}, \quad (3.200)$$

$M_{G.y}$ – момент сили тяжіння G відносно осі Oy ,

$$M_{G.y} = Gx_{\text{маси}}, \quad (3.201)$$

$M_{\phi.x}, M_{\phi.z}, M_{\phi.y}$ – складові моменти головного вектора реакції фундаменту R_{ϕ} відносно осей координат.

3.5.2 Умови зрівноваження

За допомогою аналізу динамічних явищ, що відбуваються у механізмі під час руху, можна виявити у процесі руху тиски на опори механізму, а потім на основу та фундамент машини. Визначити незрівноваженість ланок можна звичними методами кінетостатичного аналізу механізму, а також більш зручними у цьому випадку методами силового та кінематичного дослідження.

Силовий метод заснований на почленному вивченні дії сил інерції та сил тяжіння окремих ланок із подальшим їх сумуванням.

Кінематичний метод заснований на вивченні руху загального центра тяжіння системи рухомих ланок механізму та знаходженні загальної сили інерції цього механізму.

Розглянемо кінематичний метод.

Застосовуючи загальні рівняння статички, для кожного положення механізму знаходять координати x_S, z_S загального центра тяжіння рухомої системи ланок механізму, використовуючи співвідношення

$$m_{\text{лан}} x_S = \sum_{i=1}^k m_i x_i, \quad (3.202)$$

$$m_{\text{лан}} z_S = \sum_{i=1}^k m_i z_i, \quad (3.203)$$

де m_i – маса i -ої ланки;

$m_{\text{лан}}$ – загальна маса ланок;

x_i, z_i – поточні координати центра мас i -ої ланки.

Замість вивчення зміни координат x_S, z_S можна безпосередньо знаходити відстань ρ_S від обраного початку координат до центра тяжіння механізму. Для цього користуються рівністю

$$\vec{\rho}_S = \vec{x}_S + \vec{z}_S. \quad (3.204)$$

Очевидно, що для кожної ланки

$$\vec{\rho}_S = \vec{x}_i + \vec{z}_i. \quad (3.205)$$

Таким чином, можна записати, що

$$\rho_S = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^k m_i \rho_i. \quad (3.206)$$

На основі наведених рівнянь будують годограф зміни вектора ρ_S за повний цикл роботи механізму. Узявши другу похідну від ρ_S за часом t , знаходять прискорення a_S загального центра тяжіння системи рухомих ланок, тобто

$$a_S = d^2 \rho_S / dt^2. \quad (3.207)$$

За поточним прискоренням $a_{S\alpha}$ визначають загальну силу інерції $F_{ін.\alpha}$, тобто головний вектор сил інерції, для кожного положення механізму у функції узагальненої координати α

$$\vec{F}_{ін.\alpha} = m_{лан} \vec{a}_{S\alpha}. \quad (3.208)$$

Машину можна вважати повністю зрівноваженою, якщо тиск механізмів на її основу та фундамент не змінюється протягом циклу для механізмів дискретної дії або протягом деякого проміжку часу t , рівного або більшого часу повороту вхідної ланки на кут $\alpha = 2\pi$ (α – узагальнена координата) для механізмів ротаційного типу.

Здійснення цих вимог можливе при дотриманні таких умов для плоских механізмів:

$$R_{\phi.x} = const, R_{\phi.z} = const, M_{\phi.x} = const, M_{\phi.z} = const, M_{\phi.y} = const. \quad (3.209)$$

Значення модуля та зміни напрямку реакції фундаменту R_ϕ у першу чергу залежить від змінної сили інерції $F_{ін}$ механізмів. Тому перші дві рівності (3.209) пов'язані із зрівноваженням сил інерції.

Аналізуючи висунуті вимоги, зробимо такий висновок: проекції реакції фундаменту на координатні осі $R_{\phi.x}$ та $R_{\phi.z}$ можуть бути постійними за величиною при постійних прискореннях центра мас механізмів a_{Sx} та a_{Sz} або за умовою рівності їх нулю.

Розглядаючи переміщення ланок механізмів відносно основи машини, визнаємо, що єдиною умовою, що виконується, є часткове рішення, при якому

загальна сила інерції рухомих ланок дорівнює нулю, що можливо при $a_{Sx} = 0$ та $a_{Sz} = 0$. Тоді $R_{\phi.x} = 0$, а $R_{\phi.z} = G$.

Інтегруючи рівняння прискорень, знаходимо, що у зрівноважених механізмів їх центр мас не змінює свого положення, тобто

$$x_S = const, z_S = const. \quad (3.210)$$

Зрівноваження моментів $M_{\phi.x}$ та $M_{\phi.z}$ досягається при дотриманні умов

$$M_{in.x} = \frac{d^2 I_{yz}}{dt^2} = const, \quad (3.211)$$

$$M_{in.z} = \frac{d^2 I_{yx}}{dt^2} = const. \quad (3.212)$$

Інтегрування цих рівнянь свідчить про те, що у зрівноважених механізмах відцентрові моменти інерції повинні бути постійними, тобто

$$I_{yz} = const, I_{yx} = const. \quad (3.213)$$

Отже, повного зрівноваження технологічної машини досягають при незмінному положенні центрів тяжіння механізмів, а також постійному значенні відцентрових моментів інерції відносно осей, що перпендикулярні осі обертання вхідного вала.

3.5.3 Методи зрівноваження

Залежно від поставленої мети здійснюють часткове або повне зрівноваження механізмів. Для цього використовують два методи:

- зрівноваження через встановлення коригуючих мас, тобто противаг, на відповідні ланки механізму;
- зрівноваження через вибір динамічно зрівноваженої кінематичної схеми механізму.

Повне зрівноваження методом підбору мас противаг застосовується нечасто через складність розташування коригуючих мас.

Метод встановлення коригуючих мас, тобто противаг, на ланки механізму використовують для часткового зрівноваження, при якому досягають нерухомості загального центра мас усіх систем рухомих ланок, тобто

$$x_S = const \text{ та } z_S = const.$$

Повного або часткового зрівноваження, тобто усунення динамічних навантажень на основу і фундамент машини, досягають за рахунок застосування двох симетрично розташованих механізмів із рівними масами ланок. На рисунку 3.28 показано такий кривошипно-повзунний механізм опозитного виконання.

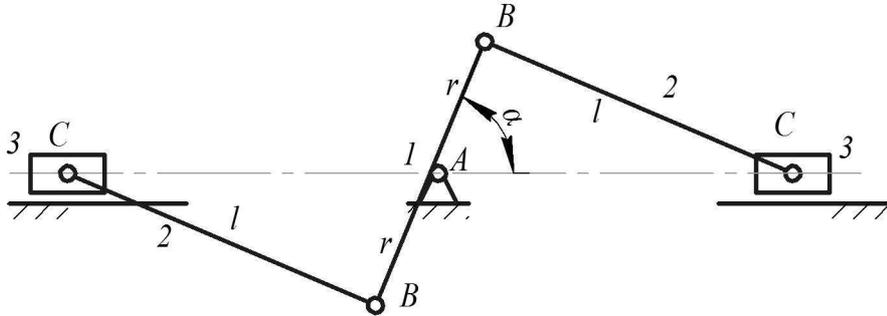


Рисунок 3.28 – Кривошипно-повзунний механізм опозитного виконання:
1 – кривошип; 2 – шатун; 3 – повзун;

Механізм складається із рівноплечового кривошипа 1, до якого за допомогою обертових кінематичних пар B приєднані рівної довжини l шатуни 2. Останні утворюють обертові пари C із повзунами 3, що мають можливість зворотно-поступального переміщення відносно основи (кінематичні пари H_{34}). Кривошип утворює обертову пару A із основою.

При рівних масах усіх рухомих ланок такий механізм буде повністю динамічно зрівноваженим.

3.5.4 Зрівноваження мас, що обертаються

Зрівноваження мас, що обертаються, розглянемо на прикладі зрівноваження ротора.

Ротором називають обертову масивну частину (ланку) механізму технологічної машини. Під час обертання ротора (рисунок 3.29) виникають сили інерції. Розглянемо ротор, що обертається навколо осі Ox із постійною кутовою швидкістю $\omega = const$.

Уявімо, що центр мас ротора знаходиться в точці S у площині $Oz - Oy$ на відстані r_s від осі обертання Ox .

Кожна елементарна маса m_i , що розташована на відстані r_i від осі обертання (координати x_i, y_i, z_i), зазнає дії відцентрової сили

$$F_{in.i} = m_i r_i \omega^2, \quad (3.214)$$

де m_i – маса елементарної частинки ротора;

r_i – радіус обертання;

ω – кутова швидкість ротора.

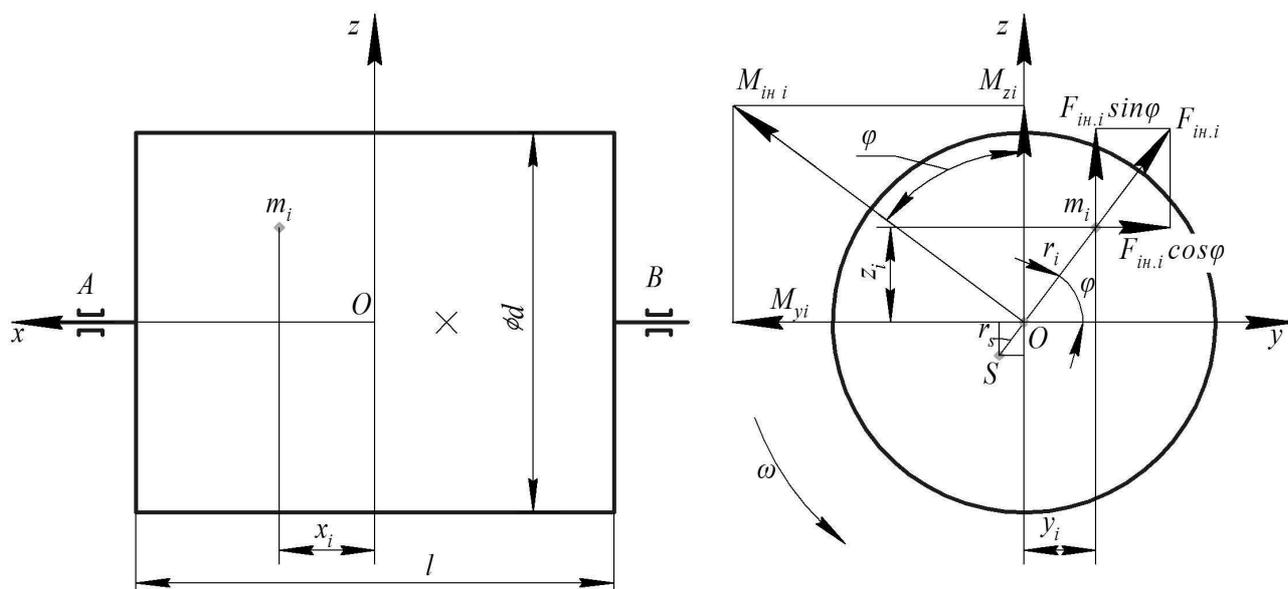


Рисунок 3.29 – Ротор діаметром d та довжиною l

Розіб'ємо силу інерції $F_{in,i}$ на дві складові сили $F_{in,i} \cdot \cos \varphi$ та $F_{in,i} \cdot \sin \varphi$. Складові сили створюють відносно осей Oz та Oy моменти M_{zi} та M_{yi} , величина яких

$$M_{zi} = F_{in,i} \cdot x_i \cdot \cos \varphi, \quad (3.215)$$

$$M_{yi} = F_{in,i} \cdot x_i \cdot \sin \varphi. \quad (3.216)$$

Додаючи моменти M_{zi} та M_{yi} за правилом паралелограма, знаходимо повний момент сили інерції

$$M_{in,i} = \sqrt{M_{zi}^2 + M_{yi}^2} = \sqrt{m_i^2 r_i^2 \omega^4 x_i^2 (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi)} = m_i r_i x_i \omega^2. \quad (3.217)$$

Узявши відношення M_{yi} / M_{zi} , бачимо, що вектор моменту сил інерції $M_{in,i}$ складає із віссю Oz кут φ

$$\frac{M_{yi}}{M_{zi}} = \frac{F_{in,i} \cdot x_i \cdot \sin \varphi}{F_{in,i} \cdot x_i \cdot \cos \varphi} = \operatorname{tg} \varphi.$$

Таким чином, виходить, що момент сил інерції $M_{in,i}$ завжди перпендикулярний вектору сили інерції $F_{in,i}$ та одночасно вектору радіуса r_i .

Обертовий ротор складається з незліченної множини елементарних мас m_i , що віддалені на відстань r_i від осі обертання Ox та на відстані x_i від

площини $Oz - Oy$, де розташовано центр мас ротора S . Результируюча сила інерції ротора буде становити

$$F_{in} = \sum_{i=1}^n F_{in.i} = \sum_{i=1}^n m_i r_i \omega^2 = m r_s \omega^2, \quad (3.218)$$

де r_s – відстань від центра мас S до осі обертання Ox ;

m – маса ротора.

Результируючий момент усіх сил інерції ротора відносно осі, що проходить через точку O і знаходиться у площині $Oz - Oy$, буде дорівнювати

$$M_{in} = \sum_{i=1}^n M_{in.i} = \sum_{i=1}^n m_i r_i x_i \omega^2 = \omega^2 \sum_{i=1}^n m_i r_i x_i. \quad (3.219)$$

Вектор $\sum_{i=1}^n m_i r_i x_i$ називають *відцентровим моментом інерції ротора* $I_{x;r}$

відносно осі Ox та площини $Oz - Oy$. Тому

$$M_{in} = \omega^2 I_{x;r}. \quad (3.220)$$

Під час обертання ротора вектори F_{in} та M_{in} обертаються, а між ними постійно зберігається певний кут α .

Ротор вважають повністю зрівноваженим під час дотримання умов

$$F_{in} = \omega^2 m r_s = 0; \quad (3.221)$$

$$M_{in} = \omega^2 I_{x;r} = 0; \quad (3.222)$$

тобто коли

$$m r_s = 0; \quad (3.223)$$

$$I_{x;r} = 0. \quad (3.224)$$

3.5.5 Міра незрівноваження

Враховуючи негативний вплив незрівноважених мас на працездатність механізмів, незрівноваженість обертових ланок регламентують певними показниками.

Обертові ланки таких роторів монтують на опорах ковзання або кочення (рисунок 3.30). Теоретично можна вважати, що центр мас S збігається із віссю

обертання I (рисунок 3.30, *a*). Хоча неточності виготовлення та неоднорідність матеріалу, що використовується, призводять до незрівноваженості роторів.

Незрівноваженість роторів характеризується дисбалансом, що є векторною величиною, та дорівнює добутку незрівноваженої маси m на ексцентриситет розташування цієї маси e_{cm} відносно ідеальної осі обертання. Якщо вісь симетрії ротора I паралельна головній центральній осі інерції ротора II , а $F_{in} \neq 0$, то виникає статична незрівноваженість ротора (рисунок 3.30, *б*). При осях I та II , що перетинаються, у центрі мас ротора S (рисунок 3.30, *в*) з'являється моментна незрівноваженість. Якщо при цьому $M_{in} \neq 0$, то з'являється динамічна незрівноваженість, при якій осі I та II перехрещуються або не перехрещуються у центрі мас (рисунок 3.30, *г*).

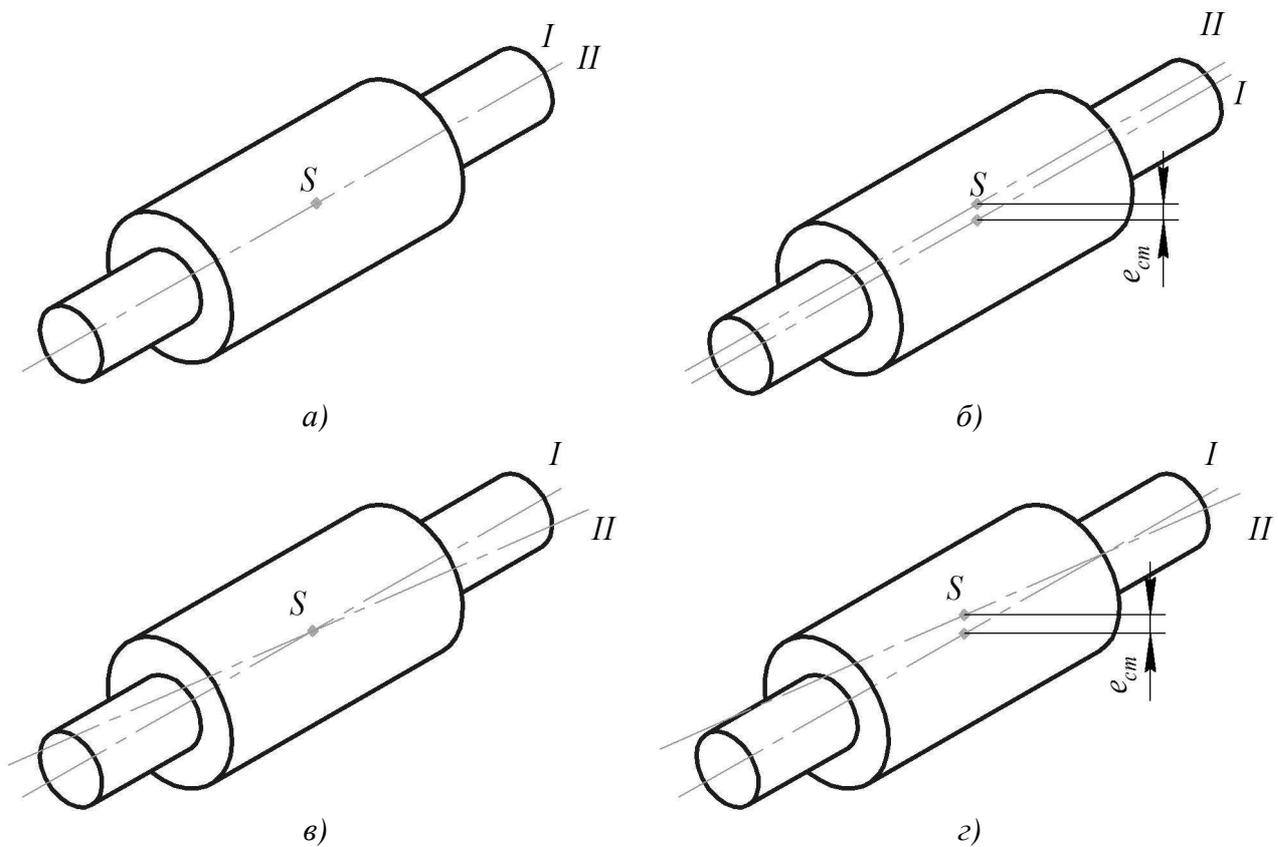


Рисунок 3.30 – Можливе розташування осей обертання I та осей симетрії II роторів: *a* – осі збігаються; *б* – осі паралельні; *в* – осі перетинаються; *г* – осі перехрещуються

Процес усунення незрівноваженості ротора називається **балансуванням**. Розрізняють статичне і динамічне балансування.

Статичне балансування здійснюється для обертових ланок, відносні розміри яких уздовж осі обертання $l/D \leq 0,2$ (рисунок 3.31, *a*). Статичне балансування не гарантує динамічної незрівноваженості при $l/D > 0,2$, так як виникає значний момент сил інерції $M_{in} = F_{in} \cdot l$ при обертанні ланки із великою кутовою швидкістю ω . Процес, при якому визначається та зменшується момент

сил інерції ротора до допустимої величини, називається **динамічним балансуванням** (рисунок 3.31, б).

Статичне балансування здійснюється через закріплення коригуючої маси $m_{кор}$ у діаметрально протилежному напрямкові або через визначення маси, що створює незрівноваженість. Так створюється коригуюча сила інерції $F_{кор}$, що протилежна дії результуючої сили інерції ротора $F_{ін}$.

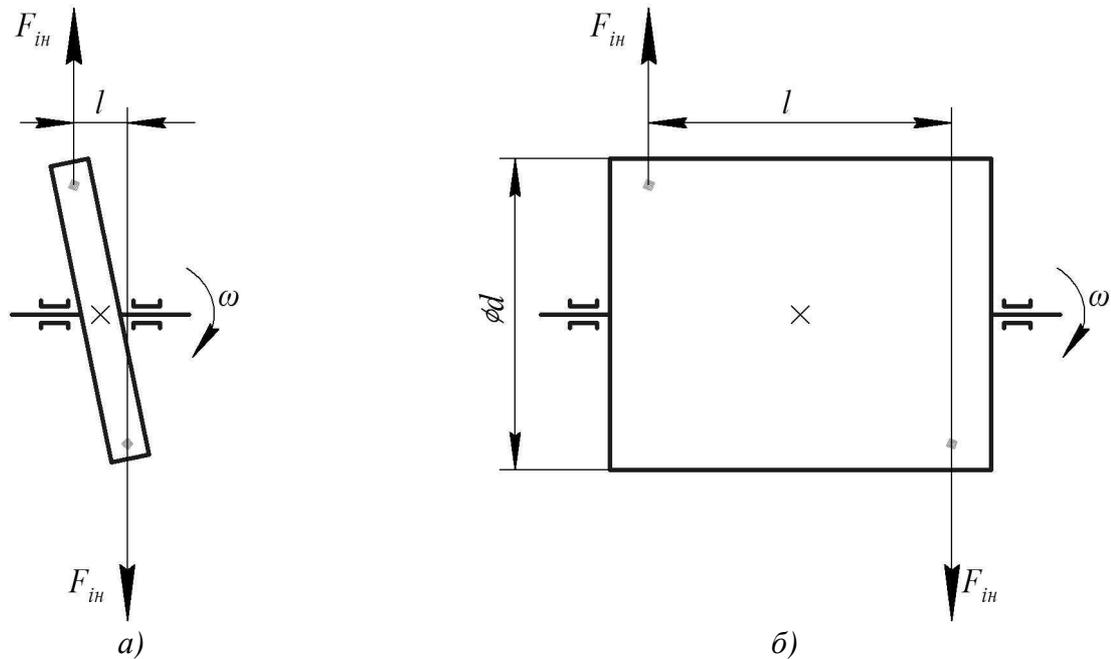


Рисунок 3.31 – Схема динамічної незрівноваженості ротора:
а – статичне балансування; б – динамічне балансування

Динамічне балансування полягає у визначенні місця встановлення коригуючих мас, тобто противаг, що створюють коригуючий момент $M_{кор}$, що протилежний результуючому моменту всіх сил інерції ротора $M_{ін}$.

Міра статичної незрівноваженості обертової ланки визначається величиною статичного дисбалансу $\Delta_{ст} = me_{ст}$, а міра динамічної незрівноваженості – величиною динамічного дисбалансу $\Delta_{дин} = I_r l$. Залежно від технічних вимог до роботи механізму передбачається допустимий дисбаланс обертових ланок.

3.5.6 Зрівноваження мас, що рухаються поступально

Поступальний рух ланок також характеризується значними силами інерції, що передаються на основу та фундамент машини. Зменшити або усунути шкідливий вплив сил інерції поступального руху можна двома способами: через опозитне виконання механізму, про що повідомлялося раніше, або через векторне додавання сил інерції синхронно до обертових мас у протилежних напрямках.

Розглянемо другий спосіб на прикладі осьового кривошипно-повзунного механізму, повзун якого здійснює зворотно-поступальне переміщення (рисунок 3.32).

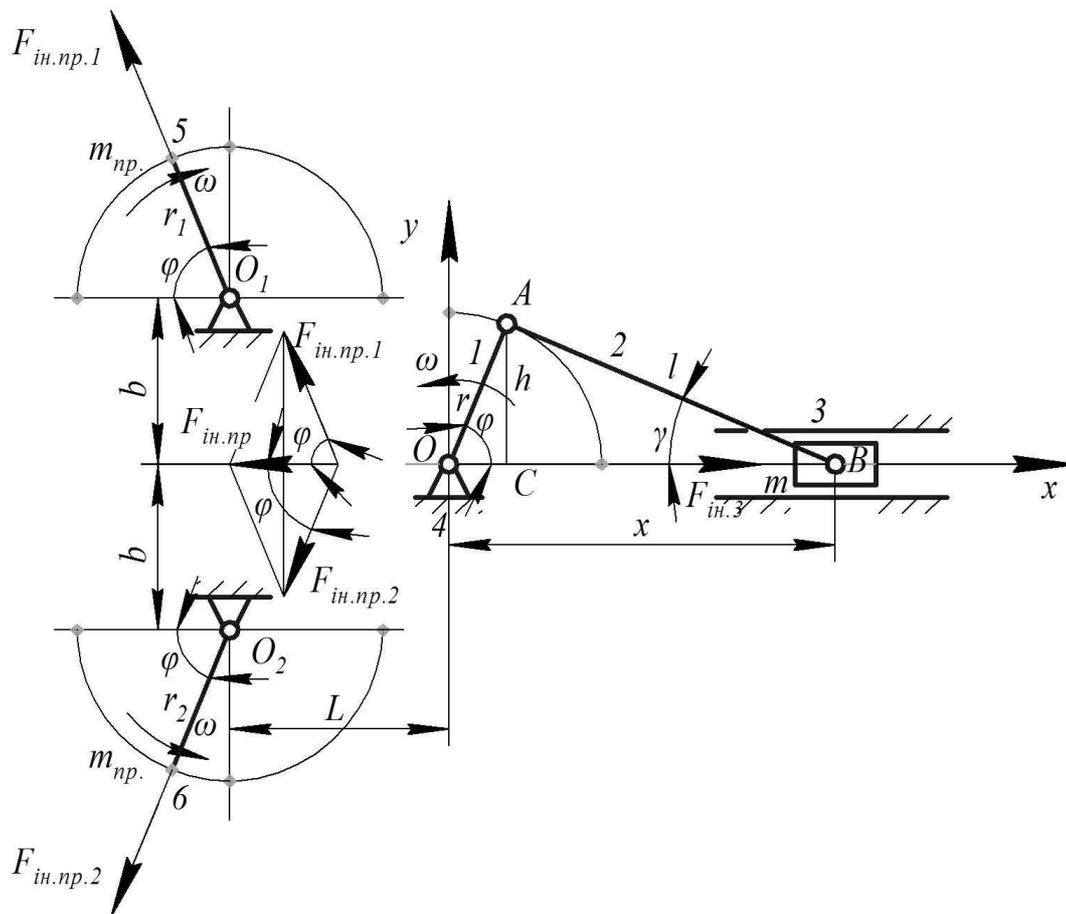


Рисунок 3.32 – Зрівноваження кривошипно-повзунного механізму

Масу шатуна замінюємо двома масами, зосередженими у шарнірах A та B , користуючись рівняннями статки. Маса кривошипа та маса в шарнірі A може бути зрівноважена противагою, що розташована на протилежному боці кривошипа. Загальну масу повзуна і частину маси шатуна, що зосереджена у шарнірі B , позначимо через m .

Виразимо довжину шатуна l через довжину кривошипа r , тобто

$$l = \lambda \cdot r. \quad (3.225)$$

Положення повзуна буде визначатись абсцисою x , що дорівнює

$$x = r \cos \varphi + l \cos \gamma = r(\cos \varphi + \lambda \cos \gamma). \quad (3.226)$$

Враховуючи, що

$$r \sin \varphi = \lambda r \sin \gamma = h.$$

Звідси

$$\sin \gamma = \frac{\sin \varphi}{\lambda}$$

та

$$\cos \gamma = \sqrt{1 - \sin^2 \gamma} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \varphi}{\lambda^2}}.$$

Таким чином,

$$\begin{aligned} x &= r \left(\cos \varphi + \lambda \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \varphi}{\lambda^2}} \right) = \\ &= r \left(\cos \varphi + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 \varphi} \right) \end{aligned} \quad (3.227)$$

Диференціюючи формулу (3.227), знаходимо швидкість переміщення повзуна V .

$$V = \frac{dx}{dt} = -r\omega \sin \varphi \left[\frac{\sqrt{\lambda^2 - \sin^2 \varphi} + \cos \varphi}{\sqrt{\lambda^2 - \sin^2 \varphi}} \right].$$

Якщо змінний множник у квадратних дужках, величина якого залежить від значення $\sin \varphi$ (змінюється від 0 до 1), позначити через середній коефіцієнт k , то отримаємо

$$V = -r \cdot \omega \cdot \sin \varphi \cdot k. \quad (3.228)$$

Узявши похідну від швидкості V за часом t при постійній кутовій швидкості кривошипа $\omega = const$, отримуємо

$$a = \frac{dV}{dt} = -r \cdot \omega^2 \cos \varphi \cdot k. \quad (3.229)$$

Сила інерції повзуна 3 буде дорівнювати

$$F_{ин.3} = m \cdot a = m \cdot r \cdot \omega^2 \cos \varphi \cdot k. \quad (3.230)$$

Вона спрямована у протилежний бік від напрямку прискорення a (про це свідчить знак мінус у виразі (3.229)) і змінюється залежно від узагальненої координати φ , тобто кута повороту кривошипа, за законом косинуса.

Розмістимо зліва від механізму на відстані L два кривошипа 5 та 6 радіусами r_1 та r_2 кожен, як показано на рисунку 3.32, що утворюють обертові пари O_1 та O_2 із основою 4. Осі шарнірів O_1 та O_2 встановлено симетрично відносно траєкторії переміщення Ox повзуна 3 на відстані b . Нехай $r_1 = r_2 = r$.

Уявімо, що кривошипи 5 та 6 обертаються синхронно із кривошипом 1 із кутовою швидкістю ω (один за годинниковою стрілкою, а другий проти годинникової стрілки). Кожен із кривошипів 5 та 6 має противаги масами m_{np} , що розміщені на плечах довжиною r_1 та r_2 від осей обертання O_1 та O_2 відповідно.

При обертанні кривошипів 5 та 6 виникає відцентрова сила інерції противаг

$$F_{in,np.1} = F_{in,np.2} = m_{np} \cdot r \cdot \omega^2. \quad (3.231)$$

Під час обертання кривошипів 5 та 6 відцентрові сили інерції противаг додають за правилом паралелограма, створюючи загальну силу інерції

$$F_{in,np} = 2F_{in,np.1} \cdot \cos \varphi = 2m_{np} \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos \varphi, \quad (3.232)$$

що діє за лінією пересування Ox повзуна 3, але спрямована у зворотний бік.

Сила інерції $F_{in,np}$ може зрівноважити силу інерції повзуна $F_{in,3}$ за умови

$$F_{in,3} = F_{in,np}$$

$$m \cdot r \cdot k \cdot \omega^2 \cdot \cos \varphi = 2m_{np} \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos \varphi,$$

якщо

$$m_{np} = m(k / 2). \quad (3.233)$$

Необхідне обертання кривошипам 5 та 6 може бути забезпечено через застосування відповідних механічних передач, наприклад, зубчастих, від вхідного вала кривошипа 1 до валів кривошипів 5 та 6.

3.6 Механічні критерії оцінювання

Ступінь досконалості механізмів технологічних машин оцінюють за різними критеріями:

- механічним коефіцієнтом корисної дії;
- коефіцієнтом втрат механічної енергії;

- коефіцієнтом збільшення зусиль та ін.

Порівняльну якісну оцінку механізмам дають для усталеного руху, що може бути рівномірним або періодичним.

Рівномірним усталеним рухом характеризують механізми технологічних машин ротаційного типу, що мають постійне передавальне відношення. Обертний рух ланок механізмів таких машин тривалий час є рівномірним та безперервним. При цьому не відбувається зміна кінетичної енергії, а приведений момент рушійних сил постійно дорівнює приведеному моменту сил опору.

Періодичний усталений рух притаманний механізмам технологічних машин циклічної дії, що мають змінне передавальне відношення. Механізми таких машин характеризуються періодичним повторенням кінематичних параметрів та періодичною зміною приведеної маси. Водночас внаслідок періодичного коливання навантаження протягом циклу вони мають змінний момент сил опору.

Механізми технологічних машин залежно від навантаження, що вони долають, можна поділити на два види:

- силові механізми, що здійснюють головний рух та виконують основну та трудомістку роботу, передбачену технологічним процесом (різання, шліфування, точіння, фрезерування, стругання, вирубка, кування, штампування і т.п.);

- кінематичні механізми, що здійснюють допоміжні рухи та виконують додаткову роботу із незначними силами опору, передбачену технологічним процесом (подача інструмента, затискання та фіксація заготовок, зміна положення оброблюваної деталі, контроль якості та ін.).

Геометричні розміри ланок силових механізмів визначають на підставі розрахунків на міцність, а геометричні розміри ланок кінематичних механізмів вибирають, керуючись переважно конструктивними міркуваннями, як от: узгодженість руху із іншими механізмами, забезпечення потрібного передавального відношення, зручність розміщення, можливість обслуговування, модульний принцип і т.д.

Для силових механізмів основним критерієм при оцінюванні ступеня досконалості застосовують, головним чином, механічний коефіцієнт корисної дії (ККД). Кінематичні механізми оцінюють зазвичай за допомогою коефіцієнта втрат механічної енергії.

Енергетичний баланс окремо взятої механічної системи із індивідуальним приводом протягом деякого проміжку часу t для усталеного рівномірного руху механізмів ротаційного типу або протягом часу циклу t для усталеного періодичного руху механізмів циклічної дії складається із позитивної роботи рушійних сил та моментів, що повідомляють рух, та від'ємної роботи сил та моментів опору, що перешкоджають рухові та віднімають енергію у джерела механічного руху. Рівняння енергетичного балансу має вигляд

$$A_{руш} - A_{кор} - A_{шк} \pm A_f \pm A_G \pm A_{ин} = 0, \quad (3.234)$$

де $A_{рш}$ – позитивна робота, виконана джерелом механічного руху;

$A_{кор}$ – від’ємна робота, що витрачена на виконання корисних дій щодо подолання сил технологічного опору;

$A_{шк}$ – від’ємна робота, що витрачена на подолання сил шкідливого опору (тертя у кінематичних парах, розбризування змащення, коливання окремих ланок та ін.);

A_f – робота пружних ланок;

A_G – робота сил тяжіння;

$A_{ин}$ – робота сил інерції.

Останні три складові $A_f, A_G, A_{ин}$ рівняння (3.234) мають знаки \pm , тобто свідчать про те, що робота пружних сил, сил тяжіння, сил інерції може бути позитивною та негативною. Пояснюється це так.

Пружні ланки механізмів протягом деякого відрізка часу накопичують потенціальну енергію, а потім протягом другого відрізка віддають механізмові накопичену раніше потенціальну енергію. Таким чином, пружні сили перешкоджають та сприяють рухові механізму.

Двигун при переміщенні центрів тяжіння окремих ланок вгору долає сили тяжіння, а при переміщенні центрів тяжіння тих же ланок униз виконує корисну роботу.

У випадку нерівномірного руху окремих ланок під час прискорення відбувається накопичення кінетичної енергії, під час уповільнення накопичена кінетична енергія цих же ланок перетворюється у корисну роботу.

Зазначимо, що для механізмів ротаційного типу розглянуті види робіт $A_f, A_G, A_{ин}$ спостерігаються переважно під час періодів пуску та гальмування, а при усталеному рухові становлять незначну частину. Тому ними можна знехтувати.

Для механізмів циклічної дії, ланки яких виконують змінний рух, робота пружних сил, сил тяжіння та сил інерції має цілком визначену величину. Однак позитивна робота цих сил за модулем дорівнює від’ємній роботі. Тому в цьому випадку останні три складові рівняння (3.234) перетворюються в нуль.

Отже, енергетичний баланс механізму записуємо так:

$$A_{рш} - A_{кор} - A_{шк} = 0. \quad (3.235)$$

Розділивши складові члени рівняння (3.235) на час t , отримаємо

$$P_{рш} - P_{кор} - P_{шк} = 0, \quad (3.236)$$

де $P_{рш}$ – середня потужність, яку розвиває двигун протягом часу t ;

$P_{кор}$ – середня потужність, що витрачається двигуном на подолання сил корисного опору протягом часу t ;

$P_{шк}$ – середня потужність, що витрачається двигуном на подолання сил шкідливого опору протягом часу t .

3.6.1 Коефіцієнт корисної дії

Коефіцієнт корисної дії (ККД) вказує частину роботи, що виконана джерелом механічного руху, тобто рушійною силою, що перетворюється у корисну роботу технологічного процесу. Отже, ККД становить

$$\eta = \frac{A_{кор}}{A_{рш}}. \quad (3.237)$$

Можна сказати, що ККД є відношенням ефективної потужності технологічного процесу, що дорівнює середній потужності, витраченій двигуном на подолання технологічних сил корисного опору $P_{кор}$, до потужності, яку розвиває двигун $P_{рш}$, тобто

$$\eta = \frac{P_{кор}}{P_{рш}}. \quad (3.238)$$

ККД завжди менший 1 та більший 0.

Технологічні машини побудовані на послідовному, паралельному або змішаному з'єднанні різних механізмів. Розглянемо ККД окремих груп механізмів із трьома способами з'єднань.

При послідовному з'єднанні механізмів (рисунок 3.33) потік енергії двигуна $P_{рш}$ поступово зменшується за ланцюгом 1 – 2 – 3, тобто

$$P_{рш} > P_1 > P_2 > P_3.$$

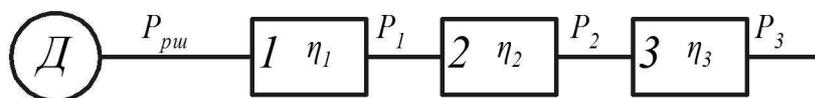


Рисунок 3.33 – Схема послідовного з'єднання механізмів 1, 2, 3

Енергія, яка рухає кожен наступний механізм, одночасно може бути прийнята як корисна для кожного попереднього механізму. Тому частинні ККД дорівнюють:

$$\eta_1 = \frac{P_1}{P_{рш}}; \eta_2 = \frac{P_2}{P_1}; \eta_3 = \frac{P_3}{P_2}. \quad (3.239)$$

Загальний ККД послідовного ланцюга з'єднання механізмів

$$\eta = \frac{P_3}{P_{pш}} = \frac{P_2 \cdot \eta_3}{P_{pш}} = \frac{P_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3}{P_{pш}} = \frac{P_{pш} \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3}{P_{pш}} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3. \quad (3.240)$$

Отже, можна стверджувати, що при послідовному з'єднанні механізмів загальний ККД ланцюга буде дорівнювати добуткові частинних ККД окремих механізмів, тобто

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \dots \cdot \eta_k. \quad (3.241)$$

Паралельне з'єднання механізмів характеризується розгалуженням потоку енергії $P_{pш}$ (рисунок 3.34) для кожного механізму, тобто

$$v_1 P_{pш}, v_2 P_{pш}, v_3 P_{pш},$$

де v_1, v_2, v_3 – коефіцієнти часткового розподілу енергії.

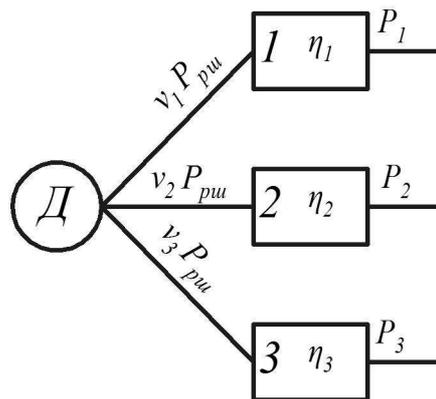


Рисунок 3.34 – Схема паралельного з'єднання механізмів 1, 2, 3

Очевидно, що $v_1 + v_2 + v_3 = 1$.

Частинні ККД окремих механізмів будуть такими

$$\eta_1 = \frac{P_1}{v_1 P_{pш}}; \eta_2 = \frac{P_2}{v_2 P_{pш}}; \eta_3 = \frac{P_3}{v_3 P_{pш}}. \quad (3.242)$$

Загальний ККД групи паралельного з'єднання трьох механізмів буде дорівнювати

$$\eta = \frac{P_1 + P_2 + P_3}{P_{pш}} = \frac{\eta_1 v_1 P_{pш} + \eta_2 v_2 P_{pш} + \eta_3 v_3 P_{pш}}{P_{pш}} = \eta_1 v_1 + \eta_2 v_2 + \eta_3 v_3. \quad (3.243)$$

Отже, для механізмів кількістю k при паралельному з'єднанні загальний ККД буде

$$\eta = \eta_1 \nu_1 + \eta_2 \nu_2 + \eta_3 \nu_3 + \dots + \eta_k \nu_k. \quad (3.244)$$

Розглянемо змішане з'єднання трьох механізмів (рисунок 3.35), з яких перші два з'єднані паралельно, а третій механізм приєднано до цієї групи послідовно.

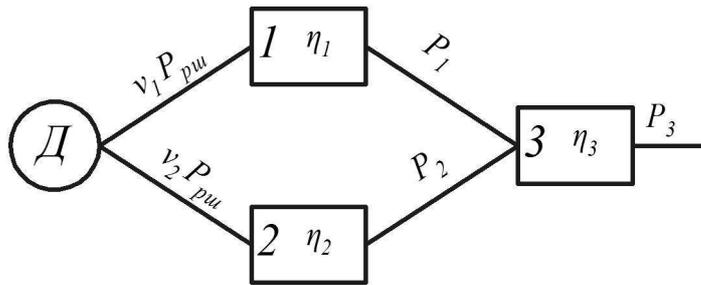


Рисунок 3.35 – Схема змішаного з'єднання механізмів 1, 2, 3

Коефіцієнт корисної дії:

- I-ої ділянки механізмів (механізми паралельного під'єднання)

$$\eta_I = \eta_1 \nu_1 + \eta_2 \nu_2; \quad (3.245)$$

- II-ої ділянки механізмів (механізми послідовного під'єднання)

$$\eta_{II} = \eta_3. \quad (3.246)$$

Загальний ККД приведеної групи змішаного з'єднання механізмів

$$\eta = \eta_I \eta_{II} = (\eta_1 \nu_1 + \eta_2 \nu_2) \eta_3. \quad (3.247)$$

Отже, можна стверджувати, що при змішаному з'єднанні механізмів розраховують ККД кожної з ділянок окремо за відомими формулами, а потім залежно від структури змішаного з'єднання визначають загальний ККД.

Аналізуючи наведені формули, можна помітити, що розгалуження енергетичного потоку, що здійснюється при паралельному з'єднанні механізмів, є більш вигідним варіантом, так як втрати від навантаження елементів ланцюга частиною енергії менші втрат від навантаження загальним потоком енергії.

Для технологічної машини в цілому, яка складається з окремих груп механізмів із індивідуальним приводом, визначають середньозважений ККД за такою формулою:

$$\eta_{\text{тм}} = \frac{P_{\text{рш1}}\eta_1 + P_{\text{рш2}}\eta_2 + P_{\text{рш3}}\eta_3 + \dots + P_{\text{ршk}}\eta_k}{P_{\text{рш1}} + P_{\text{рш2}} + P_{\text{рш3}} + \dots + P_{\text{ршk}}}, \quad (3.248)$$

де $P_{\text{рш1}}, P_{\text{рш2}}, P_{\text{рш3}}, \dots, P_{\text{ршk}}$ – потужності двигунів окремих груп механізмів;
 $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \dots, \eta_k$ – ККД окремих груп механізмів.

3.6.2 Коефіцієнт втрат механічної енергії

Передача механічної енергії від вхідної ланки до вихідної ланки механізму пов'язана із втратою певної роботи $A_{\text{шк}}$, що витрачається на подолання сил шкідливого опору в кінематичних парах та механізмі в цілому.

Коефіцієнтом втрат механічної енергії ψ називають частку від ділення роботи $A_{\text{шк}}$, або потужності сил шкідливого опору $P_{\text{шк}}$ на роботу $A_{\text{рш}}$, або потужність рушійних сил $P_{\text{рш}}$, тобто

$$\psi = \frac{A_{\text{шк}}}{A_{\text{рш}}} = \frac{P_{\text{шк}}}{P_{\text{рш}}}. \quad (3.249)$$

Коефіцієнтом втрат зручно характеризувати миттєвий стан механізмів технологічних машин, а також оцінювати ступінь досконалості кінематичних механізмів та окремих кінематичних пар, що самостійно не виконують корисної роботи.

Шкідливі опори є сумою втрат механічної енергії, що передається від джерела механічного руху за кінематичним ланцюгом механізму до вихідної ланки, яка оснащена робочим органом. Втрати механічної енергії зумовлені тертям у кінематичних парах, переміщенням ланок у в'язкому середовищі, наприклад, у машинному мастилі, пружними деформаціями окремих ланок, коливаннями, що виникають та ін. Найбільш вагомими у більшості випадків є втрати механічної енергії на тертя $A_{\text{тр}}$. Тому можна записати, що $A_{\text{шк}} = A_{\text{тр}}$.

Розділивши складові члени рівняння (3.235) на роботу рушійних сил $A_{\text{рш}}$, знаходимо, що

$$\frac{A_{\text{рш}}}{A_{\text{рш}}} - \frac{A_{\text{кор}}}{A_{\text{рш}}} - \frac{A_{\text{шк}}}{A_{\text{рш}}} = 1 - \eta - \psi = 0. \quad (3.250)$$

Отже,

$$\eta = 1 - \psi, \quad (3.251)$$

тобто коефіцієнт корисної дії та коефіцієнт втрати механічної енергії є взаємно пов'язаними. Чим менші втрати механічної енергії, тим більший ККД.

3.6.3 Втрати у кінематичних парах

Розглянемо втрати на тертя у деяких кінематичних парах.

3.6.3.1 Поступальна пара ковзання

На рисунку 3.36 показана поступальна кінематична пара ковзання, що виконана у вигляді повзуна круглого перерізу, спряженого із циліндричною втулкою.

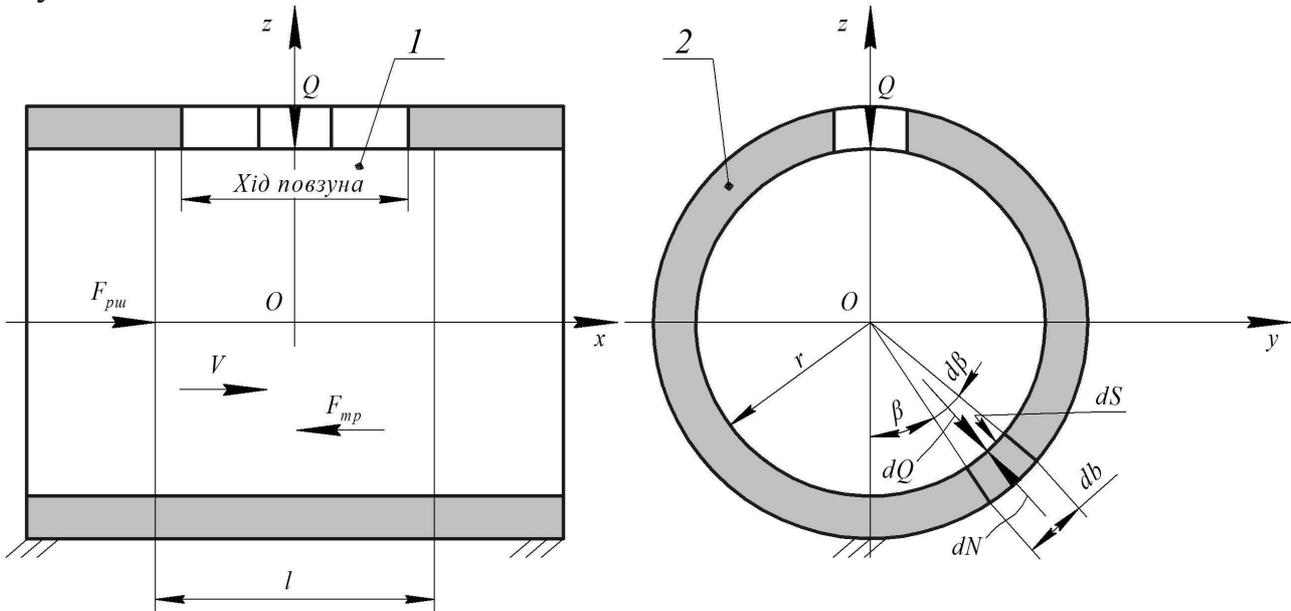


Рисунок 3.36 – Поступальна кінематична пара ковзання:
1 – повзун; 2 – втулка

Повзун 1, навантажений нормальною силою Q , поступально переміщується внутрішньою поверхнею циліндричної втулки 2 під дією рушійної сили $F_{ру}$ зі швидкістю V . Водночас виникає сила тертя $F_{тр}$, що прикладена до рухомого тіла 1.

Виділимо на циліндричному повзуні 1 елементарну смужку площею dS , шириною $db = rd\beta$ та довжиною l . На смужку діє елементарна нормальна реакція dN із боку опорної поверхні, що за модулем дорівнює елементарній нормальній силі $dQ = qdS$. Ця реакція викликає елементарну силу тертя

$$dF_{тр} = fdN = fqdS = fql db = fqlrd\beta, \quad (3.252)$$

де f – дійсний коефіцієнт тертя ковзання;

q – діючий питомий тиск на виділеній смужці;

l – довжина циліндричного повзуна;

r – радіус поперечного перерізу циліндричного повзуна;

$d\beta$ – елементарний кут розташування.

Повна сила тертя

$$F_{mp} = flr \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} q d\beta. \quad (3.253)$$

Зміна питомого тиску q підпорядковується закону косинуса

$$q = q_0 \cos \beta, \quad (3.254)$$

де q_0 – діючий питомий тиск у центральній частині втулки за віссю Oz ;
 β – кут розташування.

Отже,

$$F_{mp} = flrq_0 \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos \beta d\beta = 2 flrq_0. \quad (3.255)$$

Питомий тиск q_0 визначається величиною нормального зусилля Q за такою залежністю

$$Q = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} q_0 l db \cos \beta = lrq_0 \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos^2 \beta d\beta = \frac{\pi}{2} lrq_0. \quad (3.256)$$

Звідси знаходимо, що

$$q_0 = 2Q / (\pi lr).$$

Підставивши знайдене значення q_0 у формулу (3.255), знаходимо

$$F_{mp} = 2 flr \frac{2Q}{\pi lr} = \frac{4}{\pi} fQ \quad (3.256)$$

або

$$F_{mp} = f_{np} Q, \quad (3.257)$$

де $f_{np} = 4f / \pi \approx 1,27f$ – приведений коефіцієнт тертя цієї поступальної пари.

Потужність, що витрачається на тертя

$$P_{mp} = F_{mp} V = f_{np} QV, \quad (3.258)$$

де V – швидкість переміщення повзуна.

Потужність, що розвивається рушійною силою $F_{ру}$

$$P_{ру} = F_{ру} V. \quad (3.259)$$

Коефіцієнт втрат механічної енергії визначається відношенням:

$$\psi = \frac{P_{mp}}{P_{пу}} = \frac{f_{np} Q V}{F_{пу} V} = \frac{f_{np} Q}{F_{пу}}. \quad (3.260)$$

3.6.3.2 Обертова пара ковзання

На рисунку 3.37 показана обертова кінематична пара ковзання, виконана у вигляді цапфи вала круглого перерізу, що спряжена із внутрішньою поверхнею циліндричної втулки. Цапфа 1 навантажена нормальною силою Q та обертається по внутрішній поверхні радіусом r циліндричної втулки 2 під дією рушійного моменту $M_{пу}$ із кутовою швидкістю ω . При обертанні вала на поверхні стикання цапфи із підшипником виникають сили тертя.

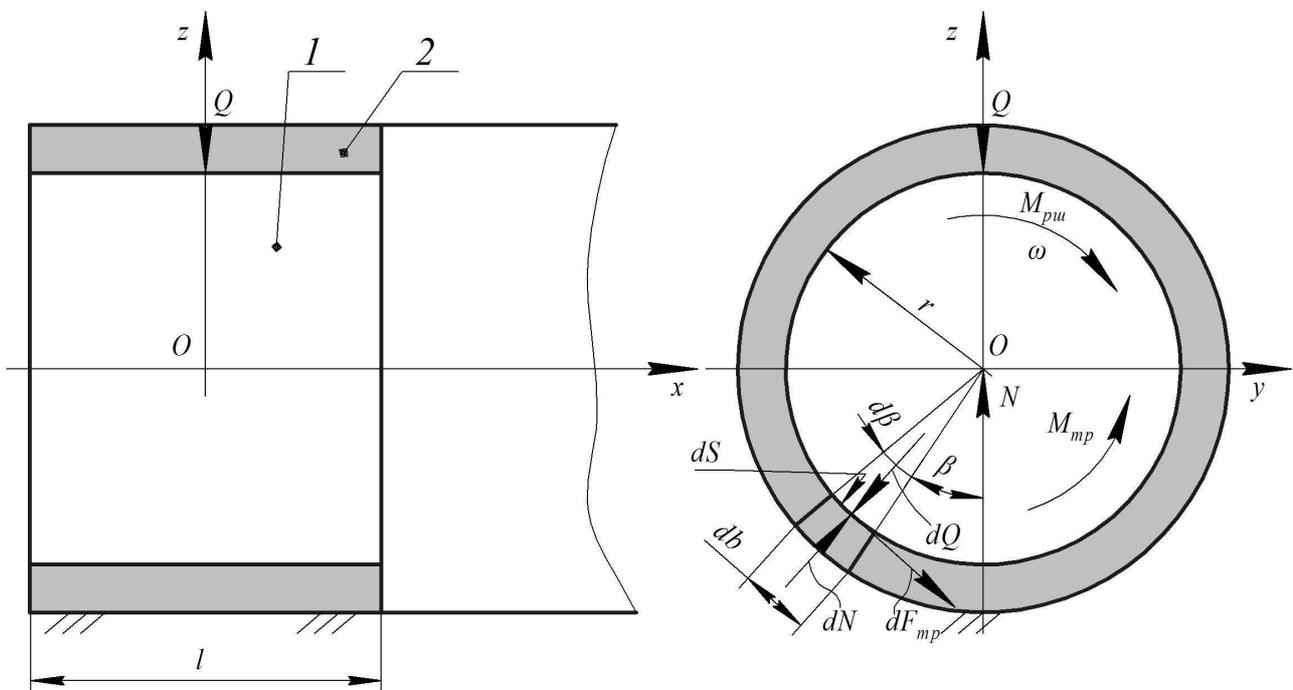


Рисунок 3.37 – Обертова кінематична пара ковзання:
1 – цапфа; 2 – втулка підшипника

Виділимо на поверхні стикання цапфи із підшипником елементарну смужку площею dS , шириною $db = r d\beta$ та довжиною l . Нормальна реакція опорної поверхні на цій смужці dN буде рівною за модулем елементарному зусиллю $dQ = q dS$, тобто

$$dN = dQ = q dS = q l db = q l r d\beta, \quad (3.261)$$

де q – діючий питомий тиск на елементарній смужці.

Сила тертя на елементарній смужці

$$dF_{mp} = dNf = qrd\beta lf, \quad (3.262)$$

де f – дійсний коефіцієнт тертя.

Момент сили тертя на елементарній смужці

$$dM_{mp} = fdNr. \quad (3.263)$$

Інтегруючи отриманий вираз, знаходимо значення моменту сил тертя

$$M_{mp} = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} dM_{mp} = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} fdNr = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} fqr^2 d\beta l = fr^2 l \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} qd\beta. \quad (3.264)$$

Так як питомий тиск q змінюється за дугою дотику за законом косинуса, тобто

$$q = q_0 \cos \beta, \quad (3.265)$$

де q_0 – тиск у центральній нижній частині опорної поверхні;

β – кут розташування елементарної смужки, то

$$M_{mp} = fr^2 l q_0 \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos \beta d\beta = 2fr^2 l q_0. \quad (3.266)$$

Зовнішнє навантаження Q викликає відповідну реакцію опорної поверхні втулки N . Водночас

$$Q = N = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} dN \cos \beta = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} qrl d\beta \cos \beta = rlq_0 \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos^2 d\beta = \frac{\pi}{2} rlq_0. \quad (3.267)$$

Тепер маємо

$$M_{mp} = f_{np} Qr = f_{np} \frac{\pi}{2} r^2 l q_0. \quad (3.268)$$

Порівнюючи вирази (3.266) та (3.268), знаходимо

$$2fr^2 l q_0 = f_{np} \frac{\pi}{2} r^2 l q_0;$$

$$f_{np} = \frac{4}{\pi} f \text{ або } f_{np} \approx 1,27 f. \quad (3.269)$$

Коефіцієнт втрат механічної енергії для обертової пари, що розглядається,

$$\psi = \frac{M_{mp}}{M_{pш}}, \quad (3.270)$$

де $M_{pш}$ – обертовий момент рушійних сил, що розвивається джерелом механічного руху.

3.6.3.3 Вища кінематична пара

Зубчасте зачеплення утворює вищу кінематичну пару, в якій спостерігається тертя кочення і тертя ковзання. На рисунку 3.38 показано вищу кінематичну пару зубчастого зачеплення із евольвентним профілем. Шестірня із числом зубів z_1 зачіпається із колесом, що має z_2 зубів. За допомогою обертових пар O_1 та O_2 шестірня та колесо утворюють простіший зубчастий механізм, за допомогою якого обертовий рух шестірні передається колесу із передавальним числом $u = z_2 / z_1$.

Шестірня має основне коло, діаметр якого $d_{o1} = 2r_{o1}$, та початкове коло, діаметр якого $d_{w1} = 2r_{w1}$. Вона обертається із кутовою швидкістю ω_1 навколо осі O_1 за годинниковою стрілкою та є вхідною ланкою механізму.

Колесо має основне коло, діаметр якого $d_{o2} = 2r_{o2}$, та початкове коло, діаметр якого $d_{w2} = 2r_{w2}$. Воно обертається із кутовою швидкістю ω_2 навколо осі O_2 проти годинникової стрілки і є вихідною ланкою механізму.

Контактування зубів шестірні та колеса здійснюється за лінією зачеплення $N-N$, що є дотичною до діаметрів основних кіл, на відрізку M_1PM_2 . Зубчасті колеса обкочуються за початковими колами, що стикаються у полюсі зачеплення P за лінією центрів O_1-O_2 .

На рисунку 3.38 показано момент контактування зубів евольвентного профілю у точці A . Водночас зуб шестірні чинить нормальний тиск на зуб колеса із зусиллям F_{12}^n , а зуб колеса і собі тисне на зуб шестірні із нормальним зусиллям F_{21}^n та створює силу тертя F_{12}^t на зубі шестірні, що спрямована у протилежний бік від швидкості ковзання $V_{ков}$.

Миттєві втрати потужності у зубчастому зачепленні складаються із втрат кочення і на тертя ковзання.

$$\begin{aligned} P_{тр} &= P_{тр.ков} + P_{тр.коч} = F_{12}^t V_{ков} + M_{тр.коч} \omega_{12} = F_{21}^n f V_{ков} + F_{21}^n k (\omega_1 + \omega_2) = \\ &= F_{21}^n fl (\omega_1 + \omega_2) + F_{21}^n k (\omega_1 + \omega_2) = F_{21}^n (fl + k) (\omega_1 + \omega_2), \end{aligned} \quad (3.271)$$

де F_{21}^n – нормальний тиск зуба колеса на зуб шестірни;

F_{12}^r – сила тертя;

f – дійсний коефіцієнт тертя;

$P_{тр.ков}$ – потужність ковзання;

$P_{тр.коч}$ – потужність кочення;

$M_{тр.коч}$ – момент тертя кочення;

k – коефіцієнт тертя кочення;

l – поточна відстань за лінією зачеплення $N-N$ від полюса зачеплення P до точки контактування A .

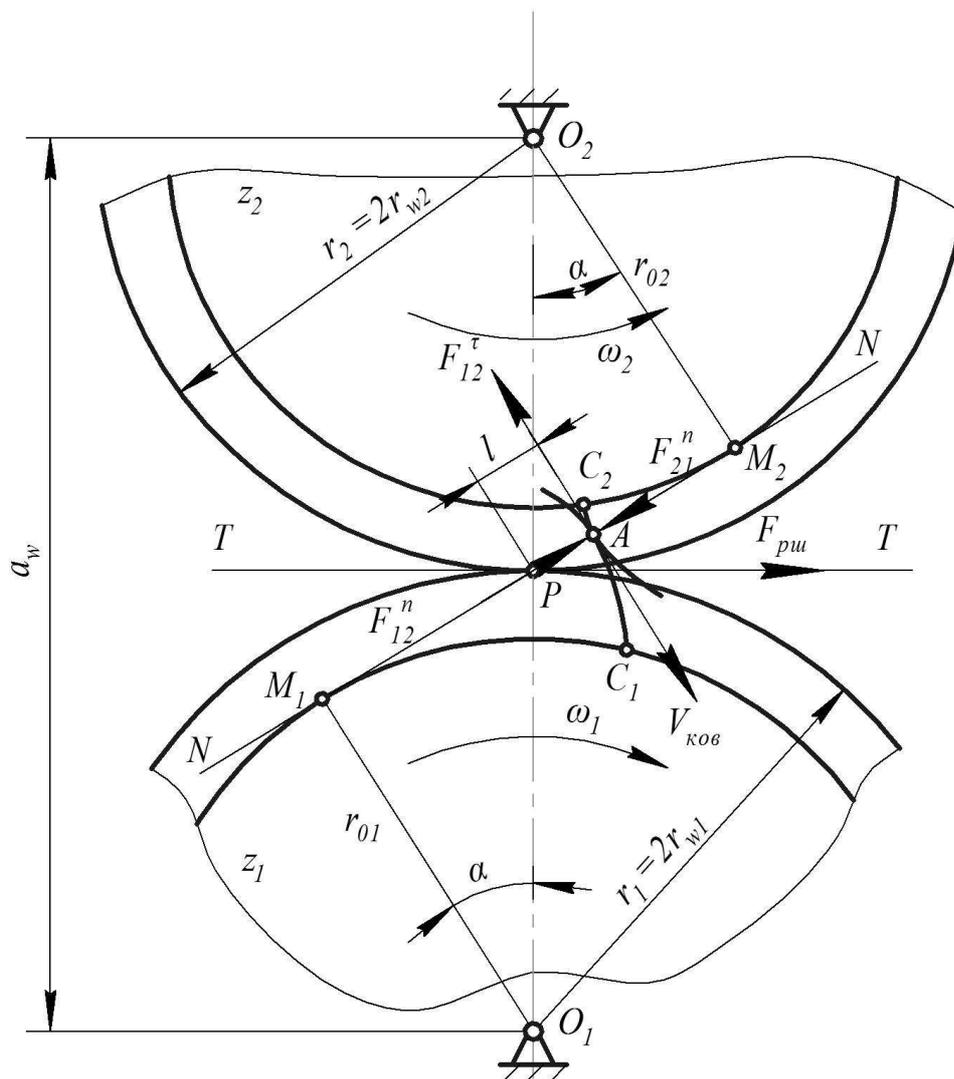


Рисунок 3.38 – Вища кінематична пара зубчастого зачеплення:
 z_1 – шестірня; z_2 – колесо

Втрати на тертя кочення порівняно із втратами на тертя ковзання є незначними. Тому ними можна знехтувати і записати, що

$$P_{mp} = F_{21}^n f l (\omega_1 + \omega_2). \quad (3.272)$$

Будемо враховувати середні втрати потужності за час знаходження пари зубів у зачепленні. Для цього приймаємо середнє значення плеча l_{cp}

$$l_{cp} = \frac{1}{2} \left(\frac{r_1 \sin \alpha}{2} + \frac{r_2 \sin \alpha}{2} \right) = \left(\sin \frac{\alpha}{4} \right) (r_1 + r_2). \quad (3.273)$$

Отже, потужність, що витрачається на тертя

$$P_{mp} = F_{12}^n f \sin \frac{\alpha}{4} (r_1 + r_2) (\omega_1 + \omega_2). \quad (3.274)$$

Враховуючи, що втрати на тертя є основними, можна записати, що момент втрат M_{emp} буде дорівнювати

$$M_{emp} = \frac{P_{mp}}{\omega_1} = F_{12}^n f \sin \frac{\alpha}{4} (r_1 + r_2) \left(1 + \frac{\omega_2}{\omega_1} \right). \quad (3.275)$$

На основі вищезазначеного коефіцієнт втрат механічної енергії буде дорівнювати

$$\psi = \frac{M_{emp}}{M_{ру}} = \frac{F_{12}^n f \sin \frac{\alpha}{4} (r_1 + r_2) \left(1 + \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)}{F_{ру} r_1}, \quad (3.276)$$

де $M_{ру}$ – рушійний момент, що розвивається джерелом механічного руху.

3.6.4 Коефіцієнт корисної дії шарнірно-важільного механізму

Розглянемо метод, що застосовується для розрахунку ККД шарнірно-важільних механізмів із нижчими кінематичними парами на прикладі кривошипно-повзунного механізму (рисунок 3.39).

Механізм складається із кривошипа 1 довжиною r , шатуна 2 довжиною l та повзуна 3, що змонтовані на основі 0. Кривошип утворює із основою обертову пару A , діаметр якої d_a , а із шатуном обертову пару B , діаметр якої d_b . Шатун з'єднаний із повзуном за допомогою шарніра C , діаметр якого d_c . Повзун утворює із основою поступальну пару H_{30} . Положення механізму визначається узагальненою координатою α .

У результаті силового розрахунку визначені реакції усіх кінематичних пар: R_{01} , R_{12} , R_{23} та R_{03} .

Розрахуємо потужності, що витрачаються на тертя ковзання у кінематичних парах.

Обертова пара A :

$$P_{mp.a} = R_{01} f_{np} (d_a / 2) \omega_1 = R_{01} f_{np} V_b (d_a / 2r). \quad (3.277)$$

Обертова пара B :

$$P_{mp.b} = R_{12} f_{np} (d_e / 2) \omega_{12}, \quad (3.278)$$

де ω_{12} – кутова швидкість обертання кривошипа відносно шатуна

$$\omega_{12} = \omega_1 + \omega_2 = V_b / r + V_{cb} / l.$$

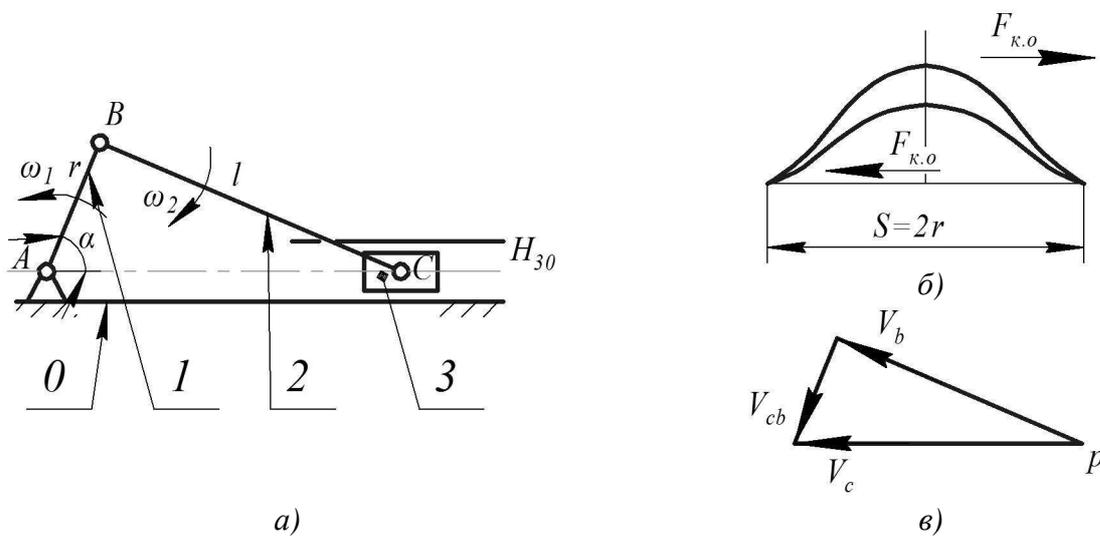


Рисунок 3.39 – Кривошипно-повзунний механізм:
 а – кінематична схема: 0 – основа, 1 – кривошип, 2 – шатун, 3 – повзун;
 б – графік навантаження повзуна; в – план швидкостей

Отже,

$$P_{mp.b} = R_{12} f_{np} (d_e / 2) (V_b / r + V_{cb} / l). \quad (3.279)$$

Обертова пара C :

$$P_{mp.c} = R_{23} f_{np} (d_c / 2) \omega_{23} = R_{23} f_{np} (d_c / 2) (V_{cb} / l) = R_{23} f_{np} V_{cb} (d_c / 2l). \quad (3.280)$$

Поступальна пара H_{30} :

$$P_{mp.30} = R_{03} f_{np} V_c. \quad (3.281)$$

Загальні втрати потужності на тертя будуть такими:

$$P_{тр} = P_{тр.a} + P_{тр.b} + P_{тр.c} + P_{тр.30} \cdot \quad (3.282)$$

Сили корисного опору $F_{к.о}$ змінюються протягом ходу повзуна $S = 2r$ за заданим графіком (рисунок 3.39, б). Отже, для кожного положення механізму, що визначається узагальненою координатою α , корисна потужність буде становити

$$P_{к.о} = F_{к.о} \cdot V_c, \quad (3.283)$$

де $F_{к.о}$ – поточне значення сили корисного опору;

V_c – лінійна швидкість переміщення повзуна для визначеного куту α положення механізму.

На основі вищезазначеного можна записати, що необхідна миттєва потужність рушійних сил $P_{ру}$ для кожного положення механізму буде дорівнювати:

$$P_{ру} = P_{к.о} + P_{тр}. \quad (3.284)$$

Отже, миттєвий ККД кривошипно-повзунного механізму для i -го положення, що визначається узагальненою координатою α , дорівнює

$$\eta_{\alpha i} = \frac{P_{к.о}}{P_{ру}}. \quad (3.285)$$

Питання для самоконтролю

1 Які можливі реакції зв'язків для кінематичних пар плоских механізмів відомі?

2 У чому полягають особливості силового аналізу без урахування сил тертя зубчастого механізму, що виконаний у вигляді двоступінчастої механічної передачі?

3 Опишіть процеси тертя ковзання та тертя кочення для основних видів механічного руху.

4 Запишіть рівняння руху ланки приведення (рівняння руху механізму).

5 Покажіть графічно механічну характеристику $M_{ру}(\omega)$ асинхронного електродвигуна та охарактеризуйте її.

6 Як визначити махові маси за способом М.І. Мерцалова?

7 Опишіть систему автоматичного регулювання швидкості двигуна за замкненим контуром.

8 Які методи зрівноваження механізмів застосовують, опишіть їх?

9 Назвіть особливості визначення коефіцієнта корисної дії для різних схем з'єднання механізмів.

10 Що вам відомо про втрати на тертя для основних видів кінематичних пар?

АЛФАВІТНИЙ ПОКАЖЧИК

- Б**
Балансування, 225, 226
- В**
Вал, 12
Варіатор, 64, 66
 торовий, 61
 фрикційний планетарний, 62
Вистій, 51, 129
Відношення передавальне, 29, 137
Відстань міжцентрова, 73
Вісь, 12
В'язкість, 158
- Г**
Гайка, 12
Гвинт, 12
Гіпоциклоїда, 73
Група Ассура, 47
- Д**
Джерела механічного руху, 210
Дуга зачеплення, 82
- Е**
Евольвента, 72
Елемент, 18
Епіциклоїда, 73
- З**
Зчеплення
 годинникове, 73
 евольвентне, 71
 колове, 75
 прямолінійне, 77
 циклоїдальне, 73
 цівкове, 74
- Зв'язок, 14, 213
Здатність
 демпфіруюча, 159
 механізму функціональна, 24
З'єднання кінематичне, 18
Зірочка, 12
Зрівноваження механізмів, 214
- І**
Інволюта, 72
- К**
Коефіцієнт
 втрат механічної енергії, 229
 динамічний в'язкості, 158
 діаметра черв'яка, 102
 зчеплення, 166
 кінематичний в'язкості, 158
 контактних напружень, 89, 91
 корисної дії, 230
 опору кочення, 173
 перекриття осьовий, 82
 поглинання, 159
 середній нерівномірності
 ходу, 197
 тертя спокою, 165
 тертя, 166
Колесо, 69
 зубчасте, 12
 паразитне, 68
 черв'ячне, 12
Коло
 основне, 71
 початкове, 73
Координата узагальнена, 28
Коригування, 86
Коробка
 зміни передач, 67
 подач, 136
 швидкостей, 68, 136
Коромисло, 11

Крейцкопф, 12
Кривошип, 11
Критерій оптимізації, 41
Крок коловий, 70
Кулачок, 12
Куліса, 12
Кут

зачеплення, 89, 91
спокою, 166
тертя, 166
тиску, 56

Л

Ланка, 10
вихідна, 13
вхідна, 13
проміжна, 13
Ланцюг кінематичний, 18
Лінія зачеплення, 80

М

Маніпулятор, 7
Маса
махова, 201
приведена, 180
Машина, 7, 9
Метод
Віліса, 64
кінетостатичний, 144
Механізм, 6, 8
багатоланковий важільний, 47
гвинтовий, 98
гнучкий, 103
ексцентриковий важільний
повзунний, 48
зубчастий, 66
комбінований, 108
кривошипно-коромисловий, 44
кривошипно-кулісний, 46
кривошипно-повзунний, 42
кулачковий, 53

кулісний, 51
мальтійський, 49
хрестоподібний, 49
черв'ячний, 101

Модель математична, 40
Модуль, 71

Момент
інерції приведений, 180
інерції ротора
відцентровий, 224
маховика, 202
перекидальний, 205
приведений, 147
Мультиплікатор, 79

Н

Нерівномірність ходу
механізму періодична, 197

О

Опис математичний, 40
Основа, 10

П

Пара кінематична, 13, 14, 18
Пара поступальна, 166
Передача
зубчаста, 66
механічна, 7
пасова, 103
фрикційна, 59
Перекриття торцеве, 82
План механізму, 124
Повзун, 12
Полюс зачеплення, 75, 80
Поршень, 12

Р

Реакція зв'язку, 146
Регулювання автоматичне, 212
Регулятор, 201, 213

Редуктор, 67, 79, 154
Режим перехідний, 201
Рейка, 12
Робот промисловий, 7
Розгалуджувач потоку, 136
Ротор, 222
Рух

головний, 23
періодичний усталений, 195
рівномірний усталений, 194

С

Сила
приведена, 147
тертя, 163
Синтез метричний, 121
Структура механізму, 24, 30
Схема, 22

Т

Тертя, 157

Ф

Фаза, 36
Функція
передавальна, 28
цільова, 41

Х

Характеристика
електродвигуна механічна, 191
маховика, 211

Ц

Цапфа, 168
Цикл, 36
Циклічність, 36
Циклоїда, 73
Циліндр, 12

Ч

Черв'як, 12
Число
передавальне, 79
Рейнольда, 161

Ш

Шатун, 12
Швидкість вхідної ланки
механізму, 29
Шестірня, 69
Шийка, 168
Шип, 168
Шків, 12
Штовхач, 12
Шток, 12

ЛІТЕРАТУРА

- 1 *Артоболевский И.И.* Теория механизмов и машин. Москва: Наука, 1988. 640 с.
- 2 *Артоболевский И.И.* Механизмы в современной технике: пособие для инженеров, конструкторов и изобретателей: в 7 т. Москва: Наука, 1979-1981.
- 3 *Бар'яхтар В.Г.* Механіка: підручник для студентів фізичних та фізико-технічних факультетів університетів. Київ: Наукова думка, 2011. 351 с.
- 4 *Белоконев И.М.* Теория механизмов и машин: методы автоматизированного проектирования. Киев: Вища школа, 1990. 207 с.
- 5 *Бурлака В.В., Кучеренко С.І., Мазоренко Д.І., Тищенко Л.М.* Основи теорії механізмів і машин. Курс лекцій. Підручник. Харків, 2009. 340 с.
- 6 *Бучинський М.Я., Горик О.В., Чернявський А.М., Яхін С.В.* Основи творення машин. Підручник. Харків: НТМТ, 2017. 448 с.
- 7 *Дащенко О.Ф., Білоконев І.М., Йоргачов Д.В., Свінар'юв Ю.М.* Інженерна механіка. Автоматизовані розрахунки механізмів та машин в системі Microsoft Excel: підручник. Одеса: ТЕС, 2004. 320 с.
- 8 *Заблонский К.И., Белоконев И.М., Щекин Б.М.* Теория механизмов и машин. Киев: Вища школа, 1989. 376 с.
- 9 *Златопольський Ф.Й., Філімоніхін Г.Б., Коваленко В.В., Чайковський О.Б.* Розрахунок важільних і кулачкових механізмів з допомогою ПЕОМ: навчальний посібник. Кіровоград: Код, 2003. 149 с.
- 10 *Кіницький Я.Т.* Теорія механізмів і машин. Київ: Наукова думка, 2002. 660 с.
- 11 *Колесникова Н.С.* Машина – ее прошлое, настоящее, будущее. Москва: Книга, 1980. 71 с.
- 12 *Крайнев А.Ф.* Словарь-справочник по механизмам. Москва: Машиностроение, 1987. 560 с.
- 13 *Левитская О.Н., Левитский Н.И.* Курс теории механизмов и машин. Москва: Высшая школа, 1985. 279 с.
- 14 *Левитский Н.И.* Теория механизмов и машин: учебное пособие. Москва: Наука, 1990. 592 с.
- 15 *Онищенко О.Г., Коробко Б.О., Ващенко К.М.* Структура, кінематика та динаміка механізмів: навчальний посібник. Полтава: ПолтНТУ, 2010. 274 с.
- 16 *Онищенко О.Г., Попов С.В., Вірченко В.В.* Вплив геометричних параметрів на ефективність роботи цівкового зачеплення змішувачів для приготування будівельних розчинних сумішей. *Збірник наукових праць (Галузеве машинобудування, будівництво)*. Полтава: ПолтНТУ, 2010. Вип. 27. С.3–8.
- 17 *Павловський М.А.* Теоретична механіка. Київ: Вища школа, 1993. 479 с.
- 18 *Пирогов В.В., Філімоніхін Г.Б., Невдаха Ю.А.* Теорія механізмів і машин. Частина 1: навчальний посібник. Кропивницький: ЦНТУ, 2017. 88 с.
- 19 *Попов С.А., Тимофеев Г.А.* Курсовое проектирование по теории механизмов и механике машин. Москва: Машиностроение, 1998. 351 с.

20 Попов С.В., Васильєв А.В. Дослідження епіциклоїдального профілю цівкової передачі для заданого руху робочого органа. *Збірник наукових праць (Галузеве машинобудування, будівництво)*. Полтава: ПолтНТУ, 2013. Вип. 2 (37). С.124–128.

21 Попов С.В., Васильєв А.В. Малогабаритні розчинозмішувальні установки. *Нові рішення в сучасних технологіях*. Харків: НТУ „ХПІ”, 2014. №7 (1050). С.25–29.

22 Смелягин А.И. Структура механизмов и машин. Новосибирск: НГТУ, 2002. 298 с.

23 Стрелков С.П. Механика. Санкт-Петербург: Лань, 2005. 560 с.

24 Тимофеев Г.А. Теория механизмов и машин. Москва: Юрайт, 2010. 352 с.

25 Фролов Є.А., Кравченко С.І., Попов С.В., Гнітько С.М. Технологічне забезпечення якості продукції машинобудування: монографія. Полтава, 2019. 204 с.

26 Фролов К.В. Теория механизмов и машин. Москва: Высшая школа, 2003. 496 с.

27 Popov S. The designing of crank mechanism of piston pump. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2013. №1/7 (61). P. 30–32.

28 Popov S. The research of mortar components mixing process. *International Journal of Engineering & Technology*. 2018. №7(3.2). P. 27-31.

ДОДАТОК А. ЕЛЕМЕНТИ КІНЕМАТИКИ

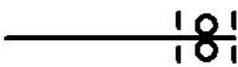
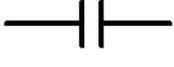
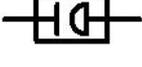
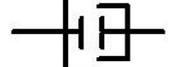
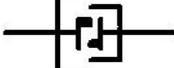
Таблиця А.1 – Умовні графічні позначення елементів кінематики

Найменування	Позначення
Позначення елементів машин і механізмів	
<p>Вал, валик, вісь, стрижень, шатун і т.п.</p> <p>Нерухома ланка (стійка).</p> <p>Для зазначення нерухомості будь-якої ланки частину її контуру покривають штрихуванням.</p> <p>З'єднання частин ланки: нерухоме;</p> <p>нерухоме, що допускає регулювання;</p> <p>нерухоме з'єднання деталі із валом, стрижнем.</p> <p>Кінематична пара: обертова;</p> <p>обертова багатократна, наприклад, двократна;</p> <p>поступальна;</p> <p>гвинтова;</p> <p>циліндрична;</p>	<p>The diagrammatic symbols include: a horizontal line for a shaft; a circle with a hatched area for a fixed link; a circle with a hatched area and a pin for a revolute joint; a circle with a hatched area and a pin for a revolute joint with adjustment; a circle with a hatched area and a pin for a fixed connection to a shaft; a triangle with a hatched area for a revolute pair; a triangle with a hatched area and a pin for a multi-revolute pair; a triangle with a hatched area and a pin for a prismatic pair; a triangle with a hatched area and a pin for a prismatic pair with adjustment; a triangle with a hatched area and a pin for a screw pair; and a triangle with a hatched area and a pin for a cylindrical pair.</p>

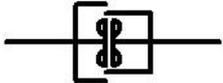
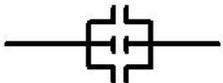
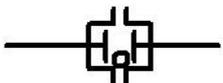
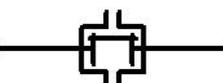
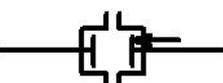
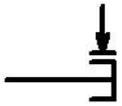
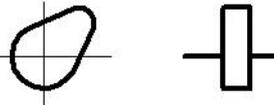
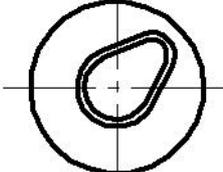
Продовження таблиці А.1

Найменування	Позначення
<i>сферична із пальцем;</i>	
<i>карданний шарнір;</i>	
<i>сферична (кульова);</i>	
<i>площинна;</i>	
<i>трубчаста (куля-циліндр);</i>	
<i>точкова (куля-площина).</i>	
<i>Підшипники ковзання та кочення на валу (без уточнення типу):</i>	
<i>радіальні;</i>	
<i>упорні.</i>	
<i>Підшипники ковзання:</i>	
<i>радіальні;</i>	
<i>радіально-упорні: однобічні;</i>	
<i>двобічні;</i>	
<i>упорні: однобічні;</i>	
<i>двобічні.</i>	
<i>Підшипники кочення:</i>	
<i>радіальні;</i>	

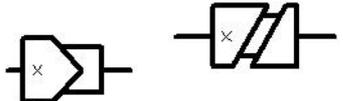
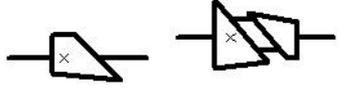
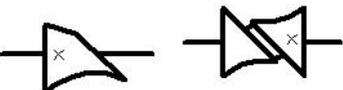
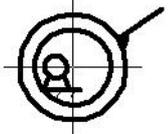
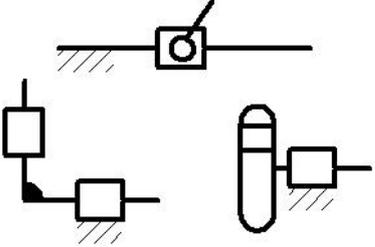
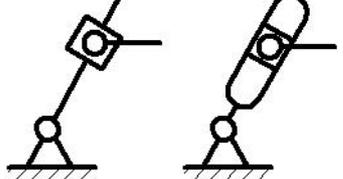
Продовження таблиці А.1

Найменування	Позначення
радіально-упорні: однобічні;	
двобічні;	
упорні: однобічні;	
двобічні.	
Муфта. Загальне позначення без уточнення типу.	
Муфта нерозчійна (некерована): глуха;	
пружна;	
компенсуюча.	
Муфта зчійна (керована): загальне позначення;	
однобічна;	
двобічна.	
Муфта зчійна механічна: синхронна, наприклад, зубчаста;	
асинхронна, наприклад, фрикційна.	

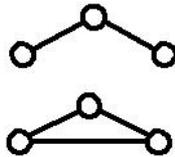
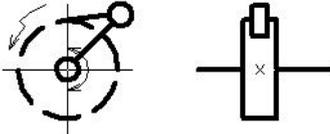
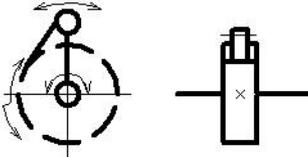
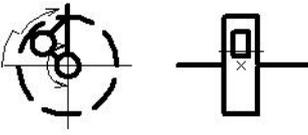
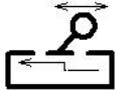
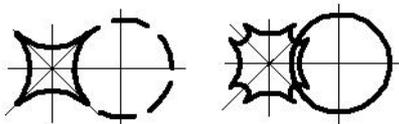
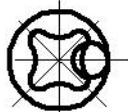
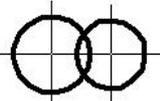
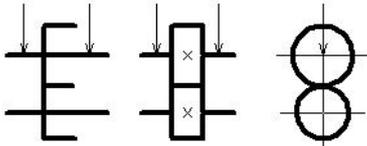
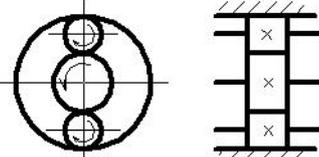
Продовження таблиці А.1

Найменування	Позначення
<i>Муфта зчіпна електрична</i>	
<i>Муфта зчіпна гідравлічна або пневматична</i>	
<i>Муфта автоматична (самодіюча): загальне позначення;</i>	
<i>обгінна (вільного ходу);</i>	
<i>відцентрова фрикційна;</i>	
<i>запобіжна із елементом, що руйнується;</i>	
<i>із елементом, що не руйнується.</i>	
<i>Гальмо. Загальне позначення без уточнення типу.</i>	
<i>Кулачки плоскі: поздовжнього переміщення;</i>	
<i>обертові;</i>	
<i>обертові пазові.</i>	

Продовження таблиці А.1

Найменування	Позначення
Кулачки барабанні: циліндричні;	
конічні;	
криволінійні.	
Штовхач (ведуча ланка): загострений;	
дугувий;	
роликовий;	
плоский.	
Ланка важільних механізмів двохелементна: кривошип, коромисло, шатун;	
ексцентрик;	
повзун;	
куліса.	

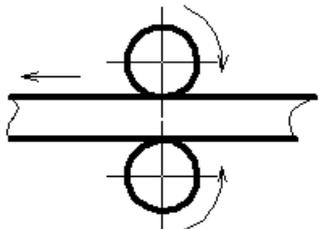
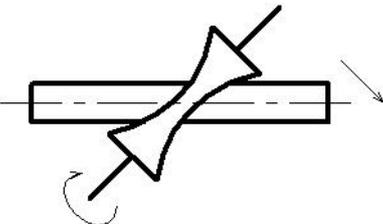
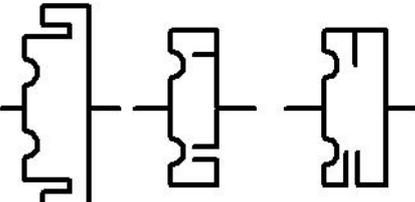
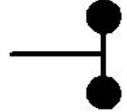
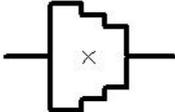
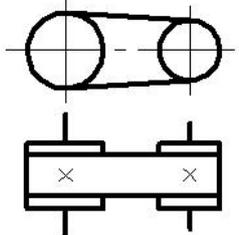
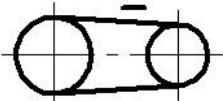
Продовження таблиці А.1

Найменування	Позначення
<p>Ланка важільних механізмів трьохелементна (штриховку можна не наносити).</p>	
<p>Храпові зубчасті механізми: із зовнішнім зачепленням однібічні;</p>	
<p>із зовнішнім зачепленням двобічні;</p>	
<p>із внутрішнім зачепленням однібічні;</p>	
<p>із рейковим зачепленням.</p>	
<p>Мальтійські механізми із радіальним розташуванням пазів мальтійського хреста:</p>	
<p>із зовнішнім зачепленням;</p>	
<p>із внутрішнім зачепленням;</p>	
<p>загальне позначення.</p>	
<p>Передачі фрикційні:</p>	
<p>із циліндричними роликами;</p>	

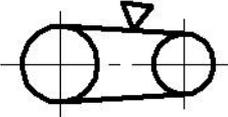
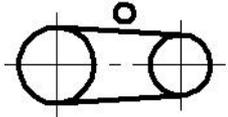
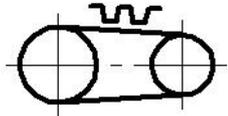
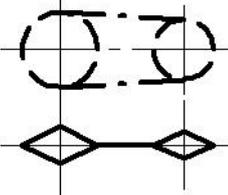
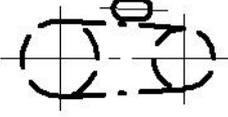
Продовження таблиці А.1

Найменування	Позначення
із конічними роликами;	
із конічними роликами регульовані;	
із криволінійними твірними робочих тіл і роликами, що нахиляються, регульовані;	
торцеві (лобові) регульовані;	
зі сферичними і конічними (циліндричними) роликами регульовані;	

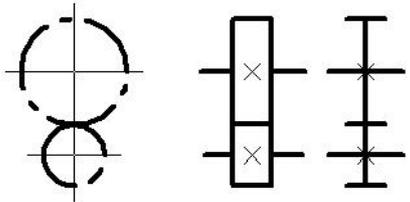
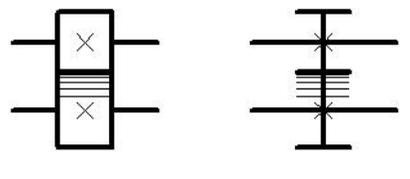
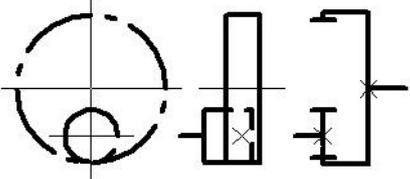
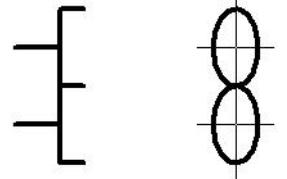
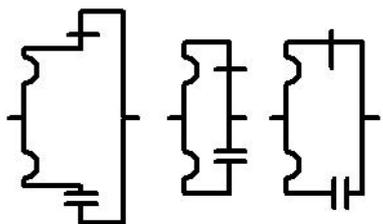
Продовження таблиці А.1

Найменування	Позначення
<p>із циліндричними роликами, що перетворюють обертовий рух у поступальний;</p>	
<p>із гіперболоїдними роликами, що перетворюють обертовий рух у гвинтовий;</p>	
<p>із гнучкими роликами (хвильові).</p>	
<p>Маховик на валу.</p>	
<p>Шків ступінчастий, закріплений на валу.</p>	
<p>Передача пасом без уточнення типу паса.</p>	
<p>Передача плоским пасом.</p>	

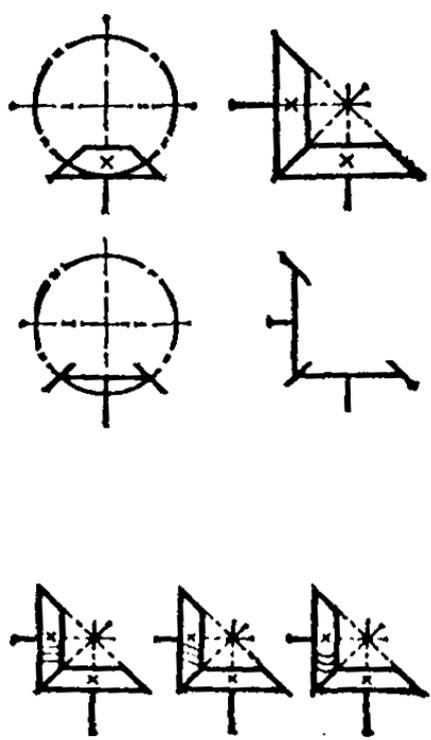
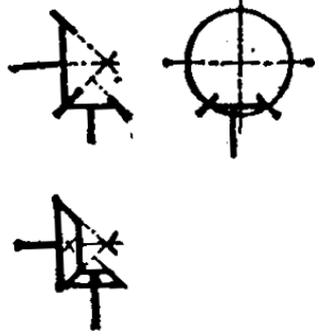
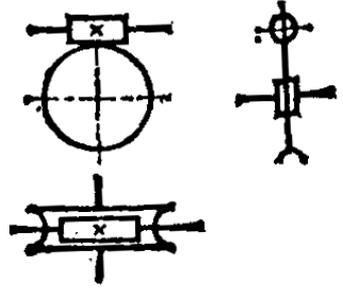
Продовження таблиці А.1

Найменування	Позначення
<i>Передача клиновим пасом.</i>	
<i>Передача круглим пасом.</i>	
<i>Передача зубчастим пасом.</i>	
<i>Передача ланцюгом:</i> <i>загальне позначення без уточнення типу ланцюга;</i>	
<i>круглоланковий;</i>	
<i>пластинчастий;</i>	
<i>зубчастий.</i>	

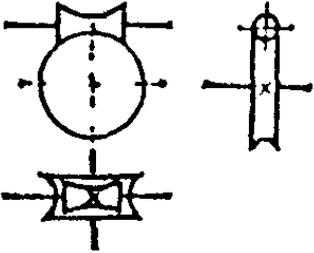
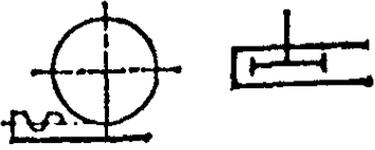
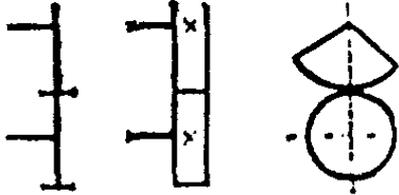
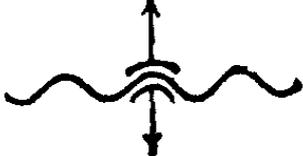
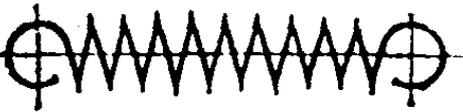
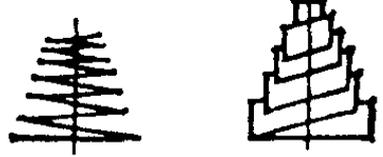
Продовження таблиці А.1

Найменування	Позначення
<p>Передачі зубчасті (циліндричні): зовнішнє зачеплення (загальне позначення без уточнення типу зубців);</p>	
<p>зовнішнє зачеплення із прямими, косими і шевронними зубцями;</p>	
<p>внутрішнє зачеплення;</p>	
<p>із некруглими колесами.</p>	
<p>Передачі зубчасті із гнучкими колесами (хвильові).</p>	

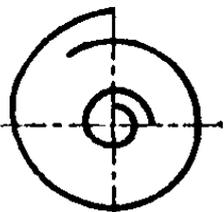
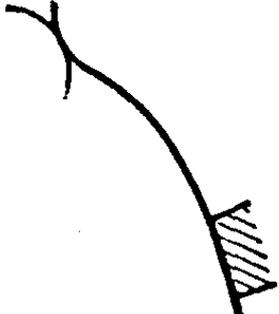
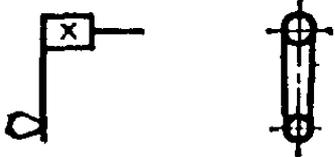
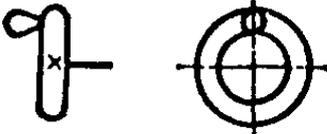
Продовження таблиці А.1

Найменування	Позначення
<p>Передачі зубчасті із валами, що перетинаються, та конічні:</p> <p>загальне позначення без уточнення типу зубців;</p> <p>із прямими, спіральними та круглими зубцями.</p>	 <p>The symbols for intersecting shaft gear drives are arranged in three rows. The first row shows a circular gear symbol (left) and a conical gear symbol (right). The second row shows a circular gear symbol (left) and a conical gear symbol (right). The third row shows three conical gear symbols (left, middle, right).</p>
<p>Передачі зубчасті із перехресними валами: геноїдні;</p>	 <p>The symbols for crossed shaft gear drives with hypoid teeth are arranged in two rows. The first row shows a conical gear symbol (left) and a circular gear symbol (right). The second row shows a conical gear symbol (left).</p>
<p>черв'ячні із циліндричним черв'яком;</p>	 <p>The symbols for worm drives with cylindrical worms are arranged in two rows. The first row shows a circular gear symbol (left) and a worm gear symbol (right). The second row shows a cylindrical gear symbol (left).</p>

Продовження таблиці А.1

Найменування	Позначення
<p>черв'ячні глобоїдні.</p>	
<p>Передачі зубчасті рейкові: загальне позначення без уточнення типу зубців.</p>	
<p>Передача зубчастим сектором без уточнення типу зубців.</p>	
<p>Гвинт, що передає рух.</p>	
<p>Гайка на гвинті, що передає рух: нероз'ємна;</p>	
<p>нероз'ємна із кульками;</p>	
<p>роз'ємна.</p>	
<p>Пружини: циліндричні стиску;</p>	
<p>циліндричні розтягу;</p>	
<p>конічні стиску;</p>	

Продовження таблиці А.1

Найменування	Позначення
циліндричні, що працюють на кручення;	
спіральні;	
листові: одинарна;	
ресора;	
тарілчата.	
Важіль перемикання.	
Кінець валу під знімну рукоятку.	
Рукоятка.	
Маховичок.	
Пересувні упори.	
Гнучкий вал для передачі обертового моменту.	

Продовження таблиці А.1

Найменування	Позначення
Позначення рухів	
<p>Однобічний рух: прямолінійний;</p> <p>обертовий: із віссю обертання у площині креслення; із віссю обертання, що перпендикулярна до площини креслення;</p> <p>гвинтовий: із віссю обертання в площині креслення; із віссю обертання, що перпендикулярна до площини креслення.</p> <p>Зворотний рух: прямолінійний;</p> <p>обертовий: із віссю обертання у площині креслення; із віссю обертання, що перпендикулярна до площини креслення;</p> <p>гвинтовий: із віссю обертання у площині креслення; із віссю обертання, що перпендикулярна до площини креслення.</p> <p>Однобічний рух із миттєвою зупинкою у проміжному положенні: прямолінійний; обертовий.</p> <p>Однобічний рух із вистоям у проміжному положенні: прямолінійний; обертовий.</p> <p>Однобічний рух із частковим зворотним рухом: прямолінійний; обертовий.</p>	

ДОДАТОК Б. АЛФАВІТИ І ЦИФРИ

Таблиця Б.1 – Алфавіти

Рукописні букви	Звучання	Рукописні букви	Звучання
Латинський алфавіт			
<i>A a</i>	<i>a</i>	<i>N n</i>	<i>ен</i>
<i>B b</i>	<i>бе</i>	<i>O o</i>	<i>о</i>
<i>C c</i>	<i>це</i>	<i>P p</i>	<i>пе</i>
<i>D d</i>	<i>де</i>	<i>Q q</i>	<i>ку</i>
<i>E e</i>	<i>e</i>	<i>R r</i>	<i>ер</i>
<i>F f</i>	<i>еф</i>	<i>S s</i>	<i>ес</i>
<i>G g</i>	<i>ге</i>	<i>T t</i>	<i>те</i>
<i>H h</i>	<i>аи</i>	<i>U u</i>	<i>у</i>
<i>I i</i>	<i>i</i>	<i>V v</i>	<i>ве</i>
<i>J j</i>	<i>йот</i>	<i>W w</i>	<i>дубль-ве</i>
<i>K k</i>	<i>ка</i>	<i>X x</i>	<i>ікс</i>
<i>L l</i>	<i>ель</i>	<i>Y y</i>	<i>ігрек</i>
<i>M m</i>	<i>ем</i>	<i>Z z</i>	<i>зет</i>
Грецький алфавіт			
<i>A α</i>	<i>альфа</i>	<i>N μ</i>	<i>ню</i>
<i>B β</i>	<i>бета</i>	<i>Ξ ζ</i>	<i>ксі</i>
<i>Γ γ</i>	<i>гамма</i>	<i>O o</i>	<i>о мікрон</i>
<i>Δ δ</i>	<i>дельта</i>	<i>Π π</i>	<i>пі</i>
<i>E ε</i>	<i>е псилон</i>	<i>P ρ</i>	<i>ро</i>
<i>Z ζ</i>	<i>зета</i>	<i>Σ σ</i>	<i>сигма</i>
<i>Η η</i>	<i>ета</i>	<i>T τ</i>	<i>тау</i>
<i>Θ θ</i>	<i>тета</i>	<i>Υ υ</i>	<i>[u] псилон</i>
<i>I ι</i>	<i>йота</i>	<i>Φ φ</i>	<i>фі</i>
<i>Κ κ</i>	<i>каппа</i>	<i>Χ χ</i>	<i>хі</i>
<i>Λ λ</i>	<i>ламбда</i>	<i>Ψ ψ</i>	<i>псі</i>
<i>Μ μ</i>	<i>мю</i>	<i>Ω ω</i>	<i>омега</i>

Римські цифри зображуються основними знаками: I, V, X, L, C, D і M, які відповідають наступним натуральним числам: : I – 1, V – 5, X – 10, L – 50, C – 100, D – 500 і M – 1000. За допомогою основних знаків записуються всі натуральні числа. Для визначення натурального числа слід просумувати значення всіх римських цифр, записаних у числі. Але якщо перед більшою за значенням цифрою стоїть менша, то від цифри більшого значення слід відняти цифру меншого значення, наприклад: XVII = 10 + 5 + 1 + 1 = 17; XCIII = (100 - 10) + 1 + 1 + 1 = 93.

Приклади: I = 1; II = 2; III = 3; IV = 4; V = 5; VI = 6; VII = 7; VIII = 8; IX = 9; X = 10; XIV = 14; XXVI = 26; XL = 40; LX = 60; XCIX = 99; CCCII = 302; VD = 495; IIM=998; MCMXCVIII = 1998.

ДОДАТОК В. МІЖНАРОДНА СИСТЕМА ОДИНИЦЬ СІ

Таблиця В.1 – Основні, додаткові, найважливіші похідні одиниці СІ

Найменування величини	Одиниця		
	найменування	позначення	
		українське	міжнародне
1	2	3	4
Основні одиниці			
Довжина	метр	м	m
Маса	кілограм	кг	kg
Час	секунда	с	s
Сила електричного струму	ампер	А	A
Термодинамічна температура	кельвін	К	K
Температура	цельсій	°С	°C
Сила світла	кандела	кд	cd
Кількість речовини	моль	моль	mol
Додаткові одиниці			
Плоский кут	радіан	Рад	rad
Тілесний кут	стерадіан	ср	sr
Похідні одиниці			
<u>Одиниці простору і часу</u>			
Площа	квадратний метр	м ²	m ²
Об'єм, місткість	кубічний метр	м ³	m ³
Швидкість	метр за секунду	м/с	m/s
Прискорення	метр за секунду у квадраті	м/с ²	m/s ²
Кутова швидкість	радіан за секунду	рад/с	rad/s
Кутове прискорення	радіан за секунду у квадраті	рад/с ²	rad/s ²
Частота	герц	Гц	Hz
Частота обертання	секунда в мінус першому степені	с ⁻¹	s ⁻¹
Частота дискретних подій (частота імпульсів, ударів, ...)			
Період	секунда	с	s
<u>Одиниці механічних величин</u>			
Сила	ньютон	Н	N
Густина	кілограм на кубічний метр	кг/м ³	kg/m ³
Момент сили	ньютон-метр	Н·м	N·m
Тиск (механічне напруження)	паскаль	Па	Pa
Робота (енергія)	джоуль	Дж	J
Потужність	ват	Вт	W
Вага	ньютон	Н	N
Питомий об'єм	кубічний метр на кілограм	м ³ /кг	m ³ /kg
Питома вага	ньютон на кубічний метр	Н/м ³	N/m ³
Момент інерції	кілограм-метр у квадраті	кг·м ²	kg·m ²
Полярний момент інерції площі плоскої фігури	метр у четвертому степені	м ⁴	m ⁴
Градiєнт тиску	паскаль на метр	Па/м	Pa/m
Кількість руху	кілограм-метр за секунду	кг·м/с	kg·m/s
Момент кількості руху	кілограм-метр у квадраті за секунду	кг·м ² /с	kg·m ² /s

Продовження таблиці В.1

1	2	3	4
Згинаючий (обертовий) момент	ньютон-метр	Н·м	N·m
Модуль поздовжньої пружності, модуль пружності при зсуві	паскаль	Па	Pa
<u>Одиниці теплових величин</u>			
Кількість теплоти	джоуль	Дж	J
Питома кількість теплоти	джоуль на кілограм	Дж/кг	J/kg
Питома теплоємність	джоуль на кілограм-кельвін	Дж/(кг·К)	J/(kg·K)
Теплопровідність	ват на метр-кельвін	Вт/(м·К)	W/(m·K)
Густина теплового потоку	ват на метр квадратний	Вт/м ²	W/m ²
Коефіцієнт теплообміну і теплопередачі	ват на метр квадратний-кельвін	Вт/(м ² ·К)	W/(m ² ·K)
<u>Одиниці світлових величин</u>			
Світловий потік	люмен	лм	lm
Освітленість	люкс	лк	lx
Яскравість	кандела на квадратний метр	кд/м ²	cd/m ²
<u>Одиниці електричних і магнітних величин</u>			
Електричний заряд	кулон	Кл	C
Електрична напруга	вольт	В	V
Електрична ємність	фарада	Ф	F
Електричний опір	ом	Ом	Ω
Питомий електричний опір	ом-метр	Ом·м	Ω·m
Магнітний потік	вебер	Вб	Wb
Магнітна індукція	тесла	Тл	T
Електрична провідність	сіменс	См	S
Індуктивність	генрі	Г	H

Навчальне видання

Попов Станіслав Вячеславович,
Бучинський Мирослав Яремович,
Гнітько Сергій Михайлович,
Чернявський Анатолій Миколайович

ТЕОРІЯ МЕХАНІЗМІВ ТЕХНОЛОГІЧНИХ МАШИН

Коректор Слесарчук А.І.
Дизайн обкладинки Бондаренко О.В.
Верстка Попов К.С.

Оригінал-макет виготовлено
на кафедрі будівельних машин і обладнання
(секція «Прикладна механіка»)
Навчально-наукового інституту
інформаційних технологій і механотроніки
Полтавського національного технічного університету
імені Юрія Кондратюка

Підписано до друку 09.08.2019 р. Формат 60×90 1/16.
Папір крейдяний матовий. Гарнітура Times New Roman. Друк офсетний.
Умов. друк. арк. 16,75. Наклад 500 прим. Зам. №15-08
Ціна за домовленістю.

Видавництво «НТМТ»
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
ДК №1748 від 15.04.2004 р.
Адреса: 61072, м. Харків, пр. Науки, 58, к.106