

УДК 629.331

*Орисенко О.В., Жигилій С.М., Криворот А.І., Скорик М.О.*  
*Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»*  
*oleksandr.orysenko@gmail.com*

## УРАХУВАННЯ ПРОСТОРОВОЇ ВЗАЄМОДІЇ ЛАНОК АВТОМОБІЛЬНОГО ПОЇЗДА ПРИ МОДЕЛЮВАННІ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ПЕРЕХІДНИХ РЕЖИМІВ РУХУ

Під час руху автопоїзда взаємодія його окремих ланок відбувається через тягово-зчіпний пристрій. Саме цей вузол передає на автомобіль-тягач навантаження, які створюються причепом. Отже, правильне визначення величини та напрямку сил, які прикладаються з боку причепа до тягово-зчіпного пристрою є важливим питанням, оскільки дозволяє у подальшому вирішити ряд інженерних задач, пов'язаних з проектуванням та експлуатацією автопоїздів.

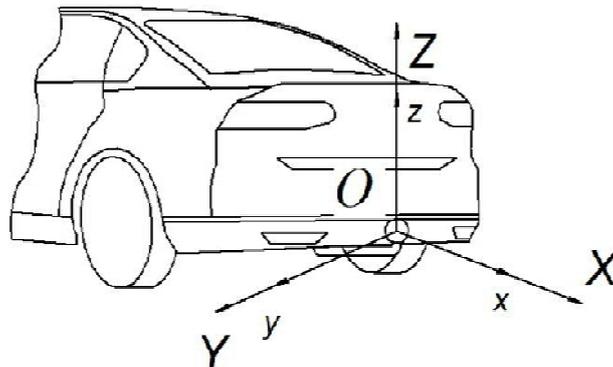
Взаємодії ланок автопоїзда присвячено ряд наукових досліджень результати яких доволі широко висвітлені в літературі [1, 2, 3]. Проте в даний час питання експлуатаційних властивостей автопоїздів повністю не вирішене, що обумовлює актуальність досліджень у даному напрямку.

Слід зазначити, що в ряді робіт при аналізі руху автопоїзда застосовуються розрахункові схеми, які лежать у одній площині, вертикальній чи горизонтальній. Такий підхід не дозволяє повною мірою визначити вплив просторової системи сил, яка виникає при рухові автопоїзда, відмінному від горизонтального прямолінійного.

Оскільки силова взаємодія між ланками автопоїзда здійснюється через тягово-зчіпний пристрій, то виникає необхідність приведення рівнодійної проекцій просторової системи сил саме до цього пристрою та розкладання на проекції по осям просторової системи координат пов'язаної з ним.

Вирішити дане питання пропонується наступним чином. З центром шарніра причіпного пристрою пов'язуємо початок системи координат  $OXYZ$ , яка жорстко пов'язана з автомобілем-тягачем і не змінює свого положення відносно нього під час руху (Рисунок 1). Положення осей координат даної системи наступне: вісь  $OX$  є горизонтальною і розташована вздовж повздовжньої осі симетрії автомобіля та спрямована у бік протилежний рухові; вісь  $OY$  теж знаходиться у горизонтальній площині і спрямована до лівого борту автомобіля; вісь  $OZ$  спрямована вертикально вгору. Поворот від осі  $OX$  до осі  $OZ$  здійснюється за годинниковою стрілкою (лівостороння система координат).

Інша система координат  $Oxyz$  також бере початок в центрі шарніра тягово-зчіпного пристрою, напрямком її осей в початковий період часу співпадає з напрямком осей системи координат  $OXYZ$ , але вона жорстко пов'язана з причепом і не змінює своє положення відносно нього під час руху. Таким чином маємо дві системи координат, нерухому  $OXYZ$  та рухому  $Oxyz$ , які беруть початок у центрі шарніра тягово-зчіпного пристрою і у початковий період часу співпадають.



*Рисунок 1 – Системи координат автомобіля та причепа в початковий період часу*

При рухові, долаючи нерівності опорної поверхні, причеп змінюватиме своє положення відносно автомобіля. Осі системи координат  $Oxyz$  будуть відхилятися від свого початкового положення, а, отже, від осей системи координат  $OXYZ$ .

Як відомо [4] таке відхилення систем координат можна описати за допомогою трьох поворотів, які в свою чергу описуються відповідними матрицями поворотів, які наведені в таблиці 1.

Оскільки під час руху автопоїзда осі системи координат  $Oxyz$  можуть відхилятися від усіх трьох осей системи координат  $OXYZ$  одночасно, то положення причепа відносно автомобіля буде визначати результуюча матриця поворотів, яку отримуємо як добуток матриць поворотів навколо кожної з осей.

Так, наприклад, при послідовності поворотів навколо осей  $OX$ ,  $OY$ ,  $OZ$  (Рисунок 2) добуток матриць матиме вигляд (1)

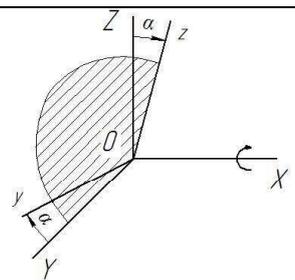
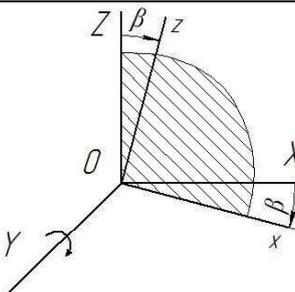
$$\begin{pmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta \cdot \cos \gamma & \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \cos \gamma - \cos \alpha \cdot \sin \beta \cdot \cos \gamma + \\ & -\cos \alpha \cdot \sin \gamma & +\sin \alpha \cdot \sin \gamma \\ \cos \beta \cdot \sin \gamma & \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \sin \gamma + \cos \alpha \cdot \sin \beta \cdot \sin \gamma - \\ & +\cos \alpha \cdot \cos \gamma & -\sin \alpha \cdot \cos \gamma \\ -\sin \beta & \sin \alpha \cdot \cos \beta & \cos \alpha \cdot \cos \beta \end{pmatrix} \quad (1)$$

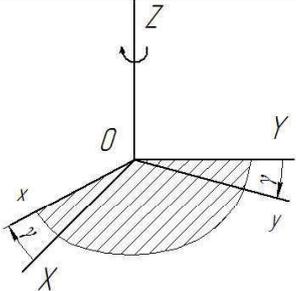
Проте, дана матриця дозволяє визначити лише нове положення вектору сили, яка впливає на ланку автопоїзда, але його координати залишаються в тому ж самому базисі. Для приведення сил, які створює одна із ланок автопоїзда до системи координат іншої ланки, необхідно мати матрицю переходу між системами координат, що досягається транспонуванням отриманої матриці (1).

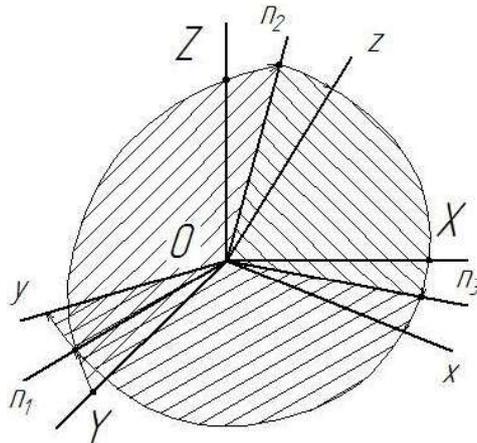
Транспонувавши матрицю (1) та записавши її у формі таблиці отримуємо таблицю переходу між рухомою та нерухомою системами координат (Таблиця 2).

**Таблиця 1**

**Повороти навколо осей  $OX$ ,  $OY$ ,  $OZ$  та матриці, що їм відповідають**

<b>Поворот навколо осі <math>OX</math></b>	
	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$
<b>Поворот навколо осі <math>OY</math></b>	
	$\begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{pmatrix}$

Поворот навколо осі OZ	
	$\begin{pmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$



**Рисунок 2 – Три послідовних повороти навколо осей OX, OY, OZ**

**Таблиця 2**

**Таблиця переходу між системами координат**

Осі систем координат	OX	OY	OZ
Ox	$\cos \beta \cdot \cos \gamma$	$\cos \beta \cdot \sin \gamma$	$-\sin \beta$
Oy	$\sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \cos \gamma - \cos \alpha \cdot \sin \gamma$	$\sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \sin \gamma + \cos \alpha \cdot \cos \gamma$	$\sin \alpha \cdot \cos \beta$
Oz	$\cos \alpha \cdot \sin \beta \cdot \cos \gamma + \sin \alpha \cdot \sin \gamma$	$\cos \alpha \cdot \sin \beta \cdot \sin \gamma - \sin \alpha \cdot \cos \gamma$	$\cos \alpha \cdot \cos \beta$

Застосування даної таблиці переходу дозволяє проводити операції з силами, які впливають на одну з ланок автопоїзда в її власній системі координат, а потім приводити ці сили до системи координат пов'язаної з іншою ланкою.

### Література

1. Вплив навантаження на тягово-зчпний пристрій на стійкість руху автопоїзда категорії M1 у перехідних режимах руху / В. П. Сахно, Р. М. Кузнецов, В. В. Стельмащук, Л. С. Козачук // Сучасні технології в машинобудуванні та транспорті: наук. журн. – Луцьк: ЛНТУ, 2015. – № 1(3). – С. 148 – 157.
2. Сахно В. П. До розробки математичної моделі автопоїзда з причепом категорії O1 у поперечній площині / В.П. Сахно, С.М. Шарай, І.С. Мурований, І. В. Човча // Сучасні технології в машинобудуванні та транспорті : наук. журн. – Луцьк: ЛНТУ, 2021. – №2 (17). – С. 151 – 160.
3. Козачук Л. С. До визначення стійкості руху автопоїзда категорії M1 / Л. С. Козачук // Вісник ЖДТУ. Серія «Технічні науки». – Житомир: ЖДТУ, 2014. – Вип. 2(69). – С.121–128.
4. Павловський М. А. Теоретична механіка / М. А. Павловський. – К.: Техніка, 2002. – 511 с.