

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВІБРАЦІЙНОЇ МАШИНИ З ВІБРОЗБУДЖУВАЧЕМ, У ЯКОГО ВІСЬ ДЕБАЛАНСНОГО ВАЛА РОЗТАШОВАНА ПЕРПЕНДИКУЛЯРНО ДО НАПРЯМКУ РУХУ

¹Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»

Вібрація відіграє ключову роль у вдосконаленні та оптимізації багатьох технологічних процесів, дозволяючи не лише підвищити їхню ефективність але й поліпшити якісні показники. Багато сучасних технологій стали можливими завдяки впровадженню вібраційних методів. У будівництві та інженерних проектах особливе місце посідає ущільнення матеріалів, яке значною мірою визначає стабільність та надійність конструкцій. Параметри ущільнення матеріалів які регулюються вібраційними установками, мають вирішальне значення для досягнення необхідної якості.

Особливої уваги заслуговує компактна дорожня техніка, наприклад, вібраційні плити, які є надзвичайно корисними для ущільнення матеріалів на невеликих приватних ділянках та в умовах обмеженого простору. У дослідженні розглянуто роботу саме таких пристроїв, оснащених механізмами, що генерують вібрацію, з метою визначення оптимальних параметрів для підвищення ефективності та якості ущільнення. Автори статті аналізують ключові параметри вібраційної машини, що впливають на якість ущільнення матеріалів. Основна мета полягає у вивченні факторів, таких як амплітуда вібрації, сила тертя, навантаження та прикладена сила для переміщення вібраційного пристрою, а також у визначенні їх взаємозв'язку з кінцевою якістю ущільнення. Вивчення цих параметрів дозволяє встановити оптимальні значення для досягнення максимальної якості ущільнення. Розробка математичної моделі вібраційної плити дозволить здійснювати математичне моделювання з метою оптимізації зазначених параметрів. Це спрямовано на покращення енергозбереження, технологічних можливостей та тягової сили необхідної для переміщення вібраційного пристрою. Створення такої моделі стане важливим кроком у підвищенні ефективності роботи вібраційної плити та дозволить зменшити витрати енергії, зберігаючи високу якість ущільнення матеріалів. Математичне моделювання також дасть змогу прогнозувати поведінку системи під час експлуатації, враховуючи різні фактори впливу, що також підвищить надійність і довговічність конструкцій.

Ключові слова: вібраційна плита, сила тертя, аналіз параметрів вібрації, вібраційна машина, математична модель, віброзбуджувач.

Вступ

Ущільнення матеріалів є ключовим етапом будівельних робіт та інженерних проектів, значно впливаючи на стійкість і надійність конструкцій. Один з найефективніших методів ущільнення полягає у використанні вібраційних машин, які застосовують вібраційні коливання для зменшення пористості та збільшення щільності матеріалу [1].

Проте, якість ущільнення виробів залежить від різних параметрів, які контролюються та налаштовуються на вібраційній техніці. Інженери та спеціалісти, задіяні в цій галузі, відчують потребу в глибокому розумінні того, як ці параметри впливають на процес ущільнення та якість кінцевого результату.

Постановка проблеми

Зміцнення виробів є критичним процесом у будівництві та інженерних проектах, і вібраційні машини відіграють ключову роль у досягненні оптимального рівня ущільнення. Проте якість ущільнення значно варіюється залежно від різних параметрів вібраційної установки, таких як амплі-

туда та частота вібрацій, навантаження та геометричні розміри установки [2], [3]. Дослідження цих параметрів дозволяє визначити оптимальні значення для забезпечення максимальної якості ущільнення вібраційними машинами виробів. Результати таких досліджень можуть бути корисними для інженерів, будівельних підрядників та фахівців, які займаються проектуванням і виконанням робіт з ущільнення матеріалу.

В статті розглядаються сили, які діють на вібраційну установку та впливають на якість ущільнення. Один з ключових аспектів, що потребує уваги, — це амплітуда вібрацій, оскільки величина коливань може впливати на глибину ущільнення матеріалу. Вивчення оптимальних значень амплітуди може підвищити ефективність віброущільнення та забезпечити рівномірність ущільнення по всій поверхні. Таким чином, врахування цих параметрів сприятиме кращому розумінню процесу віброущільнення та розробці оптимальних умов для досягнення високої якості ущільнення матеріалу.

Аналіз останніх джерел досліджень

Робочий орган вібраційної плити представлений віброзбудувачем, встановленим на робочому елементі ущільнювальної машини, який створює коливання частинок матеріалу різної форми та маси. Внаслідок цих коливань частинки отримують різні прискорення і взаємодіють одна з одною, що покращує процес ущільнення [4], [5].

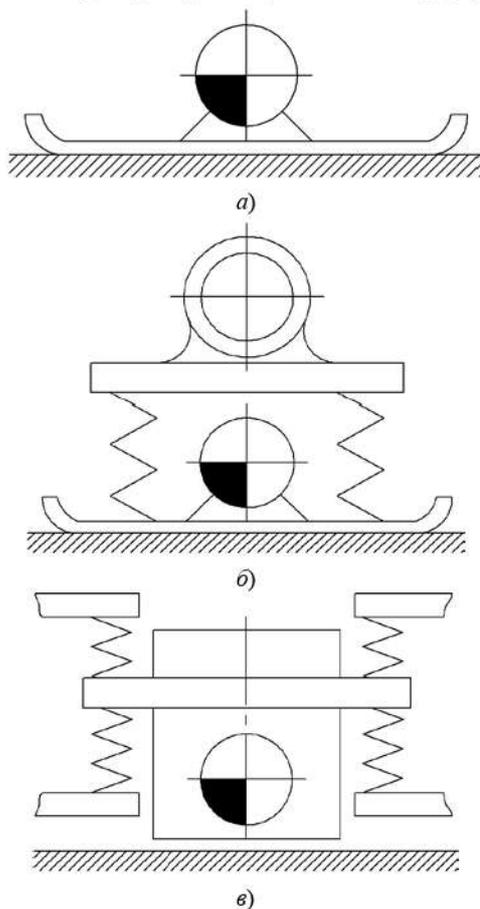


Рис. 1. Принципові схеми пристроїв вібраційних плит: а — одномасові; б — двомасові; в — віброударні

Вібраційні пристрої за своєю принциповою схемою можуть бути класифіковані на одномасові, двомасові, віброударні рис. 1. У випадку одномасових пристроїв вся маса плити бере участь у коливальному русі. В двомасових пристроях коливається лише нижня частина плити, тоді як верхня частина (пружна) залишається нерухомою, впливаючи на ґрунт через збільшення загального статичного тиску. Двигун зазвичай розміщується у верхній частині плити і працює в стабільному стані. За однакової площі контакту, ефект ущільнення ґрунту в одно- та двомасових вібраційних плитах є приблизно однаковим. Проте механічна робота, необхідна для ущільнення, значно менша у двомасових машинах завдяки зменшенню інерційних втрат [6].

Метод вібраційного ущільнення базується на тому, що маса, яка коливається на високих частотах, передає кінетичну енергію частинкам матеріалу в зоні дії вібратора, приводячи їх у коливальний стан. Частинки різного розміру та маси піддаються різним прискоренням і переміщуються одна відносно одної, заповнюючи пори між великими частинками дрібнішими, що викликає збільшення щільності матеріалу [7]. Відносне переміщення частинок відбувається швидше коли є більша різниця в масі окремих частинок, які складають ґрунт, і слабшій сполучній силі між ними. Таким чином, матеріали з низькою зв'язністю добре ущільнюються під дією вібрації.

Інтенсивна робота ущільнювальної машини змінює щільність матеріалу. Одночасно з цим зростає опір деформації, і після завершення процесу ущільнення деформація припиняється. Для досягнення розрахункової щільності під час ущільнення необхідно постійно збільшувати контактний тиск робочого органу на матеріал. Це здійснюється

ся шляхом застосування різних типів робочих органів (легких, середніх, важких) для ущільнення суміші, що ускладнює організацію процесу пресування та негативно впливає на деякі техніко-економічні показники, такі як трудомісткість, енергоємність та металоємність готових виробів.

Метою роботи є розробка математичної моделі вібраційної плити, яка дозволить здійснювати математичне моделювання з метою оптимізації зазначених параметрів. Це спрямовано на покращення технологічних можливостей та тягової сили, необхідної для переміщення вібраційного пристрою, енергозбереження.

Результати дослідження

На основі теоретичних досліджень та конструкторських розробок створено одномасову вібраційну машину зі змінним робочим органом для ущільнення ґрунту, яка показана на рис. 2 [8].

Важливою характеристикою створюваного вібраційного пристрою є його здатність легко переміщатися по нерівній поверхні за допомогою невеликої сили. В реальних умовах варто враховувати, що сила тертя, яка виникає між вібропристроєм і поверхнею ковзання, змінюється зі зміною знака швидкості ковзання. При цьому прикладання постійної сили до вібропристрою не створюватиме технічних труднощів, а віброгенератор із дебалансним валом забезпечить симетричну збуджувальну силу.



Рис. 2. Дослідна вібраційна плита

Виникає завдання визначення оптимального співвідношення між вагою вібропристрою з корисним навантаженням, величиною збуджувальної сили, яка генерується віброгенератором, коефіцієнтом сухого тертя і постійною силою, яка прикладається до вібропристрою для його переміщення.

Розглянемо умови, необхідні для переміщення вібропристрою в напрямку перпендикулярному до дебалансного вала [9].

Розглянемо спрощену модель вібраційного пристрою, встановленого на нерівній площині рис. 3. На корпусі вібраційної плити встановлений віброзбуджувач, який генерує збуджувальну силу:

$$\Phi = me\omega^2, \quad (1)$$

де m — маса дебалансів, кг; e — ексцентрисигет дебалансів, мм; ω — кутова швидкість обертання дебалансного вала, с^{-1} .

Вібраційна плита рухається по горизонтальній поверхні і на неї діють такі сили [10] (рис. 3) як: P — сила ваги вібраційної плити, F_{mp} — сила тертя робочого органу, N — нормальна реакція, T — сила,

прикладена для переміщення вібраційної плити, Φ — сила, яку генерує віброзбуджувач.

Тепер запишемо диференціальні рівняння руху вібраційної плити за допомогою рівняння Лагранжа другого роду, враховуючи умову $\Phi < P$ для отримання безвідривного руху. Силу тертя, що виникає між робочим органом і поверхнею під час переміщення, можна описати законом Леонардо да Вінчі–Амонтона

$$F_{mp} = -fN \text{sign } v, \quad v \neq 0, \quad (2)$$

де f — коефіцієнт тертя; v — швидкість руху вібраційної плити.

Запишемо диференціальні рівняння руху вібраційної плити

$$m\ddot{x} = T - F_x \text{sign } x + \Phi \sin \omega t. \quad (3)$$

Враховуючи, що значення x і y входять у рівняння проєкцій сили тертя робочого органу зі своїми знаками, а також враховуючи, що

$$N = P - \Phi \cos \omega t, \quad (4)$$

отримаємо рівняння

$$m\ddot{x} = T - f(P - \Phi \cos \omega t) \text{sign } x + \Phi \sin \omega t. \quad (5)$$

Вводячи обмеження, що дають змогу описати рух вібраційної плити лише в напрямку дії сили T , тобто $\dot{x} > 0$, отримаємо

$$m\ddot{x} = T - f(P - \Phi \cos \omega t) + \Phi \sin \omega t + C_1; \quad (6)$$

$$x = \left(\frac{T}{m} - f \frac{P}{m} \right) \frac{t^2}{2} + \frac{f\Phi}{m\omega^2} \cos \omega t - \frac{\Phi}{m\omega^2} \sin \omega t + C_1 t + C_2. \quad (7)$$

Визначивши в початкових умовах відсутність руху, тобто $t = 0$, $x = 0$, $\dot{x} = 0$, отримаємо

$$x = \left(\frac{T}{m} - fg \right) \frac{t^2}{2} + \frac{f\Phi}{m\omega^2} \cos \omega t - \frac{\Phi}{m\omega^2} \sin \omega t + \frac{\Phi}{m\omega} t + \frac{f\Phi}{m\omega^2}. \quad (8)$$

Запишемо це рівняння у вигляді рівняння Вишеградського. Виконуючи дії, аналогічні вищеописаним, отримаємо

$$\ddot{\xi} = \left(T^* - fP^* \right) \tau^2 + \tau + f \cos \tau - \sin \tau - f, \quad (9)$$

$$\text{де } \xi = x \frac{m}{m_0 e}; \quad \frac{T}{m_0 e \omega^2} = T^*; \quad \frac{fP}{m_0 e \omega^2} = P^*.$$

Щоб визначити мінімальне значення сили, прикладеної для переміщення вібраційної плити T , розглянемо стан граничної рівноваги, тобто стан, коли будь-якого невеликого збільшення сили T достатньо для переміщення, щоб викликати рух вібраційної плити в потрібному напрямку [11], отримуємо

$$T + \Phi \sin \phi - F_{mp} = 0, \quad (10)$$

де $\phi = \omega \cdot t$ — кут повороту збуджувальної сили Φ .

Для опису сили тертя робочого органу використаємо закон Леонардо да Вінчі–Амонтона за умови $v = 0$

$$F_{mp} = qfN. \quad (11)$$

Враховуючи $N = P - \Phi \cos \phi$, залежність (11) можна записати в такому вигляді:

$$T + \Phi \sin \phi - qf(P - \Phi \cos \phi) = 0. \quad (12)$$

Тоді отримаємо рівняння

$$T = qf(P - \Phi \cos \phi) - \Phi \sin \phi. \quad (13)$$

Оскільки очікуване зміщення відбувається в напрямку дії сили T , то очевидно, що q буде дорівнювати одиниці. Таким чином, виходять такі залежності:

$$T = Pf - \Phi f \cos \phi - \Phi \sin \phi. \quad (14)$$

Далі помножимо (14) на dt і, з огляду на $\phi = \omega t$, отримаємо рівняння сил, що діють на вібраційну плиту

$$Tdt = Pfdt - \Phi f \cos \omega t dt - \Phi \sin \omega t dt. \quad (15)$$

З (14) видно, що сила прикладеної для переміщення вібраційної плити T безупинно змінюється з періоду $\tau = \frac{2\pi}{\omega}$ обертання дебалансного вала, тож використовуватимемо її середнє значення за кожен чверть періоду, за умови рівності сили T , прикладеної для переміщення вібраційної плити, і середнього значення T_{cp} за час $\frac{\tau}{4} = \frac{\pi}{2 \cdot \omega}$,

$$T_{cp} \frac{\pi}{2\omega} = \int_0^{\frac{\pi}{2\omega}} Tdt. \quad (16)$$

З рівняння (16) та з урахуванням рівняння (15) визначаємо T_{cp} за першу чверть, тобто коли

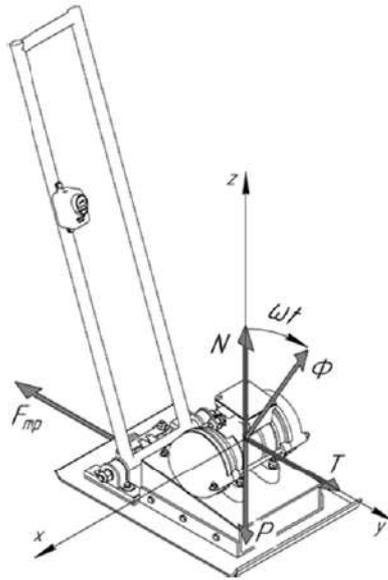


Рис. 3. Розрахункова схема вібраційної плити

$$0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$$

$$T_{\text{ср}} = \frac{2\omega}{\pi} \left(fP \int_0^{\frac{\pi}{2\omega}} dt - f\Phi \int_0^{\frac{\pi}{2\omega}} \cos \omega t dt - \Phi \int_0^{\frac{\pi}{2\omega}} \sin t dt \right). \quad (17)$$

У результаті розрахунків отримано

$$T_{\text{ср}} = fP - \frac{2}{\pi} \Phi (f + 1). \quad (18)$$

Аналогічно знаходимо для визначення $T_{\text{ср}}$ в другій чверті в умовах $\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \pi$

$$T_{\text{ср}} = fP - \frac{2}{\pi} \Phi (1 - f). \quad (19)$$

Коли $\pi \leq \varphi \leq 2\pi$ визначимо мінімальну силу $T_{\text{ср}}$, якої буде достатньо, щоб втримати вібраційну плиту від переміщення в протилежному напрямку.

Визначимо аналогічно (17) і (18)

$$\text{за умови } \pi \leq \varphi \leq \frac{3\pi}{2} \quad T_{\text{ср}} = fP + \frac{2}{\pi} \Phi (1 - f); \quad (20)$$

$$\text{за умови } \frac{3\pi}{2} \leq \varphi \leq 2\pi \quad T_{\text{ср}} = -fP + \frac{2}{\pi} \Phi (1 + f). \quad (21)$$

З вищевикладеного випливає, що дослідження оптимального режиму вібраційного переміщення будуть становити великий інтерес.

У зв'язку з цим великий інтерес викликає створення вібраційних плит з бажаними асиметричними властивостями, такими, щоб поверхні ковзання вібраційної плити мали різні коефіцієнти тертя в різних напрямках. Проте виникають такі труднощі: вібраційні плити не повною мірою відповідають технічним вимогам для зручного використання, оскільки добре рухаються тільки в одному напрямку.

Висновки

На основі проведених досліджень розроблено математичну модель вібраційної плити, проаналізовано роботу вібраційного пристрою у разі утворення коливання вертикального напрямку. Як результат дослідження:

1. Показано вібраційний пристрій, який генерує вібраційні коливання вертикального напрямку.
2. В процесі дослідження спрощеної моделі вібраційного пристрою отримані теоретичні залежності між основними його параметрами, які необхідні для початку його руху.
3. Запропоновано диференціальні рівняння вібраційного пристрою для спрощених моделей вібраційної конструктивної схеми вібраційної плити, що дозволили визначити необхідність урахування деяких закономірностей сили тертя для отримання адекватного уявлення про дійсні закони руху його роботи.

Отже, проведені дослідження є суттєвим внеском у розвиток теорії і практики вібраційної техніки, пропонуючи нові підходи до проектування та оптимізації вібраційних пристроїв для ущільнення матеріалів у будівництві.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] М. К. Сукач, І. В. Ніколенко, і О. Ю. Вольтерс, *Будівельна техніка*. Київ-Сімферополь: КНУБА-НАПКС, 2010, 296 с.
- [2] А. F. Itkin, *Vibratsionnye mashiny dlya formovaniya betonnykh izdeliy "Les MP"*, Kyiv, Ukraine, 2009.
- [3] А. Т. Свідерський, і О. П. Дедов «Визначення конструктивних параметрів три масної трамбовки», *Галузеве машинобудування, будівництво*, вип. 23, т. 2, с. 119-127, 2009.
- [4] Yaroshevich, M. P. Zabrodets I. P., and Yaroshevich T. S., "Dynamics of vibrating machines starting with unbalanced drive in case of bearing body flat vibrations," *Науковий вісник НГУ*. Дніпропетровськ, № 3, с. 39-45, 2015.
- [5] J. Gutierrez, E. Ruiz, and F. Trochu "High-frequency vibrations on the compaction of dry fibrous reinforcements," *Journal of Advanced Composite Materials*, vol. 22 (1), pp. 13-27, 2013.
- [6] О. С. Ланець, *Високоєфективні вібраційні машини з електромагнітним приводом* (Теоретичні основи та практика створення). Львів, Україна: вид-во НУ «Львівська політехніка», 2008, 324 с.
- [7] A. G. Maslov, and Zh. Batsaikhan, "The Research of oscillations of the machine working body of for compaction of con-

crete mixes in vibration working mode,” *Transactions of Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University*, vol. (91), pp. 92-97, 2015.

[8] О. С. Васильєв, А. М. Яковенко, «Вібраційна машина для підготовки та ущільнення поверхонь», *Технічні науки та технології*, № 4 (34), с. 52-60, 2023. [https://doi.org/10.25140/2411-5363-2023-4\(34\)-52-60](https://doi.org/10.25140/2411-5363-2023-4(34)-52-60) .

[9] Л. І. Сердюк, *Теорія розмірностей, теорія подібності та математичне моделювання*, посіб. для студ. та аспірантів, Полтава, Україна, 2005, 154 с.

[10] Zh. Batsaikhan, “Study of the interaction of the vibration plate working body with sealed medium,” *Transactions of Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University*, vol. (90), pp. 92-97, 2015.

[11] С. М. Жигилій, «Кінематика точки», *курс лекцій з дисц. «Теоретична механіка»*, Полтава, 2017, 194 с.

Рекомендована кафедрою галузевого машинобудування ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 24.07.2024

Васильєв Олексій Сергійович — канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри галузевого машинобудування та мехатроніки, e-mail: a.s.vasiliev.76@gmail.com ;

Яковенко Андрій Михайлович — аспірант кафедри галузевого машинобудування та мехатроніки, e-mail: andrii.yakovenko95@gmail.com .

Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», Полтава

O. S. Vasyliiev¹
A. M. Yakovenko¹

Mathematical Model of Vibration Machine with Vibration Exciter, in which the Axis of Unbalanced Shaft is Perpendicular to the Direction of Movement

¹National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic»

Vibration plays a key role in improvement and optimization of various technological processes, allowing not only to increase their efficiency but also to enhance quality indicators. Many modern technologies have become possible due to the introduction of vibration methods. In construction and engineering projects, a special place is occupied by the compaction of materials, it considerably determines the stability and reliability of the structures. The sealing parameters of the materials which are controlled by the vibrating units are crucial to achieve the required quality.

Particular attention should be paid to compact road equipment, for example, vibration plates, which are extremely useful for sealing materials in small private areas and in confined spaces. This study examines the operation of such devices, equipped with mechanisms that generate vibration, with the aim of determining the optimal parameters for improving the efficiency and quality of compaction. The authors of the article analyze the key parameters of the vibrating machine that affect the quality of material compaction. The main objective is to study factors such as vibration amplitude, friction force, load and applied force to move the vibration device, and to determine their relationship with the final seal quality.

The study of these parameters allows to set optimal values for achieving the maximum quality of compaction. The development of a mathematical model of a vibrating plate will enable to perform mathematical modeling in order to optimize the specified parameters. This is aimed at improving energy savings, technological capabilities and traction force required to move the vibrating device. The creation of such a model will be an important step in increasing the efficiency of the vibrating plate and will allow to reduce energy consumption, while maintaining the high quality of material compaction. Mathematical modeling will also make it possible to predict the behavior of the system during operation, taking into account various influencing factors, which, in turn, will increase the reliability and durability of structures.

Keywords: vibrating plate, force of friction, analysis of vibration parameters, vibration machine, mathematical model, vibration exciter.

Vasyliiev Oleksii S. — Cand. Sc. (Eng.), Associate Professor, Associate Professor with the Chair of Branch Machinery and Mechatronics, e-mail: a.s.vasiliev.76@gmail.com ;

Yakovenko Andrii M. — Post-Graduate Student with the Chair of Branch Machinery and Mechatronics, e-mail: andrii.yakovenko95@gmail.com