

Олександр Вікторович Орисенко¹, Олександр Павлович Шека²

¹кандидат технічних наук, доцент кафедри галузевого машинобудування та мехатроніки
Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка» (Полтава, Україна)

E-mail: oleksandr.orysenko@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3103-0096>

²аспірант кафедри галузевого машинобудування та мехатроніки
Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка» (Полтава, Україна)

E-mail: ascheka51@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0009-0005-1328-1416>

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВІБРАЦІЙНОЇ ПЛОЩАДКИ
З РЕГУЛЬОВАНИМИ ЗА ЖОРСТКІСТЮ ПРУЖНИМИ ОПОРАМИ**

У статті описано математичну модель вібраційної площадки для віброформування малогабаритних бетонних виробів, що пов'язує амплітуди просторових коливань робочого органа із її конструктивними та технологічними параметрами. Математична модель створена за допомогою узагальненого рівняння руху Лагранжа другого роду, при її розробленні використані методи фізико-математичного моделювання. Для опису просторового руху коливної маси віброплощадки було прийнято кілька гіпотез, які дозволили значно спростити математичні викладки без погіршення точності кінцевих результатів. Отримана математична модель у вигляді системи трьох диференціальних рівнянь другого порядку описує просторовий рух робочого органа вібраційної площадки із середовищем завантаження як рух абсолютно твердого тіла. На основі розрахованих числових значень коефіцієнтів жорсткостей і в'язкого опору для пружних віброізоляційних елементів, що задовольняють умові налагодження далеко зарезонансного режиму роботи віброплощадки, визначено амплітудні значення лінійних та кутових вібропереміщень робочого органа, побудовано амплітудно-частотні характеристики коливної системи та графіки часових залежностей руху коливної маси за відповідними узагальненими координатами.

Ключові слова: вібраційна площадка; робочий орган; віброзбуджувач; математична модель; коливна система; змушувальна сила; частота; амплітуда.

Рис.: 7. Табл.: 2. Бібл.: 16.

Актуальність теми дослідження. Виробництво сучасних будівельних матеріалів, бетонних і залізобетонних виробів та конструкцій, вимоги до їхньої якості зумовлюють постійне впровадження в будівельну практику новітніх технологій, розробку нових зразків формувального обладнання і вібраційної техніки. Практична експлуатація цього обладнання ґрунтується на тому, що операції приготування, транспортування, розподілу та ущільнення бетонних сумішей складають єдиний технологічний процес. Найважливішою в цьому процесі є операція ущільнення бетонної суміші. У промисловому виробництві бетонних і залізобетонних виробів застосовують різні способи ущільнення бетонних сумішей: вібрування, центрифугування, вакуумування, пресування та інші, що технологічно поєднуються із методами об'ємного формування заготовок. Вібрування є одним із найпоширеніших способів ущільнення бетонних композитів [1; 2]. Вібраційний спосіб ущільнення сумішей застосовується для виготовлення понад 90 % всіх виробів із бетону та залізобетону [3]. На заводах будівельної індустрії найбільшого поширення набув стендовий спосіб об'ємного вібраційного ущільнення бетонних виробів [4; 5], що технологічно реалізується на вібраційних площадках [5] та вібраційних формувальних установках [6; 7].

Масове застосування вібраційних машин у будівельній практиці пояснюється відносною простотою їхньої конструкції, високою ефективністю ущільнення бетонних сумішей, надійністю та порівняно невеликою енергоємністю. Однак попри суттєві енергетичні переваги та промислове домінування вібраційних машин з інерційним віброзбудженням вимушених коливань, вони мають певні суттєві недоліки:

- обмежений ресурс роботи вальниць;
- обмежений частотний діапазон вимушених коливань;
- складність реалізації напрямлених коливань;
- підвищена витрата потужності для виходу в зарезонансний режим роботи [8].

Тому для стабільного та рівномірного ущільнення бетонних сумішей потрібно чітко дотримуватися технологічних вимог щодо забезпечення в процесі вібрування необхідних силових та інерційно-жорсткісних параметрів вібраційного обладнання.

Постановка проблеми. У різних галузях промисловості для вібраційного ущільнення бетонних сумішей використовують машини, у яких робочі органи здійснюють вимушені коливання з амплітудами 0,1...12 мм на циклічних частотах 12...100 Гц. Зазначені межі амплітудно-частотних параметрів коливань робочих органів відповідають практично всім типам вібраційного технологічного обладнання, що використовується у промисловості [9].

Об'ємне вібраційне ущільнення застосовують для жорстких, помірно жорстких та рухомих бетонних сумішей, і здійснюють на вібраційних площадках та їх різновидах – вібраційних пресах і плитах, вібростолах тощо. Найбільшого поширення набули ударно-вібраційні та віброплощадки з вимушеними гармонійними коливаннями робочих органів [1]. Основними характеристиками площадок із гармонійним режимом роботи є амплітуда і частота вимушених коливань, які задаються за технологічними міркуваннями залежно від складу бетонної суміші та габаритних розмірів формувальних виробів. У таких вібромашинах коливні маси здійснюють здебільшого вимушені коливання із невеликими амплітудами 0,3...0,6 мм на циклічних частотах у діапазоні 25...50 Гц, що відповідають гармонійному режиму їхньої роботи й зазнають перевантажень на робочих органах із прискореннями 1...10 g [10].

Аналіз останніх джерел і публікацій. Дослідженню впливу параметрів пружних вібраційних опор на амплітуди переміщень робочих органів вібраційних машин присвячено значну кількість наукових робіт. Зокрема, у роботі [11] пропонуються конструкції вібраційних опор, що зменшують матеріалоемність та покращують експлуатаційні характеристики вібраційних площадок.

Як показано в роботах [12; 13], недостатня ефективність вібраційного обладнання для формування малогабаритних будівельних виробів проявляється, зокрема, через нерівномірність розподілу вертикальних амплітуд на горизонтальній поверхні форми, зростаючи від мінімального значення у центрі до максимального значення по її краях. Одним із можливих шляхів розв'язання цієї проблеми є застосування у вібраційних площадках для формування малогабаритних бетонних виробів віброізоляційних пружних опор із регульованою жорсткістю та високоефективних віброізоляційних вузлів, створених на основі сучасних композитних матеріалів.

До пружних елементів вібраційних машин з інерційним приводом належать металеві плоскі та виті пружини, гумові пружні елементи. Останні здебільшого працюють на стиск або на зсув, і у віброізоляційних пружних опорах вони забезпечують більшу частку приєднання маси бетонної суміші. Для резонансних пружних вузлів застосовувати гуму як пружний елемент недоцільно, оскільки їй у процесі експлуатації притаманні процеси старіння і значне розсіювання механічної енергії [9].

Виділення недосліджених частин загальної проблеми. Потрібно створити математичну модель одномасової вібраційної площадки із заданими параметрами її коливної маси та колової частоти вимушених коливань у вигляді системи диференціальних рівнянь, яка описувала б просторовий рух її робочого органа із середовищем завантаження як абсолютно твердого тіла, що здійснює вимушені гармонійні коливання, не зазнаючи при цьому деформацій. Для розрахованих за умовою налагодження далеко зарезонансного режиму роботи віброплощадки числових значень коефіцієнтів лінійної і кутової жорсткостей та дисипації пружних елементів віброізоляційного вузла потрібно обчислити відповідні амплітудні значення вібропереміщень робочого органа цієї моделі в напрямку відповідних координатних осей, і на основі їх аналізу зробити висновок про технічну відповідність чи невідповідність жорсткісних параметрів цього вузла технологічним вимогам щодо забезпечення якісного віброущільнення бетонних сумішей.

Мета статті. Ефективність роботи вібраційних машин різних типів залежить від надійності й довговічності їхніх пружних віброізоляційних вузлів. В одномасових вібраційних машинах вони забезпечують зарезонансний режим роботи для умовно виділеної коливної системи у вигляді маси тієї частини установки, що встановлена на них [9].

Метою цієї статті є обґрунтування жорсткісних параметрів пружних елементів для віброізоляційних опор із регульованою жорсткістю вібраційної площадки малої вантажопідйомності на основі її математичної моделі.

Виклад основного матеріалу. Запропонована математична модель пов'язує амплітуди віброколивань на поверхні робочого органа при заданій коловій частоті вимушених коливань із його конструктивними та технологічними параметрами: коливною масою, коефіцієнтами жорсткості та дисипації віброізоляційної опори, змушувальною силою віброзбудувача, відстанню від центра мас робочого органа із сумішшю до осі дебалансного вала. При моделюванні прийнято кілька гіпотез, які дозволяють спростити математичний апарат без порушення точності отримуваних результатів та враховано досвід математичного моделювання установок подібного типу [10; 14].

Щоб створювана вібраційна машина мала необхідну частоту власних коливань Ω_g , потрібно забезпечити сумарну жорсткість її пружного віброізоляційного вузла [9] відповідно до рівності:

$$c_{iz} = M \cdot \Omega_g^2 = M \cdot \left(\frac{\Omega}{z} \right)^2, \quad (1)$$

де M – коливна маса системи;

Ω_g – власна колова частота вимушених коливань системи;

Ω – коливна частота вимушених коливань;

z – резонансне налагодження коливної системи.

Для забезпечення далеко зарезонансного режиму роботи одномасової коливної системи вібромашини, жорсткість її пружного віброізоляційного вузла розраховують згідно (1), а резонансне налагодження для коливної маси вибирають з умови:

$$z = \frac{\Omega}{\Omega_g} = 5 \dots 7. \quad (2)$$

Математичне моделювання руху робочого органа вібраційної машини є порівняно складною задачею, оскільки вона пов'язана з необхідністю опису вільного руху механічної коливної системи, а також з урахуванням впливу середовища завантаження на динаміку машини. У зв'язку з цим були прийняті наступні гіпотези, які дозволяють спростити математичні викладки:

- робочий орган віброплощадки вважаємо абсолютно твердим тілом, яке не деформується при роботі установки;
- наявність бетонної суміші у формі, що вібує разом із робочим органом, враховується через коефіцієнт приєднаної маси;
- пружність віброізоляційної опори приймається такою, що задовольняє лінійному закону в усьому діапазоні деформацій;
- вібраційний вплив на коливну масу дебалансного віброзбудувача вимушених коливань представлено у вигляді змушувальної сили, яка змінює числове значення та напрям за гармонійним законом;
- складний просторовий рух дебалансу не враховується;
- враховуючи конструктивні особливості віброплощадки, рух його робочого органа розглядається не як просторовий, а як плоскопаралельний у вертикальній площині, яка проходить через повздовжню вісь симетрії вібраційної установки;

– обертова маса дебалансу набагато менша за коливну масу системи, тому нею в рівняннях можна знехтувати;

– коливну систему приймаємо центрованою, а обертання дебалансу – рівномірним.

Ці припущення дозволять зменшити число ступенів вільності механічної коливної системи та уникнути громіздких математичних обчислень.

Механічна коливна система віброплощадки містить лише один пружний вузол. Він складається з чотирьох гумокордних віброізоляційних елементів, за допомогою яких коливна маса з'єднується з нерухомою опорою або фундаментом. Збурена дебалансним віброзбудувачем, коливна система деформується в найподатливішому місці – в пружному вузлі, і отже, може розглядатися як абсолютно тверде тіло, з'єднане пружними елементами з фундаментом.

Оскільки жорсткість коливної маси вібромашини набагато більша за жорсткість віброізоляційного пружного вузла, то коливна система осцилюватиме на власній коловій частоті як одне ціле без відносного зміщення робочого органа та бетонної суміші. На основі цих припущень можна стверджувати, що робочий орган віброплощадки разом із формою, віброзбудувачем та приєднаною частиною середовища завантаження утворюють умовно єдину масу M , інерційне значення якої використовують під час розрахунків жорсткісних характеристик віброізоляційного вузла вібромашини.

Для побудови математичної моделі вібраційної площадки зобразимо її кінематичну схему, що містить робочий орган 1, форму з бетонною сумішшю 2, віброзбудувач із дебалансним валом 3 та закріплений на ньому дебаланс 4.

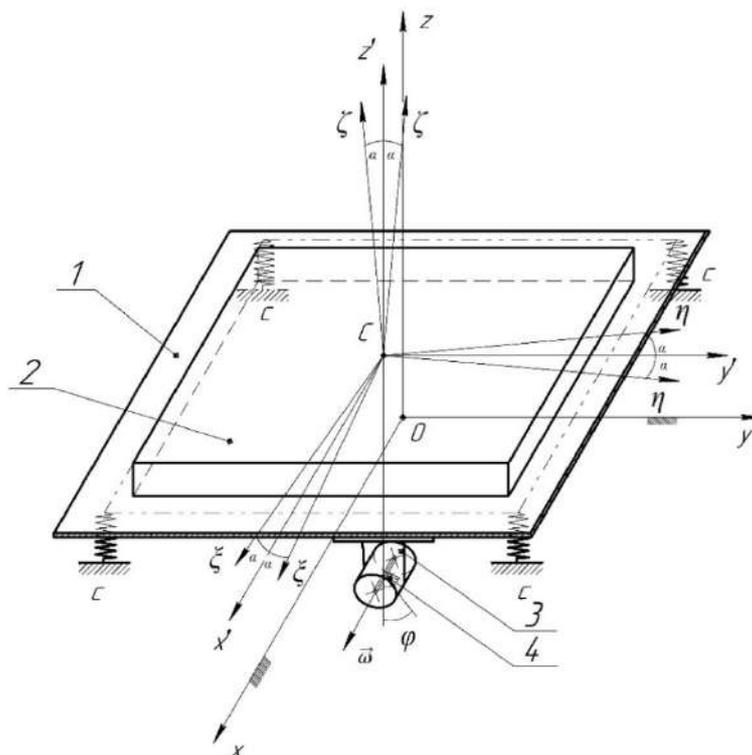


Рис. 1. Кінематична схема вібраційної площадки

Джерело: розроблено авторами.

Хоч віброплощадка і є просторовою конструкцією, по суті, розглядаємо її плоску фізичну модель. Це підкреслює, настільки важливим є вивчення руху робочого органа у фронтальній вертикальній площині, перпендикулярній до осі обертання дебалансного вала, оскільки амплітуда його вертикальних лінійних вібропереміщень значною мірою визначає технологічну ефективність вібромашини.

Виберемо базову нерухому систему координат $Oxyz$, початок координат O якої збігається з центром мас C робочого органа із сумішшю, що перебуває в положенні статичної рівноваги.

Нехай координатна площина yz перпендикулярна до осі дебалансного вала, а вісь z напрямлена вертикально вгору. Механічну коливну систему розглядаємо як одномасову, що складається з однієї незалежної маси M робочого органа з формою, заповненою бетоном сумішшю.

Початки координат двох рухомих систем координат $Cx'y'z'$ та $C\xi\eta\zeta$ також суміщаємо з точкою O . Під час вібраційної дії з боку дебалансу на робочий орган ці системи координат рухаються разом з центром мас C коливної маси.

Відповідно до припущень про плоскопаралельний рух робочого органа останній здійснює прямолінійні коливні рухи у вертикальній площині в напрямку осей Cz' та Cy' та крутильні коливання навколо осі Cx' . Тому рухома система координат $Cx'y'z'$, жорстко зв'язана з центром мас робочого органа із сумішшю, рухається поступально у координатній площині $y'z'$, через що її координатні осі весь час залишаються паралельними відповідним осям нерухомої системи координат $Oxyz$, а осі рухомої системи координат $C\xi\eta\zeta$ повертаються навколо відповідних осей $Cx'y'z'$ на один і той же кут α .

Оскільки вісь дебалансного вала перпендикулярна до координатної площини yz , то дебаланс здійснює обертальний рух навколо прямої, яка паралельна координатним осям Ox та Cx' . Тому робочий орган машини одночасно здійснює кутові коливання навколо осі Cx' з деяким кутом α .

Оскільки коливна система віброплощинки в цьому випадку має тільки три ступені вільності, то система диференціальних рівнянь руху її коливної маси складається із трьох рівнянь, без урахування рівняння, що описує складний просторовий рух дебаланса.

Пружно-в'язкі властивості віброізоляційних опор моделюються згідно з реологічною моделлю Кельвіна-Фойгта [15] коефіцієнтами жорсткості c_y, c_z, c_α у напрямках відповідних лінійних та кутового переміщень робочого органа й коефіцієнтами дисипації n_y, n_z, n_α – у відповідних напрямках. Для динамічних розрахунків рухому частину віброплощинки подаємо у вигляді коливної системи, на яку діє змушувальна гармонійна сила з амплітудою, пропорційною квадратові колової частоти вимушених коливань цієї системи.

При рівномірному обертанні дебалансу як тіла з незрівноваженою масою виникає відцентрова сила інерції, вектор \vec{F} якої рівномірно обертається по колу зі сталою коловою частотою ω . Ця сила гармонійно збуджує коливну масу віброплощинки, оскільки її проекції на координатні осі Oy та Oz змінюються відповідно за гармонійними законами:

$$F_y = F \cdot \cos\varphi; F_z = F \cdot \sin\varphi, \quad (3)$$

де φ – кут повороту дебалансу навколо осі дебалансного вала.

Горизонтальна складова відцентрової сили $F_y = F \cdot \cos\varphi = m_0 \cdot r\omega^2 \cdot \cos\varphi$, де m_0, r – відповідно маса і ексцентриситет дебалансу, періодично змінює своє числове значення і напрям, створюючи крутий момент відносно прямої, що містить поперечну вісь симетрії віброплощинки і проходить через її центр мас, тобто відносно нерухомої координатної осі Ox :

$$M_x = F_y \cdot L \cdot \cos\varphi, \quad (4)$$

де L – відстань від центра мас робочого органа із сумішшю до осі дебалансного вала;
 F – амплітуда змушувальної сили вібророзбуджувача кругових коливань.

Для одержання математичної моделі вібраційної площадки для ущільнення і формування бетонних виробів використаємо рівняння Лагранжа другого роду для непотенціальних сил [16].

Повна кінетична енергія механічної коливної системи віброплощинки дорівнює сумі кінетичних енергій лінійних і кутового коливних рухів інерційного параметра M :

$$T = \frac{M\dot{y}^2}{2} + \frac{M\dot{z}^2}{2} + \frac{J_x\dot{\alpha}^2}{2}, \quad (5)$$

де $\dot{y}, \dot{z}, \dot{\alpha}$ – миттєві значення лінійних і кутової швидкостей;

J_x – момент інерції коливної маси відносно координатної осі Ox .

Потенціальну енергію Π віброплощинки визначаємо за деформаціями її віброізоляційного пружного вузла:

$$\Pi = \frac{1}{2}c_y \cdot y^2 + \frac{1}{2}c_z \cdot z^2 + \frac{1}{2}c_\alpha \alpha^2, \quad (6)$$

де c_y, c_z, c_α – коефіцієнти лінійної та кутової жорсткостей пружного вузла;

y, z, α – миттєві лінійні й кутове зміщення робочого органа від положення статистичної рівноваги.

З огляду на припущення, що розсіювання енергії в системі вздовж координатних осей пропорційне до швидкості відповідних вібропереміщень, дисипативну функцію D коливної системи віброплощинки розраховуємо за формулою:

$$D = \frac{1}{2}n_y \cdot \dot{y}^2 + \frac{1}{2}n_z \cdot \dot{z}^2 + \frac{1}{2}n_\alpha \cdot \dot{\alpha}^2, \quad (7)$$

де n_y, n_z, n_α – коефіцієнти в'язкого опору.

Складемо систему диференціальних рівнянь руху одномасової коливної системи віброплощинки з дебалансним приводом у вигляді:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{y}} \right) - \frac{\partial T}{\partial y} = -\frac{\partial \Pi}{\partial y} - \frac{\partial D}{\partial \dot{y}} + Q_{\text{нен.}y} \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{z}} \right) - \frac{\partial T}{\partial z} = -\frac{\partial \Pi}{\partial z} - \frac{\partial D}{\partial \dot{z}} + Q_{\text{нен.}z} \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \alpha} = -\frac{\partial \Pi}{\partial \alpha} - \frac{\partial D}{\partial \dot{\alpha}} + M_{\text{нен.}x} \end{cases} \quad (8)$$

Використовуючи рівності (3)-(7), знаходимо складові системи рівнянь (8):

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \dot{y}} &= M\dot{y}; \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{y}} \right) = M\ddot{y}; \frac{\partial T}{\partial y} = 0; \frac{\partial \Pi}{\partial y} = c_y \cdot y; \frac{\partial D}{\partial \dot{y}} = n_y \cdot \dot{y}; \\ \frac{\partial T}{\partial \dot{z}} &= M\dot{z}; \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{z}} \right) = M\ddot{z}; \frac{\partial T}{\partial z} = 0; \frac{\partial \Pi}{\partial z} = c_z \cdot z; \frac{\partial D}{\partial \dot{z}} = n_z \cdot \dot{z}; \\ \frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}} &= J_x\dot{\alpha}; \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}} \right) = J_x\ddot{\alpha}; \frac{\partial T}{\partial \alpha} = 0; \frac{\partial \Pi}{\partial \alpha} = c_\alpha \cdot \alpha; \frac{\partial D}{\partial \dot{\alpha}} = n_\alpha \cdot \dot{\alpha}. \end{aligned} \quad (9)$$

Підставляючи вирази (9) до системи рівнянь (8), одержимо:

$$\begin{cases} M\ddot{y} + c_y \cdot y + n_y \cdot \dot{y} = F \cos \varphi; \\ M\ddot{z} + c_z \cdot z + n_z \cdot \dot{z} = F \sin \varphi; \\ J_x\ddot{\alpha} + c_\alpha \cdot \alpha + n_\alpha \cdot \dot{\alpha} = FL \cos \varphi. \end{cases} \quad (10)$$

Усталені вимушені коливання робочого органа віброплощинки описуються окремими частинними розв'язками кожного з цих диференціальних рівнянь:

$$y = Y \cos(\omega t - \varphi_y); z = Z \sin(\omega t - \varphi_z); \alpha = A \cos(\omega t - \varphi_x), \quad (11)$$

де Y, Z, A – амплітудні значення відповідно лінійних і кутового вимушених гармонійних коливань за узагальненими координатами y, z, α ;

t – час;

$\varphi_y, \varphi_z, \varphi_x$ – кути зсуву фаз між амплітудою змушувальної сили та амплітудами відповідних вібропереміщень [9].

$$\varphi_y = \arctg \frac{2h_y \Omega}{\Omega_{\epsilon_y}^2 - \Omega^2}; \varphi_z = \arctg \frac{2h_z \Omega}{\Omega_{\epsilon_z}^2 - \Omega^2}; \varphi_x = \arctg \frac{2h_\alpha \Omega}{\Omega_{\epsilon_\alpha}^2 - \Omega^2}. \quad (12)$$

У табл. 1 наведено числові значення інерційно-жорсткісних параметрів досліджуваного обладнання для віброформування малогабаритних бетонних виробів.

Таблиця 1 – Числові значення параметрів установки

№ з/п	Параметр	Числові значення
1	Маса рухомої рами, кг	30
2	Маса нерухомої рами, кг	40
3	Маса форми, кг	30
4	Маса бетонної суміші, кг	70
5	Маса віброзбуджувача, кг	10
6	Маса дебалансу, кг	2
7	Коливна маса, кг	70
8	Коефіцієнт приєднання бетонної суміші	0,3
9	Статичний момент дебаланса, кг·м	0,0334

Джерело: розроблено авторами.

Амплітудні значення вібропереміщень відповідно дорівнюють:

$$Y = \frac{F}{M \sqrt{\left(\frac{c_y}{M} - \omega^2\right)^2 + \left(2 \cdot \frac{n_y}{2M} \cdot \omega\right)^2}} = \frac{F}{M \sqrt{\left(\Omega_{\epsilon_y}^2 - \omega^2\right)^2 + 4h_y^2 \cdot \omega^2}};$$

$$Z = \frac{F}{M \sqrt{\left(\frac{c_z}{M} - \omega^2\right)^2 + \left(2 \cdot \frac{n_z}{2M} \cdot \omega\right)^2}} = \frac{F}{M \sqrt{\left(\Omega_{\epsilon_z}^2 - \omega^2\right)^2 + 4h_z^2 \cdot \omega^2}}; \quad (13)$$

$$A = \frac{M_x}{J_x \sqrt{\left(\frac{c_\alpha}{J_x} - \omega^2\right)^2 + \left(2 \cdot \frac{n_\alpha}{2J_x} \cdot \omega\right)^2}} = \frac{F_y \cdot L}{J_x \sqrt{\left(\Omega_{\epsilon_\alpha}^2 - \omega^2\right)^2 + 4h_\alpha^2 \cdot \omega^2}},$$

де $\Omega_{\epsilon_y}, \Omega_{\epsilon_z}, \Omega_{\epsilon_\alpha}$ – власні колові частоти вимушених коливань системи на віброізоляторах у напрямку координатних осей;

ω – миттєва колова частота вимушених коливань;

h_y, h_z, h_α – частоти дисипації механічної енергії в системі на віброізоляторах у напрямку координатних осей;

J_x – момент інерції коливної маси відносно осі x .

$$J_x = \frac{M(a^2 + c^2)}{12}, \quad (14)$$

де a, c – відповідно довжина і висота робочого органа із середовищем завантаження.

$$\Omega_{\epsilon_y} = \sqrt{\frac{c_y}{M}}, \Omega_{\epsilon_z} = \sqrt{\frac{c_z}{M}}, \Omega_{\epsilon_\alpha} = \sqrt{\frac{c_\alpha}{J_x}}; \quad (15)$$

$$h_y = \frac{n_y}{2M}, h_z = \frac{n_z}{2M}, h_\alpha = \frac{n_\alpha}{2J_x}. \quad (16)$$

Дебаланс обертається навколо осі Ox за годинниковою стрілкою. Унаслідок дії відцентрової сили інерції на робочий орган, останній, крім лінійних вібропереміщень у фронтальній площині, здійснює ще й крутильні коливання навколо осі Ox як тіло із симетрично розподіленою масою. Унаслідок такого руху спочатку, наприклад, обидві праві віброопори III і IV під дією ваги робочого органа із середовищем завантаження зазнають більшого стиснення, а обидві ліві I і II – відповідно меншого, а при повороті дебалансу на величину свого центрального кута навколо осі дебалансного вала ситуація змінюється на протилежну. Через проміжок часу, що дорівнює періоду обертання дебалансу, усе повториться спочатку. Тому згинальну жорсткість віброопор у напрямку осі Oy можна обчислити як суму лінійних жорсткостей обох лівих і обох правих віброопор, а крутильну жорсткість навколо осі Ox – відповідно як різницю їхніх лінійних жорсткостей.

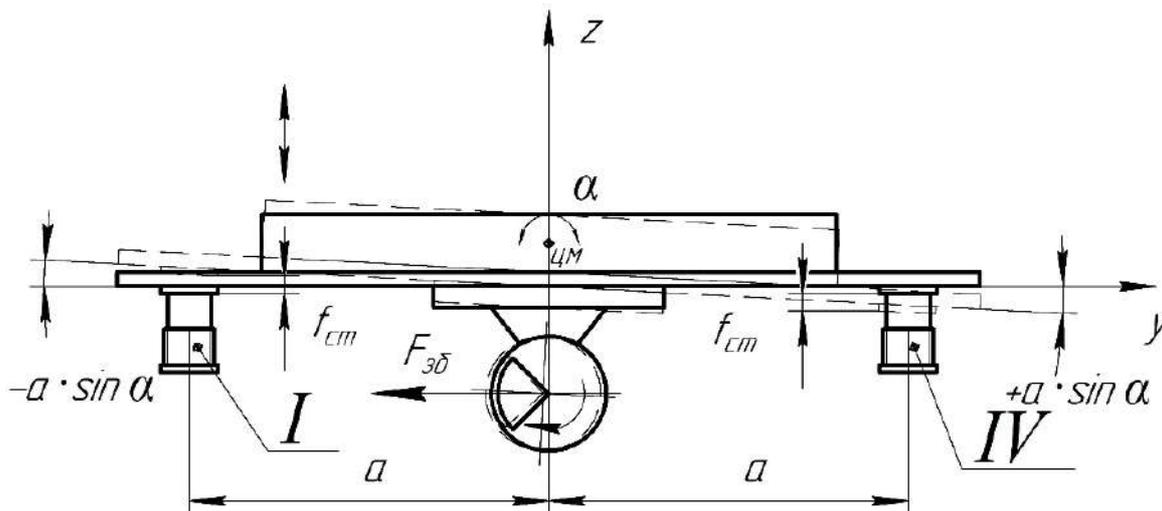


Рис. 2. Схема деформацій віброізоляційних опор

Джерело: розроблено авторами.

Обчислюємо числові значення лінійних та крутильних коефіцієнтів жорсткостей віброопор у напрямку координатних осей та відповідних коефіцієнтів їхнього в'язкого опору, які відображають розсіювання енергії у пружному віброізоляційному вузлі [9].

$$c_z = M \left(\frac{\Omega}{z} \right)^2; c_y = 2(c_1 + c_4) = \frac{2Mgf_{ct}}{f_{ct}^2 - Z^2}; c_\alpha = 2(c_1 - c_4) = \frac{2MgZ}{f_{ct}^2 - Z^2}; \quad (17)$$

$$n_z = 0,05\sqrt{2c_z \cdot M}; n_y = 0,05\sqrt{2c_y \cdot M}; n_\alpha = 0,05\sqrt{2c_\alpha \cdot M}. \quad (18)$$

Згідно з обчисленнями, виконаними за формулами (13), амплітуда робочого органу вздовж вертикальної осі становить $Z = 0,536$ мм на коловій частоті обертання $\omega = 298,5$ рад/с. Для цього випадку перевантаження на робочому органі машини становить 4,86 g.

Це значення відповідає необхідним технічним параметрам вібраційної машини при роботі в гармонійному режимі. Амплітуди коливань робочого органу вздовж горизонтальних осей відповідно становлять: $Y = 0,524$ мм; $A = 0,0002357$ рад = 0,013°.

Таблиця 2 – Жорсткісні параметри вібраційної опори

$c_z, \text{H/м}$	$c_y, \text{H/м}$	$c_a, \text{H}\cdot\text{м/рад}$	$n_z, \text{H}\cdot\text{с/м}$	$n_y, \text{H}\cdot\text{с/м}$	$n_a, \text{H}\cdot\text{с/м}\cdot\text{рад}$
$2,49\cdot 10^5$	$5,17\cdot 10^5$	$1,01\cdot 10^5$	295,5	425,382	188,016

Джерело: розроблено авторами.

Нижче наведені амплітудно-частотні характеристики коливної системи вібраційної площадки для формування малогабаритних бетонних виробів та графіки часових залежностей вібропереміщень робочого органа за відповідними узагальненими координатами. Для побудови було використано математичне програмне забезпечення Mathcad Prime.

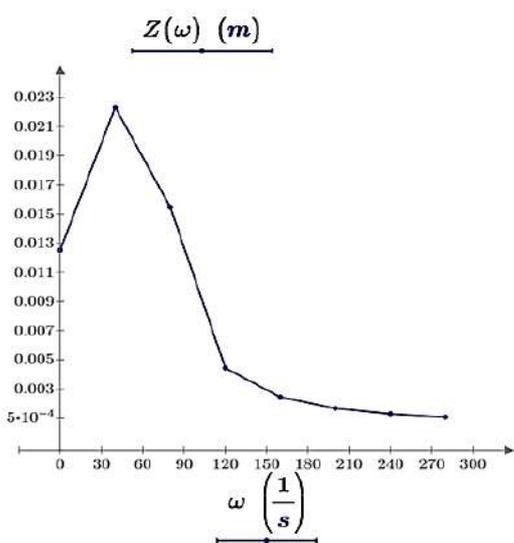


Рис. 3. Амплітудно-частотна характеристика вібропереміщення за узагальненою координатою z

Джерело: розроблено авторами.

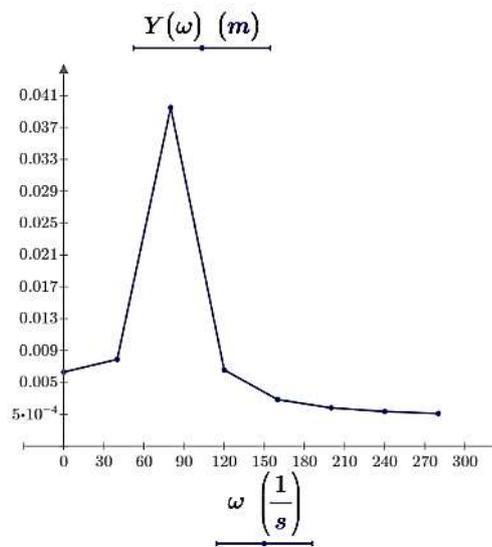


Рис. 4. Амплітудно-частотна характеристика вібропереміщення за узагальненою координатою y

Джерело: розроблено авторами.

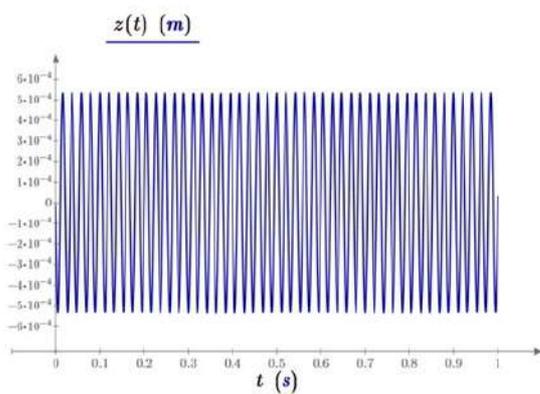


Рис. 5. Часова залежність руху коливної маси віброплощадки за узагальненою координатою z

Джерело: розроблено авторами.

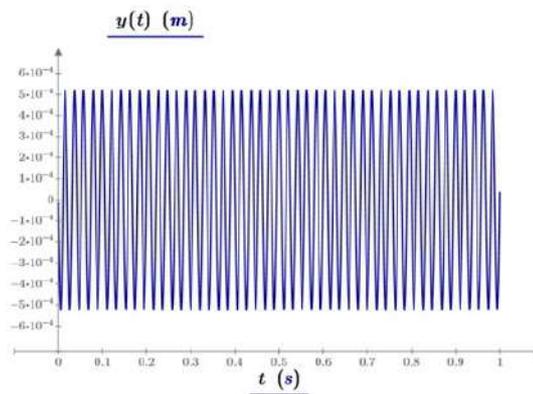


Рис. 6. Часова залежність руху коливної маси віброплощадки за узагальненою координатою y

Джерело: розроблено авторами.

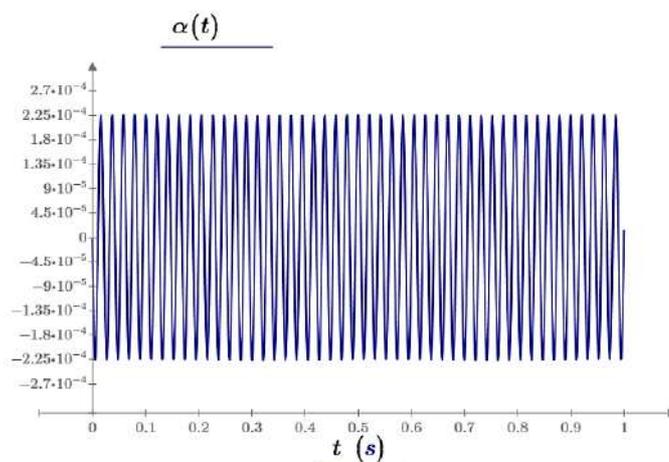


Рис. 7. Часова залежність руху коливної маси віброплощадки за узагальненою координатою α

Джерело: розроблено авторами.

Отримані амплітудно-частотні характеристики цієї математичної моделі підтверджують ефективність застосування запропонованих методів розробки віброплощадки для формування малогабаритних бетонних виробів, що працює на циклічній частоті вимушених коливань 47,5 Гц і забезпечує закладені технологічні параметри. Перевантаження на робочому органі становить майже п'ять земних прискорень, що відповідає усталеним коливанням робочого органа у вертикальній площині з необхідною амплітудою коливань.

Висновки. У статті розроблена математична модель одномасової вібраційної площадки для формування малогабаритних бетонних виробів, яка дозволяє визначати амплітуди вимушених коливань робочого органу при заданій коловій частоті. Ця модель враховує конструктивні та технологічні параметри системи, що робить її корисною для проектування та оптимізації вібраційних установок подібного типу.

Обчислено числові значення коефіцієнтів лінійної і кутової жорсткостей та дисипації пружних елементів віброізоляційного вузла. Дотримання параметрів жорсткості віброізоляційних опор забезпечує задані технологічні показники роботи віброплощадки та мінімізує її динамічні навантаження на фундамент.

Проведено розрахунки амплітуд вібропереміщень робочого органа за узагальненими координатами за умови забезпечення далеко зарезонансного режиму роботи віброплощадки. Ці величини є важливими для визначення ефективності процесу ущільнення бетонних сумішей та забезпечення рівномірного розподілу вібраційного впливу на формувальні вироби.

Результати моделювання можна використати для розробки нових та оптимізації існуючих вібраційних площадок, що застосовуються для виробництва малогабаритних бетонних виробів. Це дозволить підвищити якість формувальної продукції та знизити експлуатаційні енергозатрати.

Список використаних джерел

1. Назаренко, І. І. Вібраційні машини і процеси будівельної індустрії : навч. посіб. / І. І. Назаренко. – Київ : КНУБА, 2007. – 230 с.
2. Дудар, І. Н. Теоретичні основи технології виробів із пресованих бетонів : монографія / І. Н. Дудар. – Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2006. – 89 с.
3. Гусев, Б. В. Вібраційна технологія бетону / Б. В. Гусев, В. Г. Зазимко. – Київ : Будівельник, 1991. – 230 с.

4. Назаренко, І. І. Огляд і аналіз вібраційного обладнання для формування плоских залізобетонних виробів / І. І. Назаренко, О. П. Дєдов, О. С. Дьяченко, А. Т. Свідерський // Будівельні машини і технологічне обладнання. – 2017. – Вип. 90. – С. 49-58.
5. Назаренко, І. І. Обґрунтування алгоритму розрахунку вібраційної установки для ущільнення бетонних сумішей зі змінним режимом роботи / І. І. Назаренко, О. П. Дєдов, О. С. Дьяченко // Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини. – 2019. – Вип. 93. – С. 19-26.
6. Сівко, В. Й. Основи механіки віброємих бетонних сумішей / В. Й. Сівко. – Київ : Вища школа, 1988. – 168 с.
7. Назаренко, І. І. Високоєфективні віброформуванняльні машини / І. І. Назаренко. – Київ : Вища школа, 1988. – 140 с.
8. Гурський, В. М. Синтез нелінійних полічастотних вібраційних машин з резонансними режимами роботи : дис. ... д-ра. техн. наук : 05.02.02 / Гурський Володимир Миколайович. – Львів, 2018. – 474 с.
9. Ланець, О. С. Основи розрахунку та конструювання вібраційних машин: Книга 1. Теорія та практика створення вібраційних машин з гармонійним рухом робочого органа : навч. посіб./ О. С. Ланець. – Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2018.– 612 с.
10. Дудар, І. Н. Технологія роздільного віброімпульсного формування каменобетонних виробів : монографія / І. Н. Дудар, В. П. Загребя, А. О. Коваленко. – Вінниця : ВНТУ, 2012. – 92 с.
11. Нестеренко, М. П. Розроблення пружних опор вібраційних площадок для формування залізобетонних виробів / М. П. Нестеренко, О. П. Воскобійник, А. М. Павленко // Збірник наукових праць. Серія : Галузеве машинобудування, будівництво. – 2015. – Вип. 1(43). – С. 238-243.
12. Нестеренко, М. П. Дослідження руху віброплощадки з конічними опорами / М. П. Нестеренко, Т. О. Склярєнко // Вісник КДПУ. – Вип. 6 (53). – Ч. 1. – 2008. – С. 91-93.
13. Нестеренко, М.П. Дослідження руху віброплощадки із циліндричними та конічними опорами / М.П. Нестеренко, Т.О. Склярєнко, С.М. Малинський // Збірник наукових праць. Серія : Галузеве машинобудування, будівництво. – 2009. – Вип. 23. Т. 2. – С. 56-62.
14. Назаренко, І. І. Прикладні задачі теорії вібраційних систем : навч. посіб / І. І. Назаренко. – 2-ге вид. – Київ : Слово, 2010. – 440 с.
15. Sweeney J. Mechanical Properties of Solid Polymers / John Sweeney, Ian M. Ward. – Wiley & Sons, 2012. – 480 p.
16. Géradin M. Mechanical vibrations: Theory and application to structural dynamics / Michel Geradin. – Hoboken, New Jersey : Wiley, 2014. – 616 p.

References

1. Nazarenko, I.I. (2007). *Vibratsiini mashyny i protsesy budivelnoi industrii [Vibration machines and processes of the construction industry]*. KNUBA Publ.
2. Dudar, I.N. (2006). *Teoretychni osnovy tekhnolohii vyrobiv iz presovanykh betoniv [Theoretical foundations of the technology of products from pressed concrete]*. Vunnytsia: UNIVERSUM-Vunnytsia.
3. Husev, B.V. (1991). *Vibratsiina tekhnolohiia betonu [Concrete Vibration Technology]*. Budivelnyk.
4. Nazarenko, I.I., Diedov, O.P., Diachenko, O.S., & Sviderskyi, A.T. (2017). Ohliad i analiz vibratsiinoho obladdannia dlia formuvannia ploskykh zalizobetonnykh vyrobiv [Review and analysis of vibration equipment for the formation of flat reinforced concrete products]. *Zbirnyk naukovykh prats. Budivelni mashyny i tekhnologichne obladdannia – Collection of scientific works. Construction machinery and process equipment*, 90, 49-58.
5. Nazarenko, I.I., Diedov, O.P., & Diachenko, O.S. (2019). Obgruntuvannia alhorytmu rozrakhunku vibratsiinoi ustanovky dlia ushchilnennia betonnykh sumishei zi zminnym rezhymom roboty [Justification of the algorithm for calculating the vibration installation for compacting concrete mixtures with a variable operating mode]. *Hirnychi, budivelni, dorozhni ta melioratyvni mashyny – Mining, construction, road and reclamation machines*, 93, 19-26.
6. Sivko, V.Y. (1988). *Osnovy mekhaniky vibruiemykh betonnykh sumishei [Fundamentals of mechanics of vibrating concrete mixtures]*. Vyscha shkola Publ.
7. Nazarenko, I.I. (1988). *Vysokoefektyvni vibroformovalni mashyny [High-efficiency vibration forming machines]*. Vyscha shkola Publ.

8. Gursky, V.M. (2018). *Synteza nelineiynykh polichastotnykh vibratsiynykh mashyn z rezonansnykh rezhymamy roboty. Synthesis of the nonlinear poly-frequency vibratory machines with resonance modes*. [Doctoral dissertation: 05.02.02, Lviv Polytechnic National University].
9. Lanets O. S. (2018). *Osnovy rozrakhunku ta konstruiuvannya vibratsiynykh mashyn: Knyha 1. Teoriia ta praktyka stvorennia vibratsiynykh mashyn z harmoniynym rukhom robochoho orhana [Basics of calculation and design of vibration machines: Book 1. Theory and practice of creating vibration machines with harmonious movement of the working organ]*. NU «Lvivska politekhnika» Publ.
10. Dudar, I.N., Zahreba, V.P., & Kovalenko, A.O. (2012). *Tekhnolohiia rozdilnoho vibroimpulsnoho formuvannya kamenebetonnykh vyrobiv [Technology of separate vibroimpulse forming of stone concrete products]*. VNTU.
11. Nesterenko, M.P., Voskobiinyk, O.P., & Pavlenko, A.M. (2015). Rozroblennia pruzhnykh opor vibratsiynykh ploshchadok dlia formuvannya zalizobetonnykh vyrobiv [Development of elastic supports for vibration platforms for forming reinforced concrete products]. *Zbirnyk naukovykh prats. Serii: Haluzeve mashynobuduvannya, budivnytstvo – Academic Journal Industrial Machine Building, Civil Engineering*, 1(43), 238-243.
12. Nesterenko, M.P., Sklyarenko, T.O. (2008). Doslidzhennia rukhu vibroploshchadky z konichnymy oporamy [Investigation of the movement of the vibration platform with conical supports]. *Visnyk KDPU – Bulletin of the KDPU*, 6(53)(1), 91–93.
13. Nesterenko, M.P., Sklyarenko, T.O., & Malynskyy, S.M. (2009). Doslidzhennia rukhu vibroploshchadky iz tsylindrychnymy ta konichnymy oporamy [Investigation of the movement of the vibration platform with cylindrical and conical supports]. *Zbirnyk naukovykh prats. Serii: Haluzeve mashynobuduvannya, budivnytstvo – Academic Journal Industrial Machine Building, Civil Engineering*, 23(2), 56–62.
14. Nazarenko, I. I. (2010) *Prykladni zadachi teorii vibratsiynykh system [Applied problems of vibration systems theory]*. (2nd ed.). Slovo Publ.
15. Ward, I.M., & Sweeney, J. (2012). *Mechanical Properties of Solid Polymers*. John Wiley & Sons, Ltd.
16. Gérardin, M. (2014). *Mechanical vibrations: Theory and application to structural dynamics*. Wiley.

Отримано 27.07.2024

UDC 621.928:531.391:519.6

Oleksandr Orysenko¹, Oleksandr Sheka²

¹PhD in Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Branch Machinery and Mechatronics National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic» (Poltava, Ukraine)

E-mail: oleksandr.orysenko@gmail.com. **ORCID:** <https://orcid.org/0000-0003-3103-0096>

²PhD Student, Department of Branch Machinery and Mechatronics

National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic» (Poltava, Ukraine)

E-mail: ascheka51@gmail.com. **ORCID:** <https://orcid.org/0009-0005-1328-1416>

MATHEMATICAL MODELING OF VIBRATION PLATFORM WITH RIGIDITY-ADJUSTABLE ELASTIC SUPPORTS

The article is the next stage of solving the actual applied problem, which consists of the scientific justification of the parameters of vibration-insulating elastic units for vibration sites of small load capacity.

The production of modern building materials, concrete, and reinforced concrete products and structures, requirements for their quality determine the constant introduction of the latest technologies into construction practice, the development of new samples of vibration equipment and vibration-forming equipment. The efficiency of vibration machines of various types depends on the reliability and durability of their elastic vibration isolation units. In single-mass vibration machines with an unbalanced drive, these units provide their over-resonance mode of operation, characterized by a minimum dynamic effect of the oscillating mass on the foundation.

Vibration platforms with forced harmonic fluctuations of working bodies became most widespread. The main characteristics of vibration sites with this mode of operation are the amplitude and frequency of forced vibrations, which are set technologically depending on the composition of the concrete mixture and the overall dimensions of the molding products. Insufficient efficiency of vibration platforms for the formation of small-sized building products is manifested, for example, in cases of uneven distribution of vertical amplitudes of vibration displacements of points on the horizontal surface of the mold,

unsatisfactory quality of surfaces of molded products, heterogeneity of strength indicators by height of products, etc. One of the possible ways to solve these shortcomings is the use of vibration-insulating elastic supports with adjustable variable stiffness and units created on the basis of composite materials.

The article describes a mathematical model of a vibration platform for forming small-sized concrete products, which connects the amplitudes of forced vibrations of the working organ at a given circular frequency of forced vibrations with its structural and technological parameters. The mathematical model of the vibration platform was created using the generalized Lagrange motion equation of the second kind. To describe the free motion of the oscillatory mass, several hypotheses were adopted that made it possible to simplify mathematical calculations without compromising the accuracy of the final results. The obtained mathematical model in the form of a system of three differential equations describes the spatial motion of a working organ with a loading medium as the motion of an absolutely solid body. On the basis of calculated numerical values of stiffness coefficients and viscous resistance for elastic vibration-insulating elements satisfying the condition of adjustment of the over-resonance mode of operation, amplitude values of linear and angular vibration displacements of the working component are calculated, amplitude-frequency characteristics of the oscillating system and graphs of temporal dependences of motion of the oscillating mass by corresponding generalized coordinates are constructed. Based on the analysis of the obtained amplitude values of the vibration displacements of the working body, it was concluded that the rigidity parameters of the vibration insulation supports comply with the technological requirements for ensuring high-quality vibration compaction of concrete mixtures.

Keywords: *vibration platform; working organ; vibration exciter; mathematical model; oscillatory system; forcing force; frequency; amplitude.*

Fig.: 7. Table: 2. References: 16.