УДК 624.073.5

В.М. Чередніков, к. т. н., доцент
О.П. Воскобійник, к. т. н., с.н.с
О.В. Череднікова, аспірант
Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка

ПРО ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ СТАЛЕЗАЛІЗОБЕТОННИХ БАЛОЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Створено універсальну методику для визначення фізико-механічних характеристик поперечних перерізів неоднорідної структури і застосовано її на сталезалізобетонних балочних елементах.

Ключові слова: *сталезалізобетонні балочні елементи, депланація, ітераційна модель, деформації зсуву, згин.*

Вступ. У сучасному будівництві широко застосовуються сталезалізобетонні балочні елементи, які являють собою неоднорідні композитні конструкції. Тому необхідно мати надійні та доведені до практичного застосування методи розрахунку, які б ураховували неоднорідну структуру елементів конструкцій, реальні схеми навантаження, крайові умови тощо. Від урахування цих факторів залежить правильність визначення параметрів напружено-деформованого стану (НДС) конструкцій, зокрема балок. Параметри НДС суттєво залежать від впливу деформацій поперечного зсуву. Ці деформації викликають депланацію поперечних перерізів балок й можуть бути зумовлені як фізико-механічними та геометричними його характеристиками, так і характером навантаження й умовами закріплення. Тому модель деформування балок, яка базується на гіпотезі плоских перерізів, може виявитися непридатною для розрахунку балок з неоднорідною або композитною будовою поперечного перерізу. Отже, є актуальним точний розрахунок таких конструкцій, що потребує застосування уточнених або некласичних моделей, які враховують деформації поперечного зсуву та неоднорідність будови балочного елементу по перерізу.

Огляд останніх джерел досліджень і публікацій. Створенню некласичних моделей розрахунку з урахуванням деформацій поперечного зсуву присвячені роботи Тимошенка С.П. [16], Амбарцумяна С.О. [1,2], Воровича І.І. [4], Григолюка Е.І. [6,7], Рейсснера Е. [14,15], Прусакова А.П. [11], Брюккера Л.Е. [3], Чулкова П.П. [7,13], Рябова О.Ф. [12] Піскунова В.Г., Череднікова В.М. [5,9,10] та інших авторів. Тому існують передумови застосування цих моделей при розрахунках сталезалізобетонних балочних елементів.

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. Однією із основних проблем, що стримують широке використання таких моделей, є складність визначення фізико-механічних характеристик поперечних перерізів (ФМХПП). Тому актуальною є розробка універсальних підходів до визначення ФМХПП. Найбільше у цьому напрямку було зроблено Піскуновим В.Г. та Чередніковим В.М. Тому візьмемо за основу підходи, наведені в [5,9,10] та застосуємо їх для розробки методів визначення ФМХПП сталезалізобетонних балочних елементів.

Постановка завдання. Розробити методи визначення ФМХПП неоднорідних композитних конструкцій, що базуються на некласичних моделях розрахунку, та застосувати їх до сталезалізобетонних балочних елементів.

Основний матеріал і результати. Застосовуючи сучасні аналітичні методи, зокрема, методи узагальнених функцій, можна реалізувати прикладну (інженерну) методику розрахунку неоднорідних конструкцій. При чому ця методика може ґрунтуватися як на гіпотезі плоских перерізів, так і на гіпотезах, що враховують депланації поперечних перерізів. На основі таких методів доц. Чередніковим В.М. та проф. Піскуновим В.Г. раніше була побудована депланаційна ітераційна модель [5,9,10]. Однак, в цих роботах не приділено належної уваги методам урахування неоднорідності поперечного перерізу і визначення його ФМХПП, що є метою даної роботи.

Вихідні умови та класична модель. Розглянемо балочний елемент з неоднорідною (композитною) структурою поперечного перерізу (рис. 1). Розташування початку координат за висотою перерізу може бути довільним. Нехай у балочному елементі є включення – фази матеріалу, які відрізняються фізико-механічними властивостями і зв'язані нерозривністю переміщень на границях фаз. Характеристики матеріалів і розміри фаз можна задавати так, щоб змоделювати різноманітну взаємодію на границях фаз, наприклад, клейові з'єднання, тріщини, відсутність з'єднання і т.ін.

Змоделюємо переріз балочного елементу таким чином, щоб на рівні довільної координати *z* його структуру утворювали б тільки прямокутники (рис. 1). Границі кожної ділянки (фази) $k = 1, 2, ..., n$ визначаються геометричними параметрами ($y_{л_k}$, $y_{п_k}$, $z_{н_k}$, $z_{в_k}$), а властивості матеріалу - фізико-механічними характеристиками (модулем пружності E_k і зсуву G_k). Загальна кількість фаз дорівнює *n*.

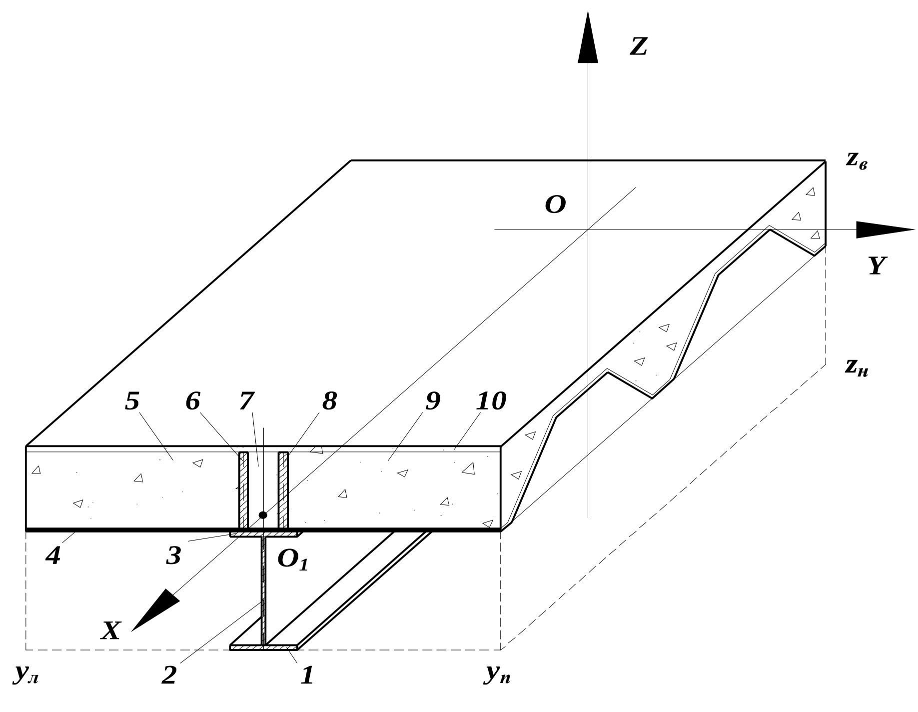

Рисунок 1 - «Прямокутна» модель сталезалізобетонного балочного елементу

Для визначення фізико-механічних характеристик у довільній точці перерізу запишемо для них кусково-однорідні функції у такому вигляді:

$$E = E(y,z) = \sum_{k=1}^{n} E_k \left\{ \theta(y - y_{л_k}) - \theta(y - y_{п_k}) \right\} \cdot \left\{ \theta(z - z_{н_k}) - \theta(z - z_{в_k}) \right\};$$
$$\frac{1}{G} = \frac{1}{G(y,z)} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{G_k} \left\{ \theta(y - y_{л_k}) - \theta(y - y_{п_k}) \right\} \cdot \left\{ \theta(z - z_{н_k}) - \theta(z - z_{в_k}) \right\}, \tag{1}$$

де $\theta(z), \theta(y)$ – узагальнені функції Хевісайда:

$$\theta(y) = \begin{cases} 0, y \le 0 \\ 1, y > 0 \end{cases}; \qquad \theta(z) = \begin{cases} 0, z \le 0 \\ 1, z > 0 \end{cases}; \tag{2}$$

де $y_{л_k}$, $y_{п_k}$, $z_{н_k}$, $z_{в_k}$ – координати крайніх лівої і правої, нижньої і верхньої граней включення (рис. 1). Вирази (1) записані так, що з усіх доданків у сумах (1) залишаться лише ті, які належать точці з координатами y, z фази k. Вирази (1) і (2) утворюють основу всіх наступних перетворень.

Будемо вважати напружено-деформований стан лінійним (гіпотеза плоских перерізів). При цьому поздовжні волокна (уздовж осі X) не створюють один на одного поперечного тиску, а в поперечному перерізі відсутні зсувні напруження. Виходячи з цих припущень, вирази для визначення нормальних σ_x і дотичних $\tau_{zx} = \tau_{xz}$ напружень, які є функціями трьох координат x, y, z, набувають вигляду [1, 2]:

$$\sigma_x(x,y,z) = \frac{d^2 w(x)}{dx^2} E(y,z) \xi_0(z);$$
$$\tau_{xz}(x,z) = \frac{d^3 w(x)}{dx^3} f_0(z). \tag{3}$$

Вирази (3) за структурою відповідають аналогічним формулам опору матеріалів з тією лише відмінністю, що враховують неоднорідність поперечного перерізу. У цих виразах модуль пружності $E(y,z)$ задається відповідно формули (1). Функція $w(x)$ – прогин балочного елементу, який можна визначити з відомих умов закріплення балки і навантаження за формулами опору матеріалів. Функції $\xi_0(z)$ та $f_0(z)$ «відповідають» за розподіл нормальних і дотичних напружень за висотою перерізу і визначаються наступним чином:

$$\xi_0(z) = \frac{B_0(z_в)}{B(z_в)} - \psi_0(z); \tag{4}$$

$$f_0(z) = \frac{1}{b(z)} \left(B_0(z) - \frac{B_0(z_в)}{B(z_в)} B(z) \right), \tag{5}$$

де $z_в$ – координата крайньої верхньої точки перерізу; $b(z)$ – ширина поперечного перерізу на рівні координати z; $\psi_0(z) = z - z_н$ ($z_н$ – координата крайньої нижньої точки перерізу).

Функції $B(z)$ та $B_0(z)$ в загальному вигляді задаються наступними виразами:

$$B(z) = \int_{z_н}^{z} \int_{y_л}^{y_п} E(y,z) dydz;$$
$$B_0(z) = \int_{z_н}^{z} \int_{y_л}^{y_п} E(y,z) \psi_0(z) dydz, \tag{6}$$

де $y_л$, $y_п$ – координати крайньої лівої і крайньої правої точок перерізу відповідно.

Модуль пружності також задається виразом (1). Основною проблемою обчислення напружень за формулами (3) є визначення інтегралів у функціях $B(z)$ и $B_0(z)$ в розгорнутому вигляді, так як вони містять кусково-однорідну функцію модуля пружності. Така ж проблема зустрічається і при визначенні ФМХПП, що буде показано далі, тому зупинимося на знаходженні інтегралів у формулах (6) докладніше.

Знайдемо в розгорнутому вигляді функції $B(z)$, $B_0(z)$, а також $f_0(z)$. Для цього підставимо в співвідношення (6) формулу (1):

$$B(z)=\int_{z_н}^{z}\int_{y_л}^{y_п}\sum_{k=1}^{n}E_k\left\{\theta(z-z_{н_k})-\theta(z-z_{в_k})\right\}\left\{\theta(y-y_{л_k})-\theta(y-y_{п_k})\right\}dydz=$$
$$=\sum_{k=1}^{n}E_k\int_{z_н}^{z}\left\{\theta(z-z_{н_k})-\theta(z-z_{в_k})\right\}dz\int_{y_л}^{y_п}\left\{\theta(y-y_{л_k})-\theta(y-y_{п_k})\right\}dy. \qquad (7)$$

Для того, щоб знайти інтеграли в останній формулі, скористаємося наступним правилом інтегрування функції Хевісайда [0]

$$\int_{x_1}^{x_2}f(x)\theta(x-x_0)dx=\theta(x_2-x_0)\int_{x_0}^{x_2}f(x)dx-\theta(x_1-x_0)\int_{x_0}^{x_1}f(x)dx.$$

Тоді перший з виразів (6) набуде вигляду:

$$B(z)=\sum_{k=1}^{n}E_k\left(\theta(z-z_{н_k})\int_{z_{н_k}}^{z}dz-\theta(z_н-z_{н_k})\int_{z_{н_k}}^{z_н}dz-\right.$$
$$\left.-\theta(z-z_{в_k})\int_{z_{в_k}}^{z}dz+\theta(z_н-z_{в_k})\int_{z_{в_k}}^{z_н}dz\right)\times$$
$$\times\left(\theta(y_п-y_{л_k})\int_{y_{л_k}}^{y_п}dy-\theta(y_л-y_{л_k})\int_{y_{л_k}}^{y_л}dy-\right.$$
$$\left.-\theta(y_п-y_{п_k})\int_{y_{п_k}}^{y_п}dy+\theta(y_л-y_{п_k})\int_{y_{п_k}}^{y_л}dy\right). \qquad (8)$$

Формула (8) спрощується, так як координати $y_л$ або $z_н$ будуть завжди меншими за координати $y_{л_k}$, $y_{п_k}$ або $z_{н_k}$, $z_{в_k}$ відповідно. Тобто

$$\theta(y_л-y_{л_k})=\theta(y_л-y_{п_k})=\theta(z_н-z_{н_k})=\theta(z_н-z_{в_k})=0,$$

а отже

$$\theta(y_л-y_{л_k})\int_{y_{л_k}}^{y_л}dy=\theta(y_л-y_{п_k})\int_{y_{п_k}}^{y_л}dy=\theta(z_н-z_{н_k})\int_{z_{н_k}}^{z_н}dz=\theta(z_н-z_{в_k})\int_{z_{в_k}}^{z_н}dz=0.$$

Тоді (8) спрощується:

$$B(z)=\sum_{k=1}^{n}E_k\left(\theta(y_п-y_{л_k})\int_{y_{л_k}}^{y_п}dy-\theta(y_п-y_{п_k})\int_{y_{п_k}}^{y_п}dy\right)\times$$
$$\times\left(\theta(z-z_{н_k})\int_{z_{н_k}}^{z}dz-\theta(z-z_{в_k})\int_{z_{в_k}}^{z}dz\right). \qquad (9)$$

За допомогою аналогічних перетворень можна показати, що частина формули (9), яка залежить від y, є не чим іншим, як шириною кожної фази b_k. Остаточно, вираз функції $B(z)$ буде таким:

$$B(z)=\sum_{k=1}^{n}E_k b_k\left(\theta(z-z_{н_k})\int_{z_{н_k}}^{z}dz-\theta(z-z_{в_k})\int_{z_{в_k}}^{z}dz\right). \tag{10}$$

За аналогією, для функції $B_0(z)$ отримаємо вираз

$$B_0(z)=\sum_{k=1}^{n}E_k b_k\left(\theta(z-z_{н_k})\int_{z_{н_k}}^{z}\psi_0(z)dz-\theta(z-z_{в_k})\int_{z_{в_k}}^{z}\psi_0(z)dz\right). \tag{11}$$

Після підстановки функцій $B(z)$ та $B_0(z)$ в формулу (5) і перетворень, отримуємо

$$f_0(z)=-\frac{1}{b(z)}\sum_{k=1}^{n}E_k b_k\left(\theta(z-z_{н_k})\int_{z_{н_k}}^{z}\xi_0(z)dz-\theta(z-z_{в_k})\int_{z_{в_k}}^{z}\xi_0(z)dz\right). \tag{12}$$

Інтеграли, що залишилися в формулах (10) – (12), легко знаходяться, а також програмуються на комп'ютері. Також зауважимо, що ставлення $B_0(z_в)/B(z_в)$ завжди дорівнює: $B_0(z_в)/B(z_в)=-z_н$, а отже

$$\xi_0(z)=z. \tag{13}$$

Визначення ФМХПП, яка відповідає класичній моделі, проводиться за такою формулою [5,9,10]

$$D_{11}=\int_{y_л}^{y_п}\int_{z_н}^{z_в}E(y,z)\cdot z^2dzdy. \tag{14}$$

Як бачимо, підінтегральний вираз у (14) аналогічний підінтегральному виразу у формулі (6) для $B_0(z)$, а, отже, і загальний розв’язок інтеграла (14) буде аналогічним формулі (11). Різниця між ними буде лише в тому, що замість функції $\psi_0(z)$ в формулі (11) буде стояти z^2. Враховуючи, що інтеграл у виразі для D_{11} не має верхньої змінної межі, отримаємо:

$$D_{11}=\sum_{k=1}^{n}E_k b_k\int_{z_{н_k}}^{z_{в_k}}z^2dz=\frac{1}{3}\sum_{k=1}^{n}E_k b_k\left(z_{в_k}^3-z_{н_k}^3\right). \tag{15}$$

Формули (3), (10)-(12) і (15) отримані на підставі гіпотез опору матеріалів, тому їх можна використовувати для визначення НДС неоднорідних балочних елементів при згині, коливаннях та розрахунках на стійкість. При цьому, у відповідних формулах необхідно замінити жорсткість EI на D_{11}.

Некласичні моделі. В [0, 0, 0] була розроблена депланаційна ітераційна модель згину композитних балочних елементів. Розглянемо знаходження коефіцієнтів жорсткості і функцій розподілу напружень за висотою перерізу тільки для першої ітерації (вищі ітерації виконують аналогічно).

Відповідно до [5,9,10] нормальні і дотичні напруження визначаються наступними співвідношеннями:

$$\sigma_x(x,y,z)=E(y,z)\left(\frac{d^2w(x)}{dx^2}\xi_0(z)-\frac{d^2\chi(x)}{dx^2}\xi_1(z)\right);$$
$$\tau_{xz}(x,z)=\frac{d^3w(x)}{dx^3}f_0(z)-\frac{d^3\chi(x)}{dx^3}f_1(z), \tag{16}$$

де $\xi_0(z)$ та $f_0(z)$ – функції, що відповідають виразам (12) і (13); $\chi(x)$ – нова шукана функція, пов'язана з урахуванням деформацій зсуву та депланацією перерізу; $\xi_1(z)$ і $f_1(z)$ – функції розподілу нормальних і дотичних напружень за висотою перерізу, які також обумовлені урахуванням деформацій зсуву. Зупинимося на їх знаходженні докладніше.

Структура формул $\xi_1(z)$ і $f_1(z)$, як і аналогічних функцій для вищих ітерацій, схожа зі структурою формул $\xi_0(z)$ і $f_0(z)$

$$\xi_1(z)=\frac{B_1(z_в)}{B(z_в)}-\psi_1(z); \tag{17}$$

$$f_1(z)=\frac{1}{b(z)}\left(B_1(z)-\frac{B_1(z_в)}{B(z_в)}B(z)\right), \tag{18}$$

де функції $\psi_1(z)$ та $B_1(z)$ задаються наступними виразами:

$$\psi_1(z)=\frac{1}{b(z)}\int_{z_н}^{z}\int_{y_л}^{y_п}\frac{f_0(z)}{G(y,z)}dydz; \tag{19}$$

$$B_1(z)=\int_{z_н}^{z}\int_{y_л}^{y_п}E(y,z)\psi_1(z)dydz\cdot \tag{20}$$

Щоб знайти ці інтеграли, знову використаємо правило інтегрування узагальненої функції Хевісайда та перетвореннями, аналогічними до виведення формули (10):

$$\psi_1(z)=\frac{1}{b(z)^2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{b_ib_jE_j}{G_i}\left(\psi_{1B}(z)_{i,j}-\frac{B_0(z_в)}{B(z_в)}\psi_{1b}(z)_{i,j}\right); \tag{21}$$

$$B_1(z)=\frac{1}{b(z)^2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\frac{b_ib_jb_kE_iE_k}{G_j}\times\left(B_{1B}(z)_{i,j,k}-\frac{B_0(z_в)}{B(z_в)}B_{1b}(z)_{i,j,k}\right), \tag{22}$$

де функції $\psi_{1B}(z)_{i,j}$, $\psi_{1b}(z)_{i,j}$ і $B_{1B}(z)_{i,j,k}$, $B_{1b}(z)_{i,j,k}$ дорівнюють:

$$\psi_{1B}(z)_{i,j}=\theta(z-z_{н_i})\left(\theta(z_{н_i}-z_{н_j})\int_{z_{н_i}}^{z}\int_{z_{н_j}}^{z}\psi_0(z)dzdz-\theta(z_{н_i}-z_{в_j})\int_{z_{н_i}}^{z}\int_{z_{в_j}}^{z}\psi_0(z)dzdz\right)-$$
$$-\theta(z-z_{в_i})\left(\theta(z_{в_i}-z_{в_j})\int_{z_{в_i}}^{z}\int_{z_{н_j}}^{z}\psi_0(z)dzdz-\theta(z_{н_i}-z_{в_j})\int_{z_{н_i}}^{z}\int_{z_{в_j}}^{z}\psi_0(z)dzdz\right);$$

$$\psi_{1b}(z)_{i,j}=\theta(z-z_{H_i})\Bigg(\theta(z_{H_i}-z_{H_j})\int_{z_{\text{н}_i}}^{z}\int_{z_{\text{н}_j}}^{z}dzdz-\theta(z_{H_i}-z_{\text{в}_j})\int_{z_{\text{н}_i}}^{z}\int_{z_{\text{в}_j}}^{z}\psi_0(z)dzdz\Bigg)-$$

$$-\theta(z-z_{\text{в}_i})\Bigg(\theta(z_{\text{в}_i}-z_{\text{в}_j})\int_{z_{\text{в}_i}}^{z}\int_{z_{\text{н}_j}}^{z}dzdz-\theta(z_{H_i}-z_{\text{в}_j})\int_{z_{\text{н}_i}}^{z}\int_{z_{\text{в}_j}}^{z}dzdz\Bigg);$$

$$B_{1B}(z)_{i,j,k}=\theta(z-z_{H_i})\Bigg(\theta(z_{H_i}-z_{H_j})\Bigg[\theta(z_{H_j}-z_{H_k})\int_{z_{\text{н}_i}}^{z}\int_{z_{\text{н}_j}}^{z}\int_{z_{\text{н}_k}}^{z}\psi_0(z)dzdzdz-$$

$$-\theta(z_{H_j}-z_{\text{в}_k})\int_{z_{\text{н}_i}}^{z}\int_{z_{\text{н}_j}}^{z}\int_{z_{\text{в}_k}}^{z}\psi_0(z)dzdzdz\Bigg]-\theta(z_{H_i}-z_{\text{в}_j})\Bigg[\theta(z_{\text{в}_j}-z_{\text{в}_k})\int_{z_{\text{н}_i}}^{z}\int_{z_{\text{в}_j}}^{z}\int_{z_{\text{н}_k}}^{z}\psi_0(z)dzdzdz-$$

$$-\theta(z_{H_j}-z_{\text{в}_k})\int_{z_{\text{н}_i}}^{z}\int_{z_{\text{в}_j}}^{z}\int_{z_{\text{в}_k}}^{z}\psi_0(z)dzdzdz\Bigg]\Bigg)-\theta(z-z_{\text{в}_i})\times$$

$$\times\Bigg(\theta(z_{\text{в}_i}-z_{\text{в}_j})\Bigg[\theta(z_{H_j}-z_{H_k})\int_{z_{\text{в}_i}}^{z}\int_{z_{\text{н}_j}}^{z}\int_{z_{\text{н}_k}}^{z}\psi_0(z)dzdzdz-\theta(z_{H_j}-z_{\text{в}_k})\int_{z_{\text{в}_i}}^{z}\int_{z_{\text{н}_j}}^{z}\int_{z_{\text{в}_k}}^{z}\psi_0(z)dzdzdz\Bigg]-$$

$$-\theta(z_{H_j}-z_{\text{в}_k})\int_{z_{\text{в}_i}}^{z}\int_{z_{\text{н}_j}}^{z}\int_{z_{\text{в}_k}}^{z}\psi_0(z)dzdzdz\Bigg]-\theta(z_{H_i}-z_{\text{в}_j})\Bigg[\theta(z_{\text{в}_j}-z_{\text{в}_k})\int_{z_{\text{в}_i}}^{z}\int_{z_{\text{в}_j}}^{z}\int_{z_{\text{н}_k}}^{z}\psi_0(z)dzdzdz-$$

$$-\theta(z_{H_j}-z_{\text{в}_k})\int_{z_{\text{в}_i}}^{z}\int_{z_{\text{в}_j}}^{z}\int_{z_{\text{в}_k}}^{z}\psi_0(z)dzdzdz\Bigg]\Bigg);$$

$$B_{1b}(z)_{i,j,k}=\theta(z-z_{H_i})\times\Bigg(\theta(z_{H_i}-z_{H_j})\Bigg[\theta(z_{H_j}-z_{H_k})\int_{z_{\text{н}_i}}^{z}\int_{z_{\text{н}_j}}^{z}\int_{z_{\text{н}_k}}^{z}dzdzdz-$$

$$-\theta(z_{H_j}-z_{\text{в}_k})\int_{z_{\text{н}_i}}^{z}\int_{z_{\text{н}_j}}^{z}\int_{z_{\text{в}_k}}^{z}dzdzdz\Bigg]-\theta(z_{H_i}-z_{\text{в}_j})\Bigg[\theta(z_{\text{в}_j}-z_{\text{в}_k})\int_{z_{\text{н}_i}}^{z}\int_{z_{\text{в}_j}}^{z}\int_{z_{\text{н}_k}}^{z}dzdzdz-$$

$$-\theta(z_{H_j}-z_{\text{в}_k})\int_{z_{\text{н}_i}}^{z}\int_{z_{\text{в}_j}}^{z}\int_{z_{\text{в}_k}}^{z}dzdzdz\Bigg]\Bigg)-\theta(z-z_{\text{в}_i})\times$$

$$\times\Bigg(\theta(z_{\text{в}_i}-z_{\text{в}_j})\Bigg[\theta(z_{H_j}-z_{H_k})\int_{z_{\text{в}_i}}^{z}\int_{z_{\text{н}_j}}^{z}\int_{z_{\text{н}_k}}^{z}dzdzdz-\theta(z_{H_j}-z_{\text{в}_k})\int_{z_{\text{в}_i}}^{z}\int_{z_{\text{н}_j}}^{z}\int_{z_{\text{в}_k}}^{z}dzdzdz\Bigg]-$$

$$-\theta(z_{H_i}-z_{\text{в}_j})\Bigg[\theta(z_{\text{в}_j}-z_{\text{в}_k})\int_{z_{\text{в}_i}}^{z}\int_{z_{\text{в}_j}}^{z}\int_{z_{\text{н}_k}}^{z}dzdzdz-\theta(z_{H_j}-z_{\text{в}_k})\int_{z_{\text{в}_i}}^{z}\int_{z_{\text{в}_j}}^{z}\int_{z_{\text{в}_k}}^{z}dzdzdz\Bigg]\Bigg);$$

Аналогічні процедури можуть бути побудовані для будь ітерації.

Для знаходження ФМХПП D_{12} і D_{22} [0, 0, 0] використовується формула (20), а самі D_{12} та D_{22} знаходяться чисельно.

Висновки. Розроблені методи за допомогою одного запису, що описує структуру поперечного перерізу, дозволяють реалізувати процедури розрахунку неоднорідних балкових елементів з практично необмеженою кількістю фаз (особливо для класичної моделі). Як видно з представлених формул, їх структура не залежить від кількості включень. Єдиним параметром, що залежить від кількості фаз, є час розрахунку, який від ітерації до ітерації зростає в геометричній прогресії.

Література

1. *Амбарцумян, С.А. Некоторые вопросы развития теории анизотропных слоистых оболочек / С.А. Амбарцумян // Изв. АН Арм. ССР: сер. физ.- мат. наук. – 1964. – Т. 17, № 3. – С. 29 – 53.*
2. *Амбарцумян, С.А. Теория анизотропных пластин / С.А. Амбарцумян. – М. : Наука, 1987. – 360 с.*
3. *Брюккер, Л.Э. Некоторые варианты упрощения уравнений изгиба трехслойных пластин / Л.Э. Брюккер // Расчеты элементов авиационных конструкций. – М. : Машиностроение, 1965. – Вып.3. – С.74 – 99.*
4. *Ворович, И.И. Некоторые математические вопросы теории пластин и оболочек / И.И. Ворович // Труды II Всесоюзного съезда по теоретич. и прикл. механике. Механика твердого тела. – М. : Наука, 1965. – Вып. 3. – С. 116 – 136.*
5. *Горик, О.В. Дослідження некласичної ітераційної моделі деформування композитних брусів // Машинознавство. – 2000. – №2. – С.18-24.*
6. *Григолюк, Э.И. Неклассическая теория колебаний стержней, пластин и оболочек. Итоги науки и техники / Э.И. Григолюк, И.Т. Селезов – М. : Наука, 1972. – Т.5. - 271 с.*
7. *Григолюк, Э.И. Нелинейные уравнения пологих многослойных оболочек регулярного строения / Э.И. Григолюк, И.Т. Селезов // МТТ. – 1967. – №1. – С. 163 – 169.*
8. *Лазарян, В.А. Обобщенные функции в задачах механики / В.А. Лазарян, С.И. Конашенко – К. : Наукова думка, 1974. – 191 с.*
9. *Пискунов, В.Г. Моделирование поперечных сдвигов дискретно-однородных композитных брусьев на основе итерационного процесса с учетом тангенциальных нагрузок. 1. Построение модели / В.Г. Пискунов, А.В. Горик, В.Н. Чередников // Механика композитных материалов. – Латвия, Рига,2000. – №4. – С. 487 – 500.*
10. *Пискунов, В.Г. Моделирование поперечных сдвигов дискретно-однородных композитных брусьев на основе итерационного процесса с учетом тангенциальных нагрузок. 2. Разрешающие уравнения и результаты / В.Г. Пискунов, А.В. Горик, В.Н. Чередников // Механика композитных материалов. – Латвия, Рига. – 2000. – Т.36, №6. – С.743 - 756.*
11. *Прусаков, А.П. Основные уравнения трехслойных пластин с легким заполнителем / А.П. Прусаков // ПММ. – 1951. – Т.XI, Вып.1. – С.27 – 36.*
12. *Рябов, О.Ф. Розрахунок багатошарових оболонок / О.Ф. Рябов. – К. : Будівельник, 1968. – 96 с.*
13. *Чулков, П.П. Общая теория слоистых оболочек / П.П. Чулков // МТТ. – 1967. – №6. – 167 с.*
14. *Reissner, E. Finite Deflections of Sandwich Plates // J. of the Aero. Sci. – 1948. – Vol.15, №17. – P.17 – 23.*
15. *Reissner, E. On the theory of bending of elastic plates // J. Math. and Phys. – 1944. – Vol.XXXIII. – P. 184 – 191.*

16. *Timoshenko, S.P. On the correction for shear of the differential equation for transverse vibrations of prismatic bars // Philosophical Magazine and Journal of science. – 1921. – Vol.41, ser.6, №245. – P. 744 – 746.*

В.Н. Чередников, к. т. н., доц., Е.П. Воскобойник, к. т. н., с.н.с, А.В. Чередникова, асп.
Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПАРАМЕТРОВ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СТАЛЕЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ БАЛОЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Создана универсальная методика для определения физико-механических характеристик поперечных сечений неоднородной структуры и применена для сталежелезобетонных балочных элементах.

Ключевые слова: *сталежелезобетонные балочные элементы, депланация, итерационная модель, сдвиговые деформации, изгиб*

V.M. Cherednikov, Ph.D., Docent, O.P. Voskobiynik, Ph.D. Senior Researcher
O.V. Cherednikova, Post graduate st.
Poltava National Technical University named after Yuri Kondratyuk

ON THE DETERMINATION OF STRESS-STRAIN STATE OF COMPOSITE BEAM ELEMENTS

Universal method for the determination of physical and mechanical properties of cross-sections with inhomogeneous structure was developed and was applied for composite beam elements.
Keywords: *composite beam elements, the iteration model, deplanation, shear deformation, bending.*

Надійшла до редакції 31.08.2012