

Міністерство освіти і науки України
Полтавський національний технічний університет
імені Юрія Кондратюка

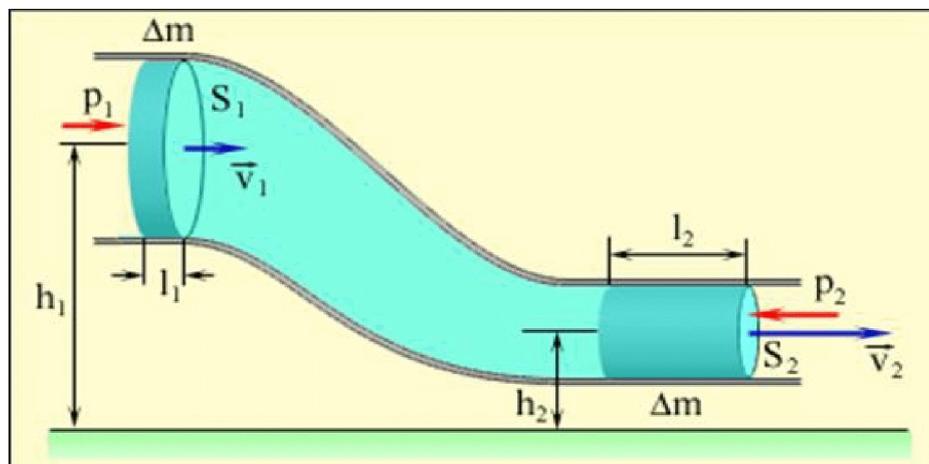


Ю.О. Давиденко, О.Г. Горб

Механіка рідин і газів

Навчальний посібник
з теоретичної механіки

для студентів
галузі знань 13 «механічна інженерія»
спеціальностей 131 «прикладна механіка»,
133 «галузеве машинобудування»;
галузі знань 14 «електрична інженерія» спеціальності
144 «теплоенергетика»;
галузі знань 18 «виробництво
та технології» спеціальності
185 «нафтогазова інженерія та технології»;
галузі знань 27 «транспорт»
спеціальності 274 «автомобільний транспорт»
денної та заочної форм навчання



Полтава 2017

Зміст

ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ	4
1. ГІДРОСТАТИКА. ОСНОВНІ ФІЗИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ РІДИНИ.....	6
1.1. Поняття про тиск	7
1.2. Розподіл тиску в урівноваженій рідині.....	10
1.3. Розподіл тиску в газі.....	12
2. РІВНОВАГА РІДИН, ГАЗІВ ТА ТІЛ, ЩО В НИХ ЗНАХОДЯТЬСЯ.....	14
2.1. Умови рівноваги тіл, які занурені в рідину або газ.....	14
2.2. Машини, котрі використовують тиск рідини	16
2.3. Сили гідростатичного тиску на тверді поверхні.....	17
3. РУХ РІДИННИХ І ГАЗОПОДІБНИХ ТІЛ	20
3.1. Стаціонарна течія рідини	20
3.2. Основний закон динаміки для ідеальної рідини	24
3.3. Рівняння Бернуллі для стаціонарної течії ідеальної рідини	27
4. ВИТІКАННЯ РІДИНИ З ПОСУДИНИ	28
4.1. Витікання рідини або газу, що знаходяться під тиском.....	31
4.2. Кількість руху рідини і газу	32
4.3. Гідравлічний удар	35
5. ПРИКЛАДИ.....	38
5.1. Задачі.....	38
5.2. Завдання для самостійної роботи.....	45
ДОДАТКИ.....	52
ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ	56
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	58

ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ

Теоретична механіка як фундаментальна наука є підґрунтям для інших інженерних дисциплін, що вивчають взаємодію між різними тілами.

Гідравліка – це наука про закони рівноваги і руху рідин, взаємодії їх із твердими тілами та застосування цих законів для розв’язання практичних задач. Особливо важлива роль гідравліки в машинобудуванні, водопостачанні й водовідведенні. У сучасних виробництвах широко використовується гідравлічний привід, преси, домкрати тощо, де наявна рідина в робочих органах. Неможливо правильно спроектувати та надалі експлуатувати інженерні мережі без знання законів гідравліки.

Гідростатика – розділ гідравліки, в якому вивчається рівновага рідин та газів.

Усі тіла складаються з найдрібніших часток – молекул, котрі перебувають у постійному й безперервному русі. У твердих тілах молекули коливаються навколо деякого положення рівноваги. Але ці відхилення настільки незначні, що вони не впливають на рух тіл або їх частин із точки зору механіки. Середнє положення молекул у твердому тілі відносно одна одної визначене. Під час звичайного аналізу руху твердого тіла будь-яка його частка складається з такої великої кількості молекул, що цю частку можна вважати суцільною і безперервною.

Кожне тверде тіло має свою форму, для зміни котрої необхідно прикласти певні сили. Тому тверде тіло, на відміну від рідини або газу, зберігає свою форму. *Рідини та гази – це такі фізичні тіла, що не мають певної форми і набувають форму тієї посудини, яку заповнюють.*

Ця відмінність між твердим тілом та рідиною (газом) досить умовна і стосується лише механіки. Деякі тіла в різних процесах поведуть себе як тверді та як рідини.

У газі молекули рухаються хаотично, ударяючись подібно дрібним тілам із твердого матеріалу. Молекули не пов'язані між собою під час польоту, часточки газу внаслідок безперервних зіткнень намагаються розлетітися в різні сторони, тому газ рівномірно заповнює весь виділений йому об'єм.

Отже, газ – *таке фізичне тіло, яке не має ні певної форми, ні певного об'єму.*

Об'єм газу визначається об'ємом посудини, яку він заповнює.

У рідинах, як і в газах, молекули не зв'язані між собою незмінно; під час хаотичного молекулярного руху кожна молекула рухається відносно інших як завгодно. Але на відміну від газів середня відстань між молекулами залишається майже незмінною. *Рідина* – один з основних агрегатних станів речовини поряд із газом та твердим тілом. Від газу рідина відрізняється тим, що зберігає свій об'єм, а від твердого тіла тим, що не зберігає форму. Тобто рідина є фізичним тілом, яке не має певної форми, але характеризується майже незмінним об'ємом. Об'єм рідини змінюється лише під час значної зміни діючих на неї зовнішніх сил.

Рідини завжди обмежені певною поверхнею, котра відділяє їх від твердого тіла чи газу; в останньому випадку поверхня рідини називається вільною.

Газоподібні тіла обмежені або поверхнею рідини, або твердими тілами, але можуть і не мати певної граничної поверхні, наприклад, верхні шари земної атмосфери.

У курсі механіки з достатнім ступенем точності тверді, рідинні та газоподібні тіла розглядаються як безперервні й суцільні. При цьому вважається, що при незмінних зовнішніх умовах *тверде тіло характеризується формою й об'ємом, рідина – лише об'ємом, а гази не мають ні форми, ні об'єму.*

1. ГІДРОСТАТИКА. ОСНОВНІ ФІЗИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ РІДИНИ

Основними фізичними властивостями рідини є:

а) *густина* ρ характеризує розподіл маси по об'єму рідини:

$$\rho = \frac{M}{V} \quad [\text{кг/м}^3],$$

де M – маса рідини в об'ємі V . Залежність справедлива для однорідної рідини;

б) *стисливість* – властивість рідини змінювати свій об'єм під впливом тиску;

в) *температурне розширення* – характеризує зміну щільності рідини зі зміною температури;

г) *опір розтягу* – рідини не витримують навіть незначних розтягуючих зусиль, отже, цей вид опору для рідин не можливий;

д) *в'язкість* – властивість рідини чинити опір зсуву її часточок. Ця властивість проявляється під час руху рідини. У випадку «ідеальної» рідини вона не враховується.

Сили, що діють на рідину

Зовнішні сили, діючі на деякий об'єм рідини, поділяються на масові та поверхневі.

Масові сили пропорційні масі рідинного тіла, а для однорідної рідини – його об'єму (сила ваги, сила інерції тощо).

Поверхневі сили безперервно розподілені по поверхні рідини й пропорційні площі цієї поверхні. Такі сили зумовлюють безпосередній вплив сусідніх об'ємів рідини або твердих тіл, що межують із цим рідинним тілом.

1.1. Поняття про тиск

Рідина або газ, які знаходяться в деякій замкнутій з усіх боків посудині, можуть піддаватися постійному зовнішньому впливу, наприклад, циліндр із поршнем, наповнений рідиною чи газом (рис. 1.1). Якщо на поршень діє відома сила F і при цьому поршень та рідина знаходяться в рівновазі, то рідина (газ) діє на поршень з однаковою, протилежно направленою силою F' .

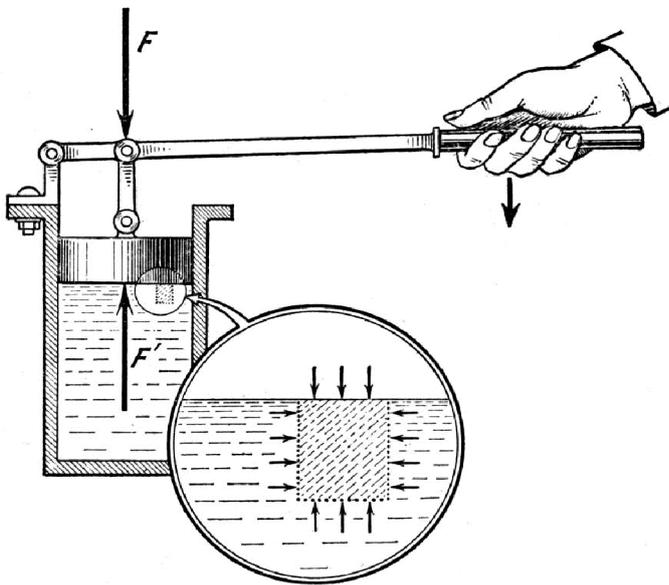


Рис. 1.1. Схема розподілу тиску

З умови рівноваги деякого об'єму рідини, котрий безпосередньо стикається з поршнем, можна встановити, що на нього діють сили збоку всієї рідини, тобто в рідині виникають внутрішні сили і напруження, подібно твердому тілу.

Постійні з часом (статичні) зусилля, які виникають у рідині (газі), принципово відрізняються від зусиль у твердому тілі тим, що в рідинах та газах відсутня дотична складова. Статичні внутрішні зусилля і напруження в рідині й газі завжди нормальні до поверхні будь-якого виділеного об'єму. Тому напруження в рідинах і газах називаються тиском.

Тиск – це сила, яка діє на одиницю площі поверхні виділеного об'єму і направлена нормально до поверхні.

Тиск має розмірність сили, поділеної на площу; за одиницю тиску в системі СІ прийнято **паскаль** (Па) :

$$1 \text{ Па} = \frac{1 \text{ Н}}{1 \text{ м}^2}.$$

У системі СГС одиницею тиску є **бар**: $1 \text{ бар} = 1 \text{ дина/см}^2 = 0,1 \text{ МПа}$.

$$1 \text{ дина} = 1 \text{ г} \cdot 1 \text{ см/с}^2.$$

У техніці тиск визначається в кгс/см^2 – технічна атмосфера (ат) ;
або кгс/м^2 .

У фізиці тиск вимірюється висотою ртутного стовпа, або фізичною атмосферою (атм):

$$1 \text{ атм} = 760 \text{ мм Hg} = 1,033 \text{ ат} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2.$$

Г'єзометричний тиск – це тиск, виражений у метрах водяного стовпа. Наприклад, $1 \text{ ат} = 10 \text{ м}$ водяного стовпа.

Манометричний тиск – надлишковий порівняно з атмосферним тиск рідини (газу), що знаходиться в замкнутій посудині.

Рідини в гравітаційному полі створюють тиск як на стінки й дно ємності, так і на будь-які тіла всередині самої рідини. Цей тиск діє в усіх напрямках (закон Паскаля) та зростає з глибиною.

Тиск для врівноважених рідин та газів описується

законом Паскаля:

у будь-якому місці врівноваженої рідини чи газу тиск однаковий у всіх напрямках і однаково передається по всьому об'єму, який займає рідина або газ.

Основне рівняння гідростатики має вигляд

$$p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h, \quad \text{або} \quad p = p_0 + \gamma \cdot h,$$

де p_0 – гідростатичний тиск на вільній поверхні;

ρ – густина рідини (константа);

g – прискорення вільного падіння;

h – глибина точки (відстань між точкою та поверхнею рідини).

Зв'язок між густиною і тиском

Густина рідини мало залежить від тиску. Наприклад, при зміні тиску на воду в 1000 атм її об'єм змінюється лише на 5%. Тобто майже завжди в гідростатиці можна знехтувати зміною об'єму і вважати досліджувану рідину *нестисливою*.

Густина ρ вимірюється в різних одиницях, розмірність яких $[M/V]$. У системі СІ густина вимірюється в $\text{кг}/\text{м}^3$, у фізичній системі СГС – $\text{г}/\text{см}^3$ (у технічній системі – $\text{кгс}\cdot\text{с}^2/\text{м}^4$). Часто в дослідах та підрахунках замість густини використовують поняття «*питома вага*» (γ) – вага речовини в одиниці об'єму. Питому вагу вимірюють в $\text{Н}/\text{м}^3$, $\text{гс}/\text{см}^3$, $\text{кгс}/\text{м}^3$. Питома вага води у звичайних умовах дорівнює $9800 \text{ Н}/\text{м}^3$ у системі СІ, чи приблизно $1000 \text{ кгс}/\text{м}^3$ у технічній системі.

Важливе значення в гідромеханіці має поняття «*ідеальна рідина*». Це абстрактна модель, подібна до моделі абсолютно твердого тіла в статиці та динаміці. Будемо вважати ідеальну рідину абсолютно нестисливою й нерозтяжною під дією температури. Густина її постійна, пружність надзвичайно велика, коефіцієнт температурного розширення дорівнює нулю. Ідеальна рідина абсолютно рухлива, вона не чинить опору розриву або зміні форми. Із цього слідує, що в ідеальному рідинному тілі не можуть існувати розтяжні та дотичні зусилля, а виникають лише стискаючі напруження.

Густина газів суттєво залежить від тиску, під дією якого знаходиться газ. **Закон Бойля – Маріотта:**

при незмінній температурі густина газів (або питома вага) пропорційна тиску.

Цей закон виведено дослідним шляхом, відомим із курсу фізики. Знаючи об'єм і вагу газу, легко визначити його питому вагу (чи густину).

Властивості більшості речовин, що знаходяться в газоподібному стані, описуються за допомогою рівняння Клапейрона – Менделєєва для ідеальних газів, що пов'язує між собою такі параметри, як температура, питома вага і тиск. Це рівняння, котре має назву рівняння стану ідеального газу, справедливе для більшості газів при звичайній температурі

$$pV = \frac{m}{\mu} \cdot R \cdot T, \quad (1)$$

де p – тиск газу (Па);

T – температура газів за шкалою Кельвіна, яка пов'язана зі шкалою Цельсія t співвідношенням $T = t + 273$ (°К);

R – постійна для всіх газів величина (газова const, віднесена до однієї грам-молекули і дорівнює 8,32 Дж/(моль·К);

V – об'єм газу маси m ;

μ – молярна маса газу, яка дорівнює відношенню маси m до кількості речовини ν , таким чином, $\mu = \frac{m}{\nu}$, або інакше $\frac{m}{\mu} = \nu$ – кількість речовини (моль).

Один моль речовини містить однакову кількість часток (атомів, молекул, іонів тощо), яка називається *числом Авогадро*,

$$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}.$$

1.2. Розподіл тиску в урівноваженій рідині

Закон Паскаля не враховує ваги рідини (газу). Тиск по горизонталі буде однаковим, інакше не буде рівноваги, тобто $P_A = P_B$. Це свідчить про те, що вільна поверхня рідини завжди горизонтальна на віддаленні від стінок посудини.

По вертикалі тиск буде змінюватися, зростати з глибиною за рахунок ваги рідини. Спочатку встановимо залежність між тиском у точках C і D , розміщених на одній вертикалі (рис. 1.2).

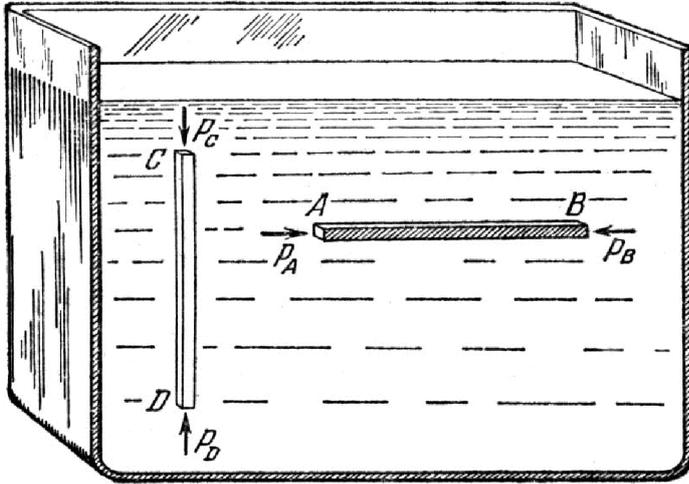


Рис. 1.2. Рівновага занурених у рідину або газ тіл

Рівняння рівноваги рідини, розміщеної в призмі CD , матиме вигляд

$$S_o \cdot p_C + P = S_o \cdot p_D, \quad (2)$$

де G – сила ваги рідини, яка знаходиться в призмі;

S_o – площа перерізу призми.

Із формули (2) випливає, що $p_D = p_C + \frac{G}{S_o}$, або інакше

$$p_D - p_C = p_g = \frac{G}{S_o}, \quad (3)$$

де p_g – тиск, який створює вага стовпчика рідини, розміщеного між точками C і D .

Якщо вагою рідини (газу) можна знехтувати, то $p_C = p_D$.

Якщо рідина не стислива або її можна такою вважати, то питома вага γ не залежить від тиску. Тоді вага стовпчика рідини дорівнює

$$G = \gamma \cdot S_o \cdot \ell, \quad (4)$$

де ℓ – довжина стовпчика (призми).

Значить, тиск на нижню площину призми зростає на величину

$$p_g = \frac{G}{S_o} = \gamma \cdot \ell, \text{ тобто тиск лінійно змінюється з висотою.}$$

Це створює виштовхуючі сили, які діють на занурені та плаваючі тіла. Цим також пояснюється «гідростатичний парадокс», пов'язаний із силою тиску на дно посудини.

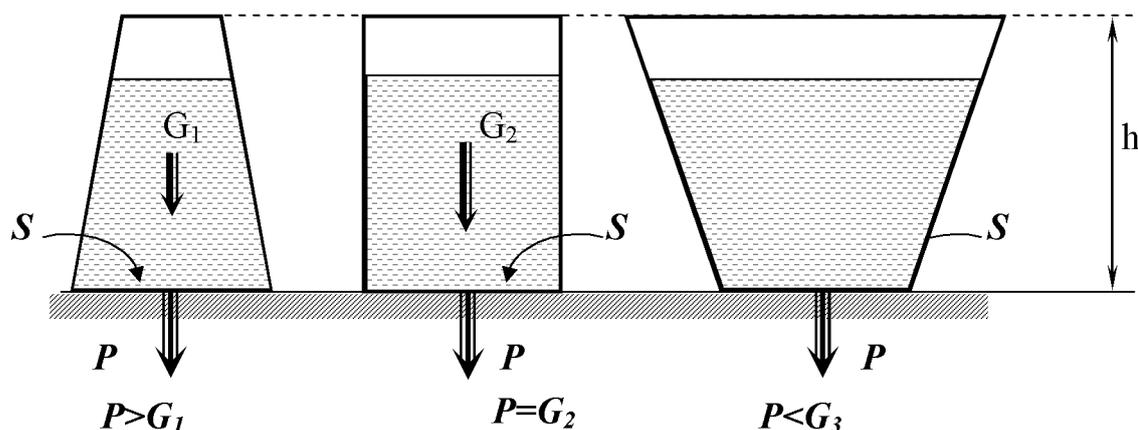


Рис. 1.3. Ілюстрація «гідростатичного парадоксу»

Сила тиску не завжди дорівнює вазі рідини в посудині, а може бути як більшою за неї, так і меншою внаслідок того, що тиск, який діє на дно, залежить лише від висоти рівня та питомої ваги рідини. А сила тиску на дно дорівнює добутку тиску на площу дна S (рис. 1.3)

$$P = h \cdot S \cdot \gamma.$$

1.3. Розподіл тиску в газі

Тиск у газі, який перебуває в рівновазі, зростає донизу внаслідок ваги верхніх його шарів. Очевидно, що тиск однаковий у будь-якій горизонтальній площині. Але при визначенні зміни тиску по вертикалі необхідно врахувати зміну щільності (густини) залежно від тиску.

Запишемо умову рівноваги для циліндра перерізом 1 см^2 і дуже малої висоти dy (рис. 1.4) у вигляді

$$p + dp + \gamma \cdot dy - p = 0,$$

$$\text{звідки} \quad dp = -\gamma \cdot dy, \quad (5)$$

де dp – різниця тисків на верхній та нижній основах циліндра. Зміна тиску зі зміною висоти на величину h дорівнює

$$p_h - p_o = \int_0^h dp = -\int_0^h \gamma \cdot dy, \quad \text{або}$$

$$p_o - p_h = \int_0^h \gamma \cdot dy. \quad (6)$$

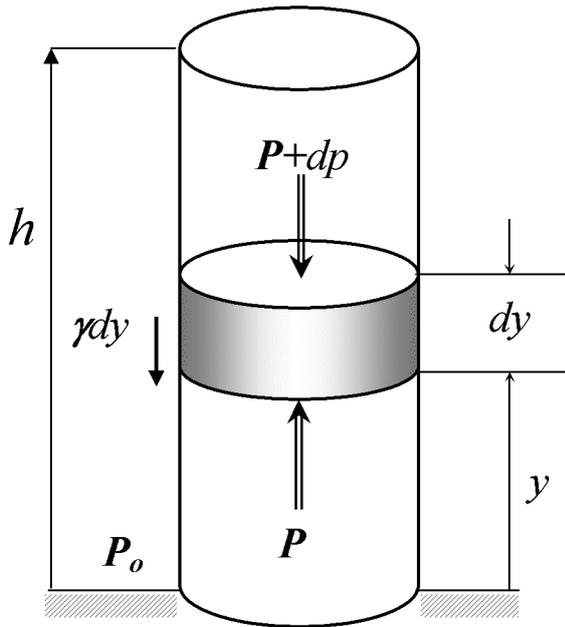


Рис. 1.4. Зміна тиску газу зі зміною висоти

Якщо газ має постійну температуру, то питома вага γ і тиск p пов'язані згідно із законом Бойля – Маріотта

$$\frac{p}{\gamma} = \frac{p_o}{\gamma_o},$$

$$\text{звідки} \quad p = \gamma \cdot \frac{p_o}{\gamma_o}. \quad (7)$$

Тоді зміну тиску з висотою можна виразити, підставивши формулу (7) в залежність (5):

$$dp = -p \frac{\gamma_o}{p_o} dy, \quad \text{або} \quad \frac{dp}{p} = -\frac{\gamma_o}{p_o} dy.$$

Інтегруємо цей вираз від нуля до h :

$$\int_{p_o}^{p_h} \frac{dp}{p} = -\frac{\gamma_o}{p_o} \int_0^h dy, \quad \text{або} \quad \ln \frac{p_h}{p_o} = -\frac{\gamma_o h}{p_o}.$$

Після перетворення останнього виразу одержимо барометричну формулу, яка встановлює залежність тиску від висоти,

$$p_h = p_o \cdot e^{-\frac{\gamma_o h}{p_o}}, \quad (8)$$

де γ_o – питома вага повітря на поверхні Землі, на рівні моря ($h = 0$).

Очевидно, що зі зростанням висоти тиск газу падає згідно з експоненціальним законом (8). Але поблизу поверхні Землі, вважаючи атмосферу спокійною і температуру постійною, для наближених розрахунків тиску можна користуватися формулою

$$p_h = p_o - \gamma_o \cdot h. \quad (9)$$

Вона одержана за допомогою розкладання в ряд Маклорена експоненти

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots, \text{ у нашому випадку } x = -\frac{\gamma_o h}{p_o}.$$

Обмежившись у ряду двома членами, одержали формулу (9).

2. РІВНОВАГА РІДИН, ГАЗІВ ТА ТІЛ, ЩО В НИХ ЗНАХОДЯТЬСЯ

2.1. Умови рівноваги тіл, які занурені в рідину або газ

На тіло, занурене повністю чи частково в рідину (або газ), діє виштовхувальна (підйомна) сила зі сторони оточуючої рідини чи газу. Ще в III сторіччі до нашої ери Архімед відкрив закон:

будь-яке тіло, занурене в рідину (або газ), відчуває зі сторони навколишнього середовища дію сили, що дорівнює вазі витісненої тілом рідини (газу); ця сила направлена вгору і проходить через центр мас витісненої рідини (газу).

Наявність такої сили та її величина пояснюються розподілом тиску в рідині. Вага тіла, яке плаває на поверхні рідини, дорівнює вазі витісненого

ним об'єму рідини. Рівновага може бути стійкою навіть у випадку, коли центр ваги знаходиться вище від центру мас витісненої рідини, як це в дійсності буває у суден (рис. 2.1).

Наприклад, на поверхні води плаває дерев'яний брусок, який має форму прямокутного паралелепіпеда. Густина дерева дорівнює приблизно 0,5 густини води, тому центр мас бруска **A** завжди буде знаходитися вище від центру мас витісненої води **B**. Але досвід показує, що брусок матиме стійке положення, коли більша грань паралелепіпеда горизонтальна (рис.

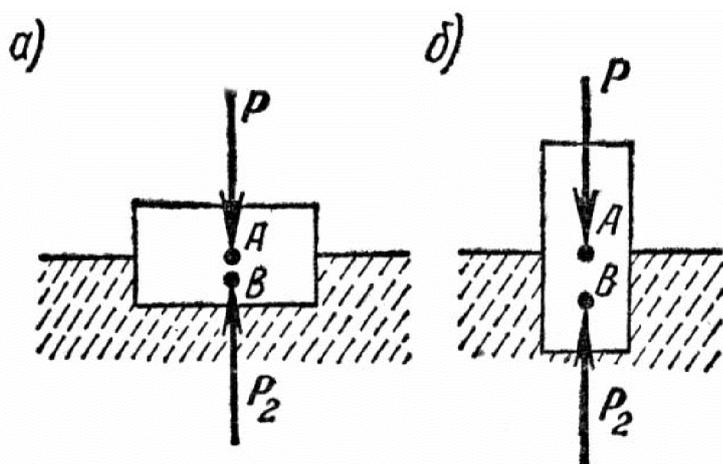


Рис. 2.1. Виштовхувальна сила рідини

паралелепіпеда, тобто рівновага його не стійка.

Тверде тіло, об'єм якого можна вважати незмінним, буде або плавати на поверхні, або опуститься на дно. Якщо ж вага тіла точно дорівнює вазі витісненої рідини, то воно буде знаходитись у стані байдужої рівноваги в будь-якій частині рідини (газу), наприклад, стратостат, буй, зонд тощо (рис. 2.2). Центри ваги тіла і витісненої води будуть завжди знаходитися на одній вертикалі. При відхиленні тіла від такого положення (рис. 2.2, б) воно буде коливатися, доки не займе стійке положення (рис. 2.2, а).

2.1, а), але він швидко перевернеться, якщо його пустити, як показано на рисунку 2.1, б. Це пояснюється тим, що при відхиленні від положення стійкої рівноваги лінія дії рівнодіючої активних сил для схеми б рисунка 2.1 вийде за межі основи па-

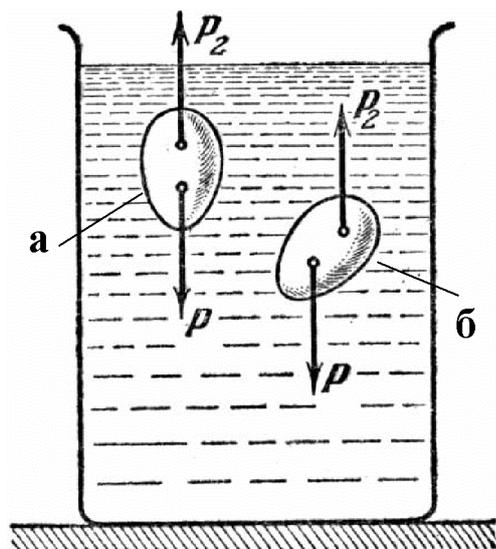


Рис. 2.2. Стійкість рівноваги занурених у рідину або газ тіл

У дійсності об'єм тіла зі збільшенням тиску зменшується, тому рівновага такого тіла в рідині постійної густини *завжди не стійка*.

Наприклад, при опусканні тіла від положення рівноваги тиск на нього збільшується, об'єм, навпаки, зменшується, і, як наслідок, зменшується виштовхувальна сила. Тіло ще інтенсивніше буде опускатися,

зменшуючись в об'ємі й прискорюючи занурення. Аналогічно, але діаметрально протилежно виглядає картина при підйомі тіла від положення рівноваги – тиск падає, об'єм та виштовхувальна сила збільшуються.

Визначення стійкості рівноваги плаваючого тіла у випадку, коли воно змінює свій об'єм зі зміною тиску, є більш складною задачею. Наприклад, у газі потрібно враховувати зміну об'ємів як тіла, так і газу. Залежності мають більш складний вигляд.

2.2. Машини, котрі використовують тиск рідини

Важко навіть уявити сучасний автомобіль, технологічну машину чи будь-який промисловий пристрій, у якому б не використовувалися гідравлічні пристрої. Це і гальмівні пристрої, й робочі органи різноманітних маніпуляторів, вантажопідйомних механізмів тощо. Основною частиною їх є гідравлічний циліндр (рис. 2.3).

Гідравлічний циліндр є основою різноманітних гідравлічних домкратів, пресів, акумулюючих машин, бульдозерів, екскаваторів тощо.

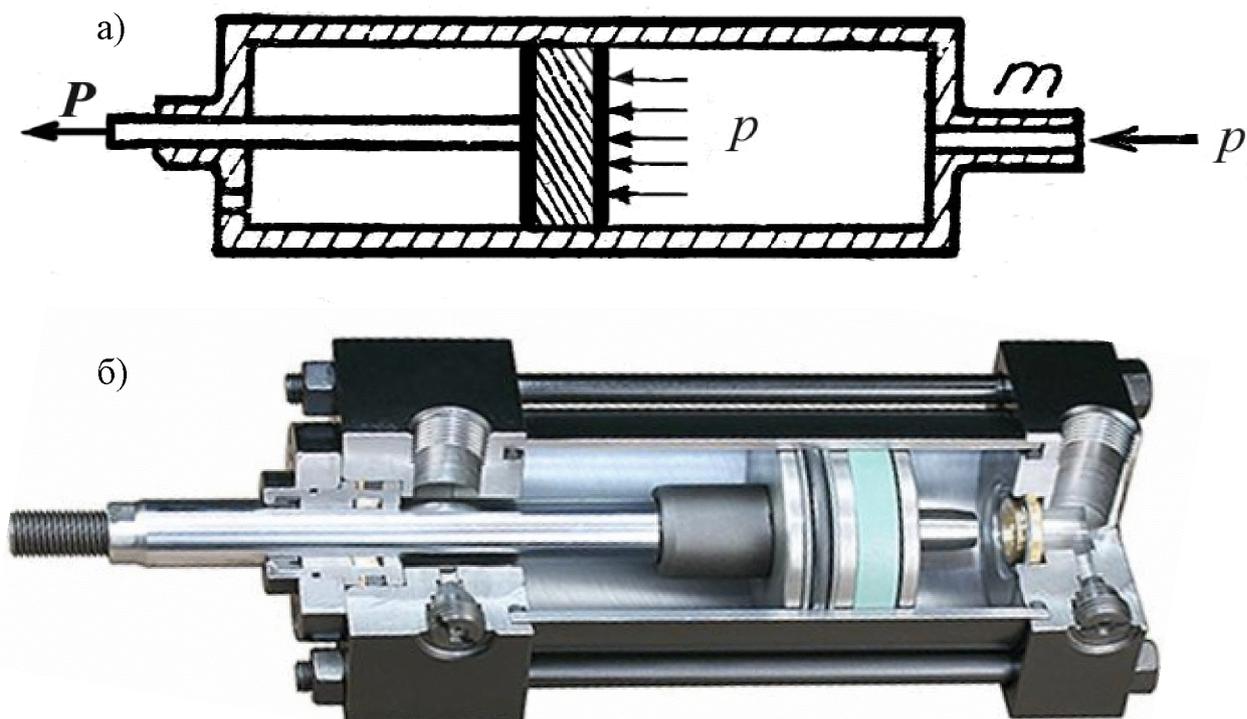


Рис. 2.3. Схема роботи гідравлічного циліндра:
а) принципова схема; б) реальний пристрій

На нього тисне рідина, яка потрапляє через трубку m під тиском p . Сила тиску робочого органа P буде в стільки разів більшою за діючий тиск p , у скільки разів відрізняються діаметр вхідного отвору від діаметра робочого поршня. Тобто дуже незначним зусиллям можна створювати надзвичайно великі сили (додаток Г).

2.3. Сили гідростатичного тиску на тверді поверхні

Визначення сили тиску рідини, яка діє на ту чи іншу поверхню, має велике практичне значення під час механічних розрахунків дамб, стін резервуарів, заглушок, мембран, підпірних перегородок тощо.

Аналітичний спосіб визначення сили тиску полягає в тому, що сила гідростатичного тиску на плоску фігуру дорівнює добутку площі цієї фігури на тиск у центрі її ваги.

Розглянемо силу тиску P на плоску тверду стінку довільної форми площею S . Вона визначається за формулою

$$P = (p_0 + \gamma \cdot h_c) \cdot S = p_c \cdot S, \quad (10)$$

де p_0 – гідростатичний тиск на вільній поверхні;

γ – питома вага рідини;

h_c – глибина занурення центру ваги плоскої фігури (т. C);

p_c – тиск у центрі ваги фігури.

Сила P направлена по нормалі до плоскої фігури. Точка її прикладення (т. D) називається центром тиску рідини на плоску фігуру. Її положення визначається формулою

$$y_D = y_C + \frac{J_C}{S \cdot y_C}, \quad (11)$$

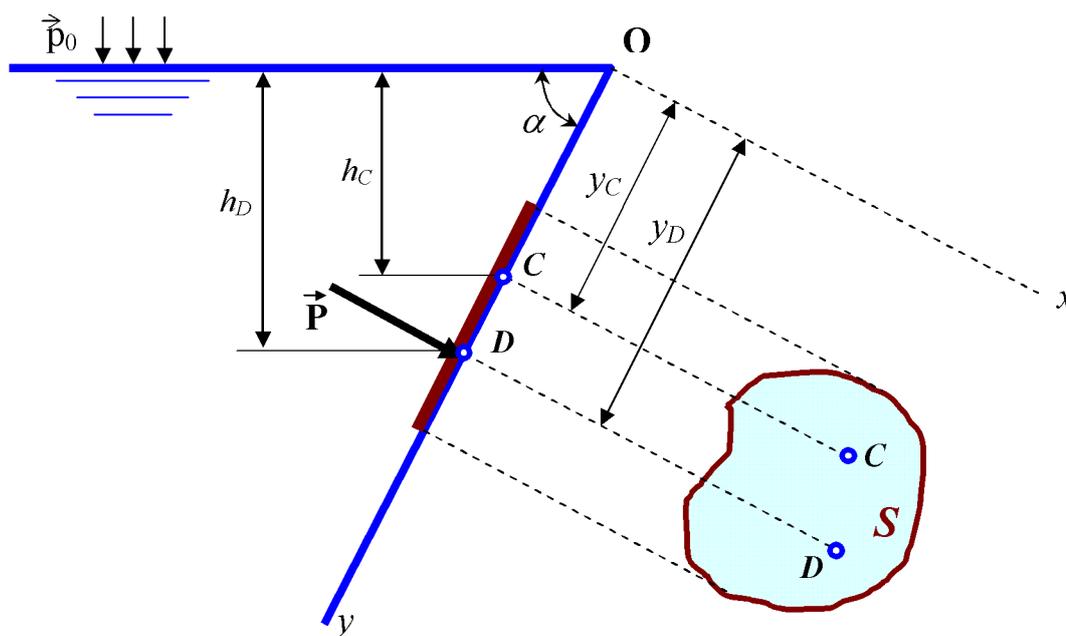


Рис. 2.4. Розрахункова схема

де J_C – момент інерції площі фігури відносно осі, яка паралельна до осі Ox , що проходить через центр ваги фігури.

Із формули (11) слідує, що центр тиску D розміщується, як правило, нижче від центру ваги фігури – т. C .

Остаточно можна записати так: сила гідростатичного тиску на плоску фігуру дорівнює добутку площі цієї фігури на тиск в центрі її ваги.

Схема для визначення тиску рідини на плоску стінку наведена на рисунку 2.4.

Величину сили тиску рідини P та точку його прикладення D на прямокутні стінки, що мають постійну ширину b , можна визначити графічно за допомогою епюр тиску.

Лінія дії сили P проходить через центр ваги епюри, перпендикулярно до стінки. Точка перетину P з AB визначає положення центру тиску рідини на стінку – D .

Модуль гідростатичного тиску в цьому випадку визначають як площу епюри тиску на відповідну поверхню, помножену на ширину ділянки, де діє рідина.

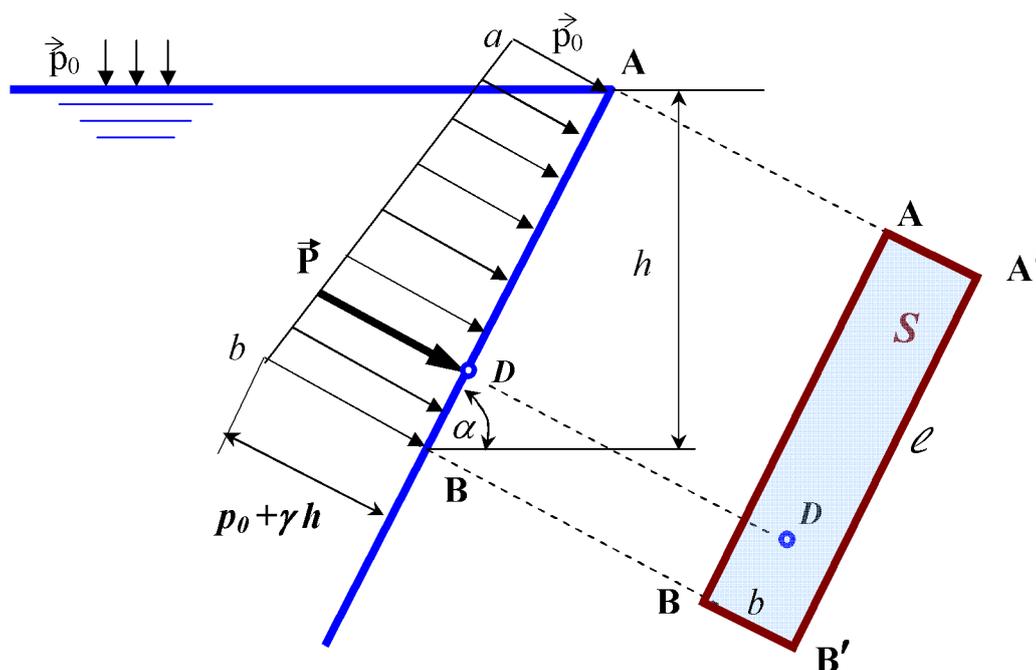


Рис. 2.5. Епюра гідростатичного тиску

На рисунку 2.5 ця епюра має вигляд трапеції. Існують графічні методи для визначення положення центрів ваги, коли епюра тиску – трапеція.

У випадку, коли $p_0 = 0$, епюра набуває форму трикутника, центр ваги якого знаходиться на відстані $1/3$ висоти від його основи.

Тобто $BD = 1/3 \cdot \ell$.

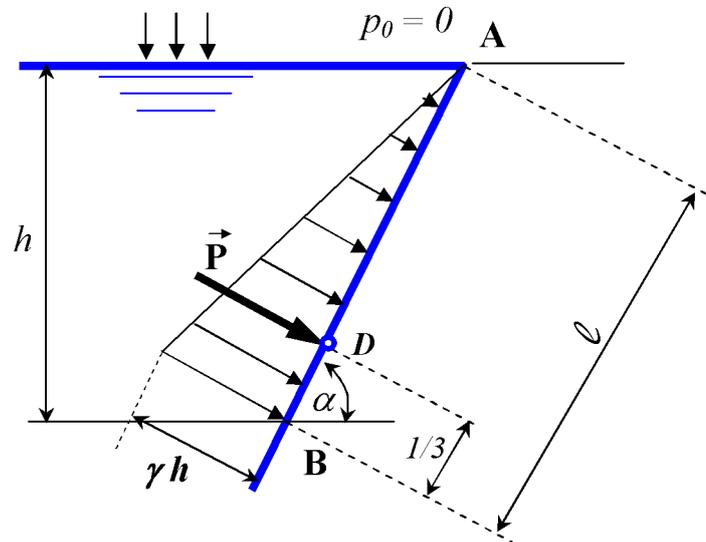


Рис. 2.6. Епюра тиску при $p_0 = 0$

У машинобудуванні часто доводиться мати справу з p_0 , що значно перевищує надлишковий тиск $\gamma \cdot h_c$. У цьому випадкові можна вважати, що $y_C = y_D$, тобто ці точки збігаються. Це ж спостерігається у випадку, коли стінка, на яку тисне рідина, горизонтальна.

3. РУХ РІДИННИХ І ГАЗОПОДІБНИХ ТІЛ

3.1. Стаціонарна течія рідини

Під час руху рідини чи газу між окремими частинками виникають сили внутрішнього тертя, або сили в'язкості. Коефіцієнт в'язкості таких речовин, як повітря, вода тощо, відносно невеликий, тому за певних умов можна наближено розглядати течію рідини (чи газу) як течію «ідеальної» рідини, тобто рідини, позбавленої в'язкості. Так можна вважати для багатьох практичних випадків.

Знаючи закони течії ідеальної рідини, можна вже в них унести поправки, які враховують вплив в'язкості. Такий шлях послідовного вивчення закономірностей руху рідин і газів дозволяє відносно простими способами дослідити складні закони течії в'язкої рідини.

Картину плину рідини (газу) можна уявити за допомогою *поля* вектора швидкостей окремих часток. Кожній точці простору \vec{r} у момент часу t відповідає вектор швидкості $\vec{v}(\vec{r}, t)$ часточки, яка проходить через точку \vec{r} ; він залежить від положення в просторі точки й часу t .

Рух рідини (газу) називають *стаціонарним (усталеним)*, якщо всі параметри – швидкість, тиск, густина, температура тощо – залишаються постійними весь час та в кожній точці простору, зайнятого рідиною. Інакше рух називається нестаціонарним (неусталеним) і його закономірності будуть значно складнішими.

Навіть стаціонарний рух рідини або газу по трубах є досить складним із кінематичної точки зору. У цілому, в усіх точках простору, зайнятого рухливою рідиною, швидкості часток різняться за величиною та напрямком. Тиск, під впливом якого знаходяться рухливі частки, також різний, хоча він закономірно пов'язаний з рухом часток. У рухомому газі змінюється з простором його густина, оскільки змінюється тиск і температура.

Аналіз картини стаціонарної течії значно спроститься, якщо розбити рухливу рідину (газ) на достатньо тонкі *трубки течії*.

Для цього проведемо уявні траєкторії всіх часточок, які торкаються кільця A , що знаходиться впоперек потоку. Рідина безперервна, значить, і стінку трубки можна вважати суцільною. Швидкість часток на поверхні трубки дотична до її поверхні. Можна весь простір рухливої рідини розбити на такі трубки течії. Очевидно, що стінки трубки течії утворені траєкторіями часточок, які будуть знаходитись у трубках весь час руху.

Рух у трубці течії буде таким же, як і течія без тертя в трубці з твердими стінками, переріз котрої змінюється достатньо плавно.

При нестаціонарному русі також можна уявити трубки течії, але вони не будуть утвореними траєкторіями часток.

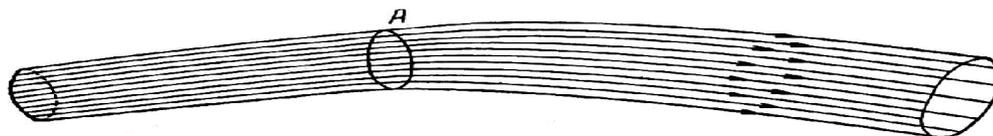


Рис. 3.1. Схема трубки течії

Розглянемо умову постійності потоку маси при течії по трубці. **При стаціонарному русі маса рідини (газу), що проходить за одиницю часу через будь-який переріз трубки, однакова для всіх перерізів.**

Якщо взяти переріз трубки з площею S і швидкість течії V , то маса рідини, котра проходить за секунду через цей переріз,

$$Q = \rho \cdot V \cdot S,$$

де ρ – густина рідини або газу в цьому перерізі.

Тоді в іншому перерізі трубки площею S_1 та швидкістю V_1 кількість пройденої рідини за секунду повинна бути такою ж (Q), інакше між цими перерізами рух перестав би бути стаціонарним (мало б місце зростання або зменшення потоку рідини).

$$Q = \rho_1 \cdot V_1 \cdot S_1,$$

де ρ_1 – густина рідини чи газу в іншому перерізі.

Тоді **закон усталеності потоку** маси вздовж будь-якої трубки течії має вигляд

$$Q = \rho \cdot V \cdot S = \text{const}. \quad (12)$$

Якщо рідина не стислива, якою у звичайних умовах вважають воду, то густина її залишається постійною, і тоді на основі закону (12) **швидкість у будь-якому перерізі трубки обернено пропорційна площі цього перерізу.**

Таким чином, форма трубки визначає й швидкість течії: швидкість зростає там, де трубки течії звужуються, та навпаки, падає там, де вони розширюються. Це добре видно на рисунку 3.2 та в додатку Г.

Знайдемо залежність між зміною швидкості та зміною тиску вздовж трубки течії. Для цього розглянемо рух часточки рідини, яка займає весь

час певний відрізок трубки течії. Можна вважати, що ця часточка рухається вздовж трубки, деформуючись і заповнюючи весь її переріз.

Трубку вважаємо горизонтальною.

Очевидно, що при постійній величині перерізу трубки швидкість нестисливої рідини також буде постійною, без прискорення. Отже, тиск теж залишається незмінним (відрізки 0 – 1, 2 – 2', 3 – 4 на рис. 3.2).

На відрізку 1 – 2, де трубка звужується, частинка рідини (ab) прискорюється, її швидкість зростає. А значить, часточки отримують прискорення, що можливе лише за рахунок тиску з боку сусідніх часток рідини, тобто тиск позаду більший.

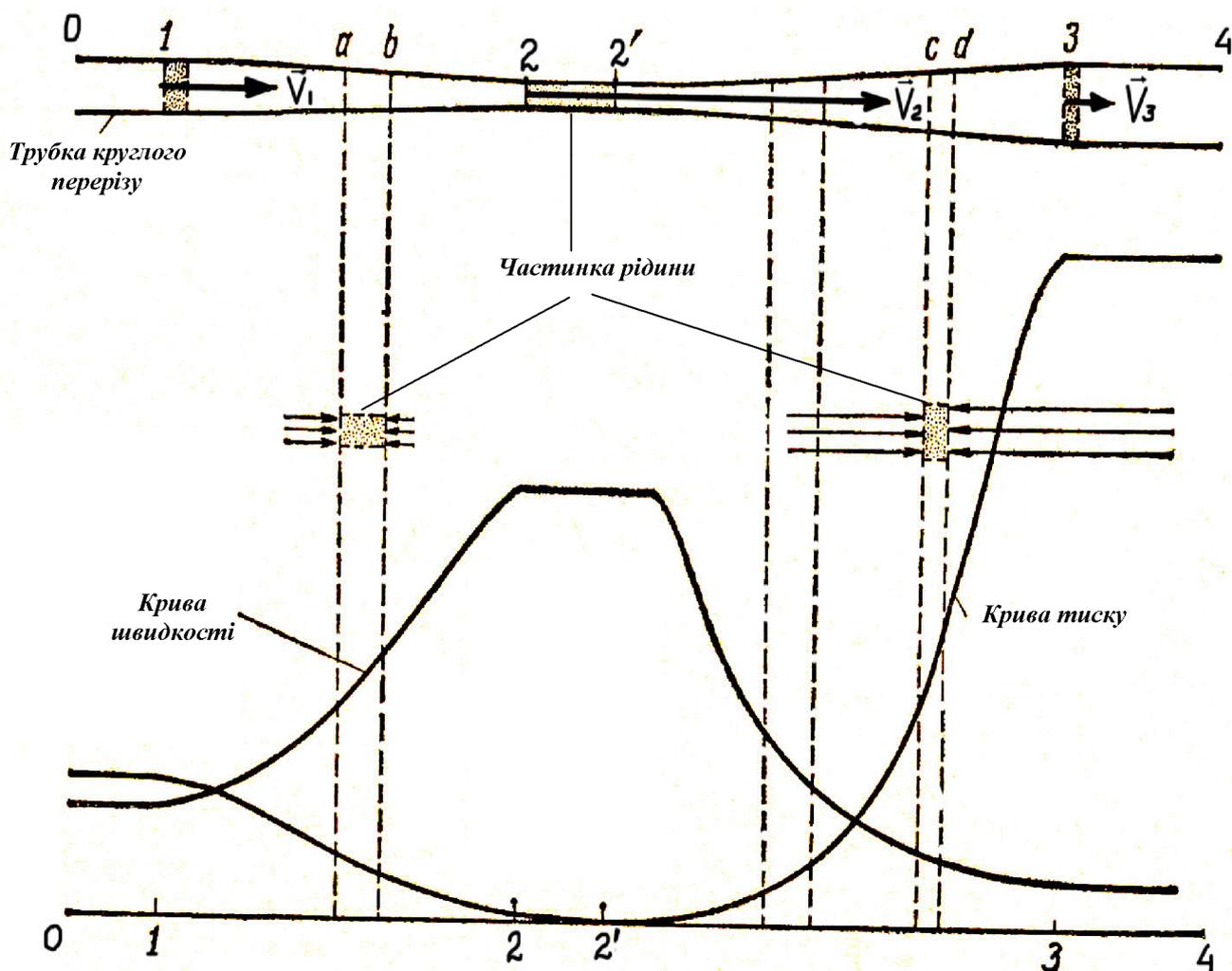


Рис. 3.2. Залежність швидкості та тиску від площі перерізу трубки течії

Таким чином, при звуженні трубки тиск у ній падає. При розширенні трубки на відрізку $2' - 3$ швидкість частинки рідини (cd) зменшується, прискорення від'ємне. Тобто тиск попереду більший.

Отже, знаючи характер зміни розмірів перерізу трубки течії нестисливої рідини, можна достатньо точно визначити, як будуть змінюватися швидкість та тиск уздовж неї.

Ця властивість рідини широко використовується в різноманітних пристроях, де робочою речовиною виступає рідина чи газ.

3.2. Основний закон динаміки для ідеальної рідини

Кожна рухома часточка рідини (газу) відчуває вплив зі сторони оточуючих часток, що виражається тиском p . Раніше показано, що зміна тиску визначає прискорення рухливої часточки.

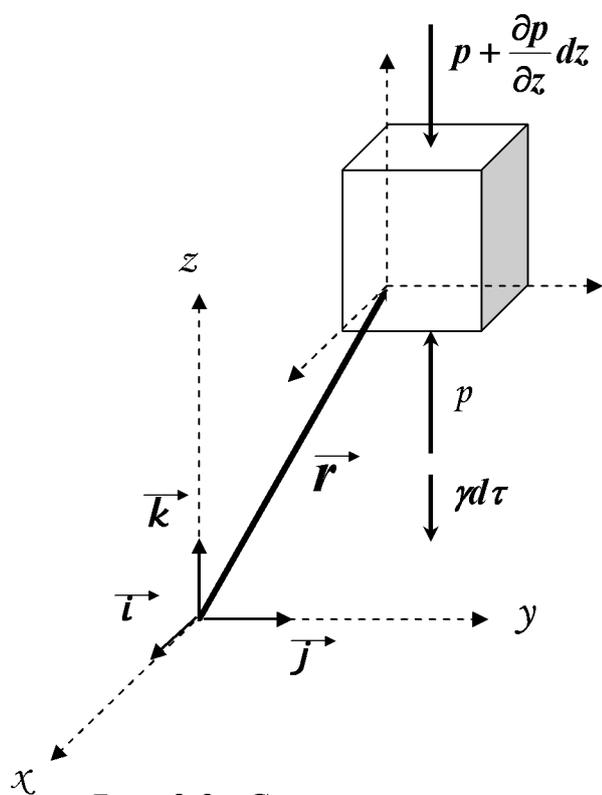


Рис. 3.3. Схема напруженого стану

Виходячи із цього, виведемо основний закон динаміки для часточки рідини. Приймаємо, що виділена часточка у формі куба об'ємом $d\tau = dx dy dz$ знаходиться в точці простору, яка визначається $\vec{r}(x, y, z)$ (рис. 3.3).

На кожную грань куба діє сила тиску. Наприклад, на грань $dx dy$ знизу діє зусилля $p dx dy$, а на протилежну грань – зусилля

$$-\left(p + \frac{\partial p}{\partial z} dz\right) dx dy .$$

Тоді вздовж осі z на куб діє сумарна сила

$$p dx dy - \left(p + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right) dx dy = - \frac{\partial p}{\partial z} d\tau.$$

Крім цього, на часточку діє сила ваги $-\gamma d\tau$, направлена протилежно осі z (тут γ – питома вага рідини). Тоді, згідно з другим законом динаміки,

$$\rho d\tau \frac{dV_z}{dt} = - \frac{\partial p}{\partial z} d\tau - \gamma d\tau,$$

або інакше, скоротивши на $d\tau$,

$$\rho \frac{dV_z}{dt} = - \frac{\partial p}{\partial z} - \gamma, \quad (13)$$

де V_z – компонента швидкості по осі z .

Унаслідок досить малих розмірів куба $d\tau$ вважаємо, що густина ρ постійна по всьому об'єму. Також однаковий тиск p на гранях куба в усіх точках й однакові швидкості V .

Аналогічно виразимо другий закон динаміки в напрямку двох інших осей:

$$\rho \frac{dV_x}{dt} = - \frac{\partial p}{\partial x}, \quad \rho \frac{dV_y}{dt} = - \frac{\partial p}{\partial y}, \quad (14)$$

оскільки сила ваги направлена вздовж осі z .

Запишемо формули (13) і (14) у векторному вигляді, прийнявши за одиничні вектори вздовж осей координат орти $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$:

$$\rho \frac{d}{dt} (V_x \vec{i} + V_y \vec{j} + V_z \vec{k}) = - \left(\frac{\partial p}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial p}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial p}{\partial z} \vec{k} \right) - \gamma \vec{k}, \text{ або}$$

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = - \mathbf{grad} p + \rho \vec{g}, \quad (15)$$

де вектор $\frac{\partial p}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial p}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial p}{\partial z} \vec{k}$ називається *градієнтом тиску* p ;

вектор $-\gamma \vec{k} = \rho \vec{g}$, де \vec{g} – вектор прискорення тяжіння.

Формула (15) виражає основний закон гідродинаміки для ідеальної рідини чи газу. У нестационарних потоках усі величини: густина ρ , швидкість \vec{V} , тиск p – залежать від положення \vec{r} і часу t . У стаціонарному потоці – лише від положення \vec{r} , тому при вивченні стаціонарної течії використовується поняття про трубки течії: вони постійні, й тоді закон динаміки для ідеальної рідини в тонкій трубці течії можна сформулювати таким чином.

Швидкість $V = V(s)$ є функцією лише координати s (координати вздовж осьової лінії трубки). Часточка, яка в момент часу t мала координату s , за час dt переміститься на віддаль ds_1 (рис. 3.4).

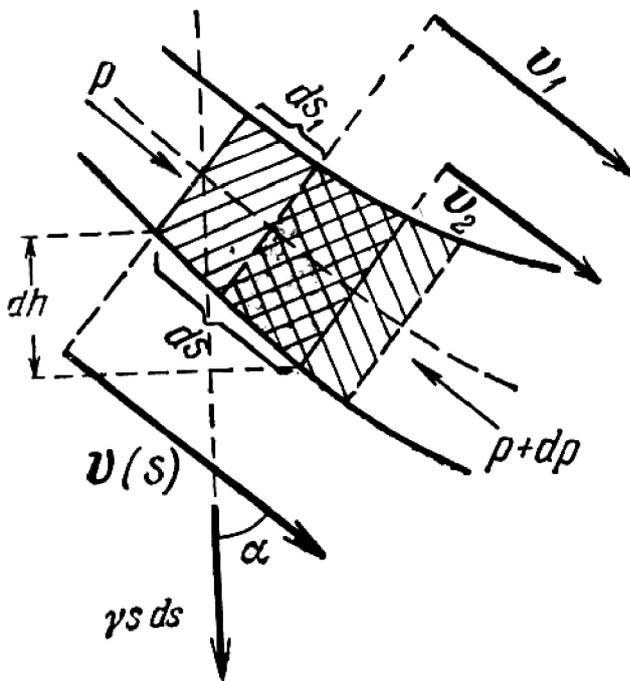


Рис. 3.4. Схема стаціонарного потоку

Швидкість часточки в новому положенні буде інша, деяка V_1 , котру завжди можна виразити так:

$$V_1 = V(s) + \frac{dV}{ds} ds_1.$$

Значить, різниця швидкостей часточки в момент часу t і момент часу $t + dt$ дає приріст її швидкості

$$dV = V_1 - V(s) = \frac{dV}{ds} ds_1.$$

Замінивши в цьому виразі переміщення часточки ds_1 на $V(s)dt$, одер-

ЖИМО

$$\frac{dV}{dt} = V \frac{dV}{ds} = \frac{d}{ds} \left(\frac{V^2}{2} \right). \quad (16)$$

Прискорення часточки $a = \frac{dV}{dt}$ при стаціонарній течії дорівнює похідній уздовж осі трубки течії від половини квадрата швидкості потоку.

Тому основне рівняння динаміки для часточки ідеальної рідини (15) можна в цьому випадку записати так:

$$-\frac{dp}{ds} + \gamma \cos \alpha = \rho V \frac{dV}{ds} = \rho \frac{d}{ds} \left(\frac{V^2}{2} \right), \quad (17)$$

де α – кут, утворений вертикальною віссю і напрямком осьової лінії трубки течії в цьому перерізі (рис. 3.4).

Рівняння (17) справедливе як для стаціонарної течії нестисливої рідини з відсутньою в'язкістю, так і для газу, котрий не має внутрішнього тертя.

3.3. Рівняння Бернуллі для стаціонарної течії ідеальної рідини

Для стаціонарної течії ідеальної нестисливої рідини з основного рівняння динаміки руху часточки вздовж трубки течії легко отримати більш просте й важливе рівняння. У цьому випадку густина ρ і питома вага γ залишаються постійними, тому рівняння (17) перепишемо у вигляді

$$-\frac{dp}{ds} + \gamma \cos \alpha = \frac{d}{ds} \left(\frac{\rho V^2}{2} \right). \quad (18)$$

Позначимо через h висоту того положення, де знаходиться часточка з координатою s ; тоді переміщення часточки на ds пов'язане зі зміною висоти на dh таким чином (рис. 3.4):

$$-dh = ds \cos \alpha, \text{ або інакше } \cos \alpha = -\frac{dh}{ds} \text{ підставимо у рівняння (18)}$$

$$-\frac{dp}{ds} + \gamma \frac{dh}{ds} = \frac{d}{ds} \left(\frac{\rho V^2}{2} \right). \quad (19)$$

У цьому виразі всі члени є похідними по координаті s , тому перепишемо у вигляді

$$\frac{d}{ds} \left(p + \gamma h + \frac{\rho V^2}{2} \right) = 0. \quad (20)$$

Рівність нулю похідної означає, що сума трьох величин залишається постійною вздовж трубки течії, або

$$E = p + \gamma h + \frac{\rho V^2}{2} = \text{const}. \quad (21)$$

Рівняння (21) називається *рівнянням Бернуллі* для стаціонарної течії ідеальної рідини. У ньому:

p – «статичний» тиск, який стискає часточку рідини;

γh – зміна тиску при зміні висоти на величину h ;

$\frac{\rho V^2}{2}$ – «динамічний» тиск, або швидкісний напір рідини.

Рівняння Бернуллі є наслідком закону збереження для часточки рідини, що рухається вздовж трубки течії. Воно виходить з того, що робота сил тиску повинна дорівнювати збільшенню кінетичної та потенціальної енергії часточки, оскільки сили тиску є зовнішніми стосовно неї.

4. ВИТІКАННЯ РІДИНИ З ПОСУДИНИ

Користуючись рівнянням Бернуллі (21), легко визначити швидкість вагової рідини, що витікає з посудини. Нехай рідина витікає з посудини через боковий отвір, обладнаний спеціальним пристроєм (насадкою), який направляє струмінь (рис. 4.1).

При витіканні вся рідина в посудині прийде в рух, і її можна розбити на трубки течії. Точне розбиття рідини на трубки є доволі складним за-

вданням навіть для простої форми посудини. Але необов'язково знати, як проходять трубки течії по всьому об'єму рідини; достатньо знати, що всі трубки починаються на вільній поверхні рідини й обов'язково проходять через отвір «насадка».

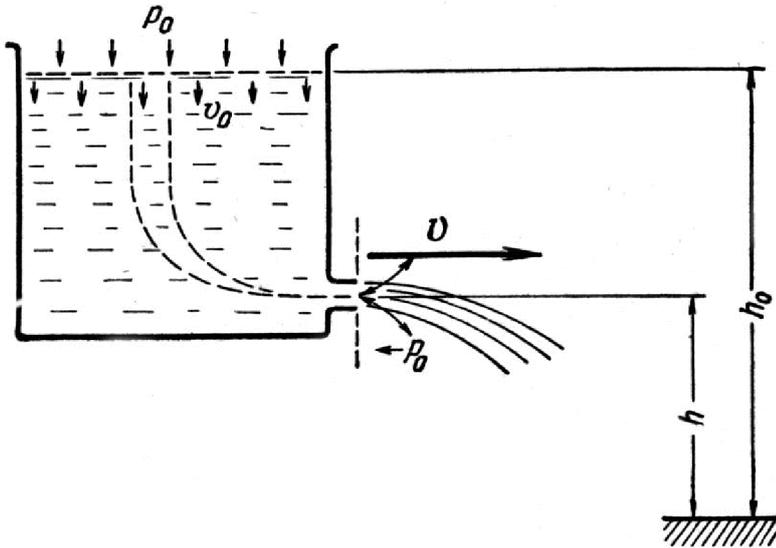


Рис. 4.1. Схема для визначення швидкості витікання рідини для всіх трубок течії та дорівнює

На вільній поверхні рідини всі трубки течії мають однакову швидкість V_0 , однаковий тиск p_0 і однакову висоту h_0 , сама поверхня, опускаючись вниз при витіканні рідини, залишається горизонтальною.

Отже, постійна в рівнянні Бернуллі (21) має однакову величину

$$\frac{\rho V_0^2}{2} + h_0 \gamma + p_0 = E_0 = \text{const}. \quad (22)$$

Так буде завжди, якщо рух усіх часточок ідеальної рідини починається з однакового стану. У цьому випадку постійна Бернуллі (E) має однакоке значення не лише для цієї трубки течії, а для всього простору рідини, зайнятого частками рідини, які витікають за однакових умов. Це ще більше спрощує аналіз руху.

Оскільки діаметр отвору малий порівняно з висотою рідини в посудині, то вважаємо тиск по всьому поперечному перерізу струменя однаковим і рівним оточуючому тиску p_0 . Швидкість течії для всіх трубок також вважаємо однаковою і рівною V . Тоді з рівняння (21)

$$E_0 = \frac{\rho V^2}{2} + h \gamma + p_0 = \frac{\rho V_0^2}{2} + h_0 \gamma + p_0, \quad (23)$$

$$\text{або} \quad \frac{\rho}{2}(V^2 - V_o^2) = \gamma(h_o - h), \quad (24)$$

де h – висота отвору, а h_o – висота вільної поверхні в посудині.

Якщо площа отвору \ll площі перерізу посудини, то швидкість V_o також буде $\ll V$ і у формулі (24) можна знехтувати членом V_o^2 .

Тоді швидкість рідини, що витікає (рис. 4.1), дорівнює (**формула Торічеллі**)

$$V = \sqrt{\frac{2\gamma}{\rho}(h_o - h)} = \sqrt{2g(h_o - h)}, \quad (25)$$

де $\frac{\gamma}{\rho} = g$ – прискорення сили ваги.

Швидкість витікання вагової рідини з отвору в посудині дорівнює тій швидкості, яку отримує тіло, падаючи з висоти, котра дорівнює різниці висот отвору та вільної поверхні ($h_o - h$).

Величина швидкості не залежить від нахилу до горизонту витікаючого струменя. Теоретично, якщо направити струмінь вертикально вверх, то часточки рідини повинні б піднятися до рівня вільної поверхні рідини. Але внаслідок тертя в рідині та тертя в повітрі та тертя об падаючі вниз часточки рідини струмінь не досягає рівня рідини в посудині (рис. 4.2, а). Але якщо направити струмінь під незначним кутом до вертикалі (рис. 4.2, б), то він підніметься майже до рівня вільної поверхні рідини.

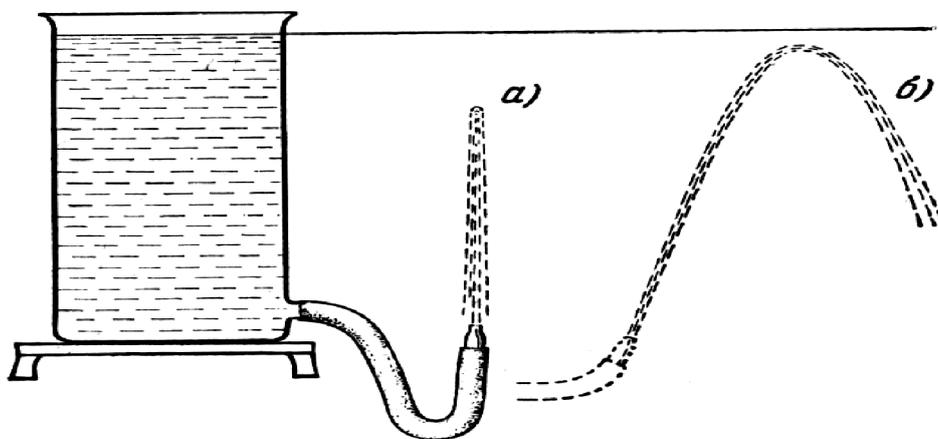


Рис. 4.2. Урахування сил опору

4.1. Витікання рідини або газу, що знаходяться під тиском

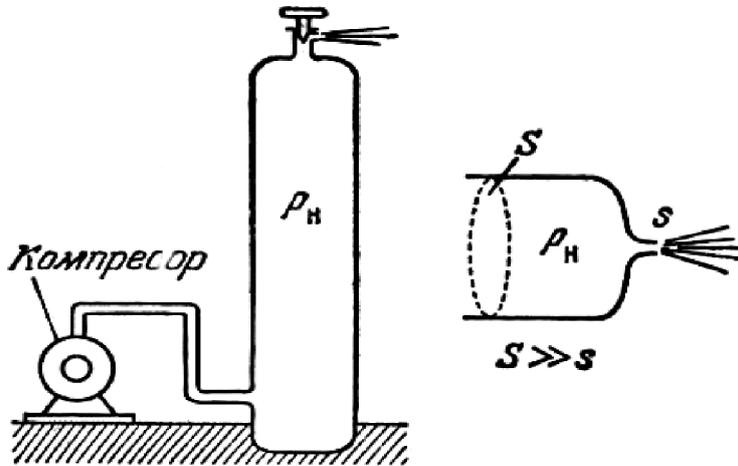


Рис. 4.3. Схема для визначення швидкості витікання газу

Якщо рідина чи газ перебувають у посудині під тиском, значно більшим за тиск, що його створює вага рідини, то зміною тиску по висоті стовпа рідини можна знехтувати і вважати, що рідина витікає згідно із законом,

який дійсний для рідини, що знаходилась у замкнутій посудині під тиском p_n .

Тому при визначенні швидкості витікання води з котла, в котрому вона була під постійним тиском у десятки атмосфер, або швидкості витікання газу з балона, в якому підтримується за допомогою компресора постійний тиск, константу в рівнянні Бернуллі (E) вважаємо постійною по всьому об'єму рідини чи газу і такою, що дорівнює p_n . Швидкістю течії в посудині (балоні) можна знехтувати, бо переріз посудини S значно більший від перерізу отвору s (рис. 4.3).

Швидкість витікання води з котла дорівнює

$$V = \sqrt{\frac{2(p_n - p_o)}{\rho}}, \quad (26)$$

де p_o – тиск у середовищі, куди витікає рідина.

Для газу треба брати до уваги те, що його щільність ρ буде змінюватися при наближенні до отвору. З урахуванням цього, швидкість витікання газу під тиском визначається

$$V = V_{\text{нест}} \sqrt{\frac{\chi}{\chi - 1} \cdot \frac{1 - \left(\frac{p_o}{p_n}\right)^{\frac{\chi-1}{\chi}}}{1 - \frac{p_o}{p_n}}}, \quad (27)$$

де $V_{\text{нест}} = \sqrt{\frac{2(p_n - p_o)}{\rho_n}}$ – для нестисливого газу;

χ – показник адиабати, який залежить від природи газу, для повітря $\chi = 1,4$.

4.2. Кількість руху рідини і газу

У багатьох випадках під час аналізу складного руху рідини чи газу можна скористатися законом зміни кількості руху. Для визначення й обчислення сил, діючих на тіло і рідину, виділяємо в ній деякий об'єм простору, через який рухається рідина. До цієї рідини застосовується закон зміни кількості руху. Для стаціонарної течії він формулюється так: *сума зовнішніх сил, діючих на часточки рідини певного об'єму, дорівнює зміні за одиницю часу кількості руху рідини виділеного об'єму.*

Зовнішні сили складаються із сил, діючих на кожну часточку рідини виділеного об'єму (часто такими є лише сили ваги), та сил тиску, який діє на поверхню виділеного об'єму.

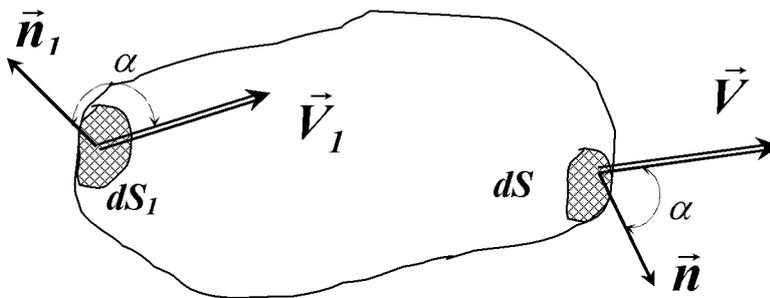


Рис. 4.4. Розрахункова схема

Для визначення зміни кількості руху за секунду в загальному випадку стаціонарної течії спочатку необхідно визначити зміну кілько-

сті руху рідини, що проходить через дуже малу ділянку поверхні (рис. 4.4). На малій ділянці поверхні $dS = n \cdot dS$, на якій швидкість можна вважати однаковою; кількість рідини, котра проходить щосекундно («потік» маси), дорівнює

$$\rho \cdot V \cdot dS = \rho \cdot V \cdot dS \cdot \cos \alpha, \quad (28)$$

де dS – площа ділянки поверхні;

α – кут між зовнішньою нормаллю до поверхні та швидкістю.

«Потік» маси – це кількість рідини, яка витекла за секунду через певну ділянку поверхні з певного об'єму, це скалярна величина.

Потік, що виходить з об'єму, має знак «плюс», а потік, який входить, – знак «мінус». Добуток потоку маси (28) на вектор швидкості V дорівнює

$$K = \rho \cdot V \cdot dS \cdot \cos \alpha \cdot V \quad (29)$$

і є векторною величиною, й дає ту кількість руху рідини, яку має рідина, що витікає за секунду через деяку ділянку поверхні з цього об'єму. Для ділянки, на якій рідина входить у певний об'єм тим же виразом (29), визначається кількість руху, що «входить» у цей об'єм за секунду (рис. 4.4, V_1).

Додаючи (або інтегруючи) зміни кількості руху по всіх ділянках, які утворюють повну поверхню виділеного об'єму, знайдемо **повний приріст кількості руху рідини за секунду в цьому об'ємі**. Це векторна величина, що дорівнює сумі всіх зовнішніх сил, діючих на цей об'єм, – сумі сил тяжіння та сил тиску на поверхню виділеного об'єму.

Вираз (29) справедливий і для газу, у якому необхідно додатково враховувати залежність щільності від тиску. Течія рідини в циліндричній трубці, коли швидкості часточок скрізь направлені вздовж осі, називається **ламінарною**, або шаруватою (слоїстою) (рис. 4.5, б).

Така течія спостерігається при малій швидкості в'язкої рідини. Зі збільшенням швидкості потоку, перепаду тиску на кінцях труби течія принципово змінює свій характер: замість спокійної ламінарної спостерігається *турбулентна*, чи завихрена течія (рис. 4.5, в).

При цьому середня швидкість майже по всьому перерізу труби залишається постійною і лише поблизу стінок швидко наближається до нуля; приграничний прошарок поблизу стінок займає досить незначну частину потоку. При ламінарній течії відсутній чіткий приграничний прошарок або можна вважати, що він займає весь потік рідини.

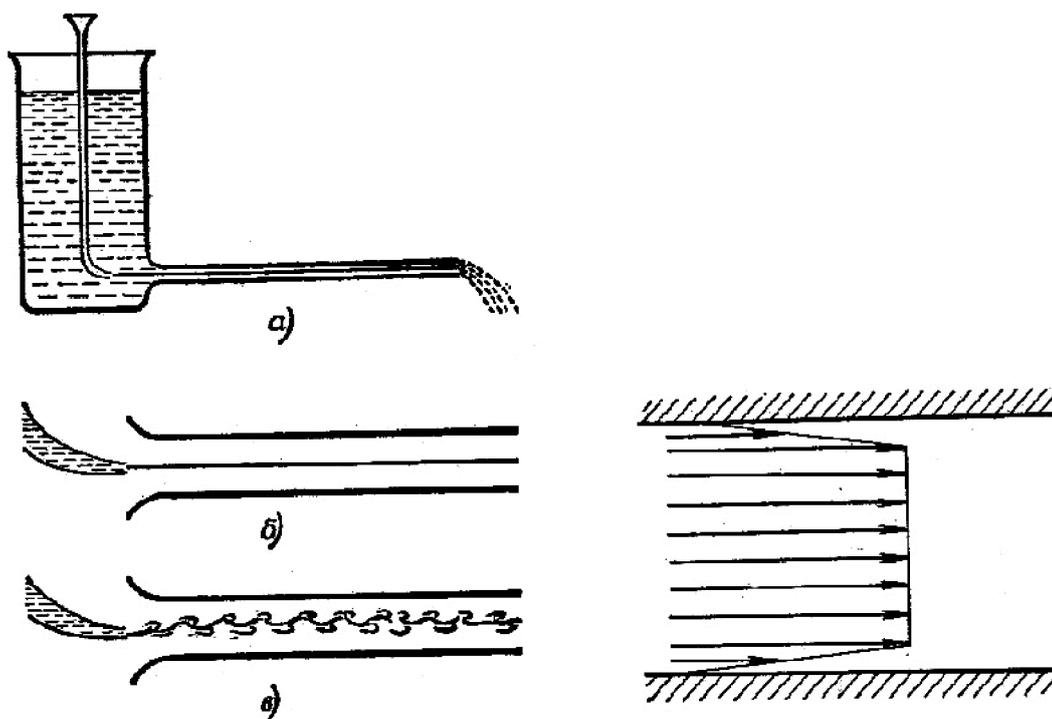


Рис. 4.5. Характер течії рідини

4.3. Гідравлічний удар

Розрізняють удар води, коли вода, що викидається з великою швидкістю, потрапляє на перешкоду, втрачаючи частину своєї швидкості, та гідравлічний удар, який виникає внаслідок утворення ударної хвилі від вибуху у воді або в трубопроводах при різкому закритті вентиля.

Удар води можна вважати абсолютно непружним через дуже мале зчеплення часточок води, котрі розливаються під тиском ударюваного тіла. Згідно з теоремою Карно, втрата частини енергії руху часточкою води

$$T_{\text{втр}} = \frac{M_1 M_2}{2(M_1 + M_2)} (V_1 - V_2)^2, \quad (30)$$

де M_1 – маса часточки води, котра вдаряється;

M_2 – маса перешкоди, об яку вдаряється часточка; тоді масою часточки можна знехтувати, порівнюючи з великою масою M_2 , і написати

$$T_{\text{втр}} = \frac{1}{2} M_1 (V_1 - V_2)^2. \quad (31)$$

Для маси всієї води, що вдаряється, складаємо суму таких виразів та одержуємо втрату енергії всією масою води

$$T = \sum T_{\text{втр}} = \frac{1}{2} \sum M_1 (V_1 - V_2)^2 = \frac{1}{2} M (V_1 - V_2)^2. \quad (32)$$

За активну енергію, яка передається водою перешкоді, можна вважати тільки лишок, що виходить із кінетичної енергії (живої сили), за винятком втрати T ,

$$A = \frac{M_1 V_1^2}{2} - \frac{M_1 V_2^2}{2} - \frac{1}{2} M_1 (V_1 - V_2)^2 = M_1 V_2 (V_1 - V_2). \quad (33)$$

Позначивши витрату води, котра вдаряє за 1 секунду Q , а вагу 1 м^3 (густину) через γ , одержимо

$$A = \gamma \frac{Q}{g} V_2 (V_1 - V_2). \quad (34)$$

Знаючи роботу удару води по перешкоді й ураховуючи, що потужність – це відношення роботи до часу її виконання, отримаємо силу удару

$$P = \gamma \frac{Q}{g} (V_1 - V_2). \quad (35)$$

Якщо перешкода перебуває в стані спокою, тобто $V_2 = 0$, тоді сила удару буде

$$P = \gamma \frac{Q}{g} V_1. \quad (36)$$

Утворення ударних хвиль і нерухомих стрибків ущільнення, які характерні для багатьох процесів, пов'язане з великими надзвуковими і близькими до звукових швидкостями руху в рідинах та газах. Причому ударні хвилі в рідинах, що мають набагато більшу щільність порівняно з газами (вода, наприклад, більше ніж у **800** разів важча за повітря), мають значну руйнівну силу і розповсюджуються зі швидкостями, котрі багаторазово перевищують швидкість поширення ударних хвиль у газах (рис. 4.6, а,б).

Окремо розглянемо дуже важливий в інженерній практиці **гідралічний удар у трубах**.

У цьому випадку під гідралічним ударом розуміють різке збільшення тиску в трубопроводі внаслідок раптового зупинення рідини, що в ньому рухалась. Це явище спостерігається при швидкому закритті запірних пристроїв трубопроводів (засувки, кранів), раптовому зупиненні насосів (наприклад, при аварійному відключенні електроенергії, помилці персоналу), які перекачують рідину тощо (рис. 4.6, в). Це призводить до розривів у

найбільш відповідальних місцях – на стиках, згонках, відводах тощо (рис. 4.6, г).

Підвищення тиску під час гідравлічного удару може бути використано з корисною метою. Прикладом цього є підйом води за допомогою *гідравлічного тарана*. Гідравлічні тарани, котрі випускає промисловість, можуть піднімати воду на висоту до 60 м при подачі 20 – 22 л/хв. Вони прості в експлуатації, довговічні й можуть забезпечувати водою невеликі населені пункти або підприємства.

Детальніше ці явища вивчаються в курсі гідравліки та гідродинаміки.

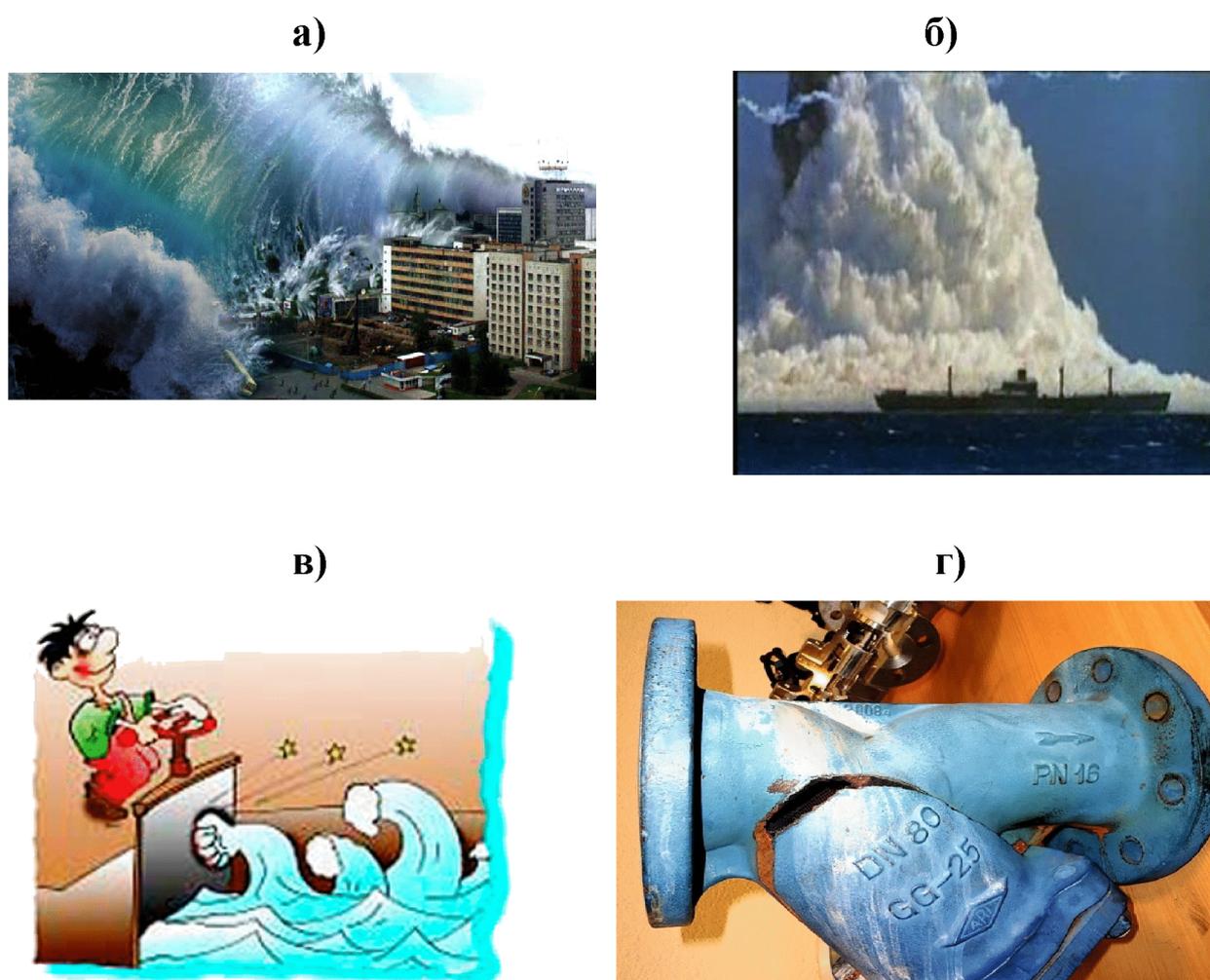


Рис. 4.6. Ілюстрації явища гідравлічного удару:

а) цунамі; б) підводний вибух; в) швидке закриття запірних пристроїв, аварійне відключення насосів тощо; г) результат гідроудару в трубах

5. ПРИКЛАДИ

5.1. Задачі

Задача № 1

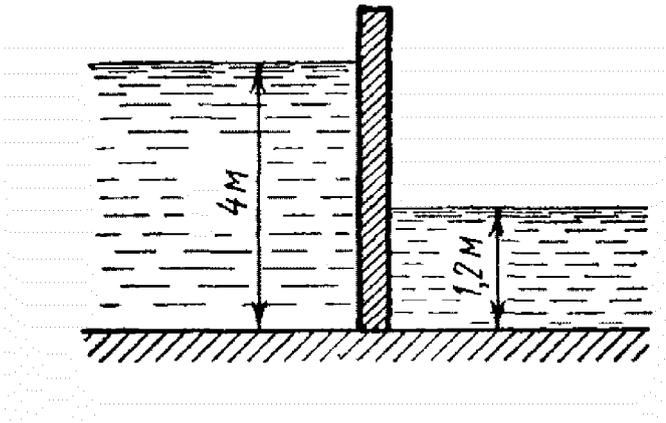


Рис. 5.1. Схема до задачі № 1

Умова. Наповнений водою канал прямокутного перетину (рис. 5.1) шириною 3,5 м перегороджений підйомним щитом, який розміщений у пазах бічних стінок каналу.

Яке зусилля потрібно докласти, щоб підняти щит, якщо коефіцієнт тертя щита по паралелях пазів – 0,35; маса щита –

250 кг, рівень води зліва від щита – 4 м, а праворуч – 1,2 м?

Розв'язання. Тиск на щит зростатиме лінійно в міру віддалення від поверхні води, оскільки тиск у вертикальному напрямі лінійно змінюється зі зміною глибини занурення; справедливий закон Паскаля

$$P = \rho g h,$$

де ρ – питома вага води;

h – відстань від поверхні води вниз. Інтегруючи тиск по товщині шару води, отримаємо повну силу тиску на бічну поверхню

$$P = \rho g h_0^2 \frac{b}{2},$$

де h_0 – глибина шару рідини;

b – ширина щита.

Цей вираз можна записати у вигляді

$$P = 0,5 \rho g h_0 \cdot b h_0$$

і сказати, що тиск на щит дорівнює добутку тиску на щит на половині глибини шару рідини та площі поверхні щита, який знаходиться у воді.

$$P_1 = 0,5 \cdot 1000 \cdot 9,81 \cdot 4 \cdot 3,5 \cdot 4 = 274680 \text{ Н.}$$

Обчислюючи аналогічний тиск на щит з іншого боку, одержимо силу тиску на нього

$$P_2 = 0,5 \cdot 1000 \cdot 9,81 \cdot 1,2 \cdot 3,5 \cdot 1,2 = 24721,2 \text{ Н.}$$

Зусилля, необхідне для підйому щита, дорівнюватиме

$$G = f(P_1 - P_2) + G_{\text{щ}} = 0,35(274680 - 24721,2) + 250 \cdot 9,81 = 89938,08 \text{ Н.}$$

Відповідь: $G = 89938,08 \text{ Н.}$

Задача № 2

Умова. Як плаватиме довгий однорідний брус, поперечний переріз котрого має форму квадрата?

Розв'язання. Для варіанта I, показаного на рисунку 5.2, для обчислення потенціальної енергії рідини треба знайти центр тяжіння рідини й обчислити його висоту. Вода утворює фігури з двох прямокутних трикутників, гіпотенуза кожного дорівнює стороні квадрата перетину бруса, який дорівнює a . А катети трикутників будуть $a \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Очевидно, що центр ваги рідини лежатиме на осі, котра проходить через центр ваги перерізу. Пригадаємо визначення центру мас простих плоских тіл

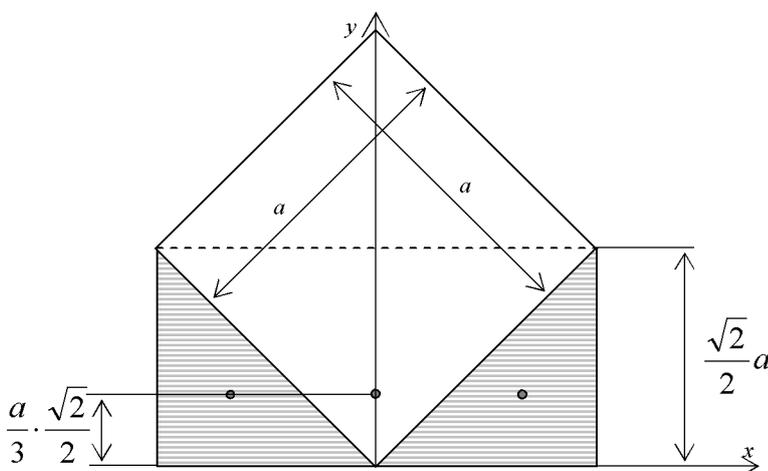


Рис. 5.2. Схема до задачі № 2, варіант I

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^n x_i A_i}{\sum_{i=1}^n A_i};$$

$$y_c = \frac{\sum_{i=1}^n y_i A_i}{\sum_{i=1}^n A_i}.$$

Центр ваги трикутника знаходиться на перетині медіан, для

одного прямокутного трикутника знаходиться на третині висоти, тобто

$$y_c = \frac{1}{3} \frac{\sqrt{2}}{2} a = \frac{\sqrt{2}}{6} a;$$

$x_c = 0$, оскільки фігура симетрична.

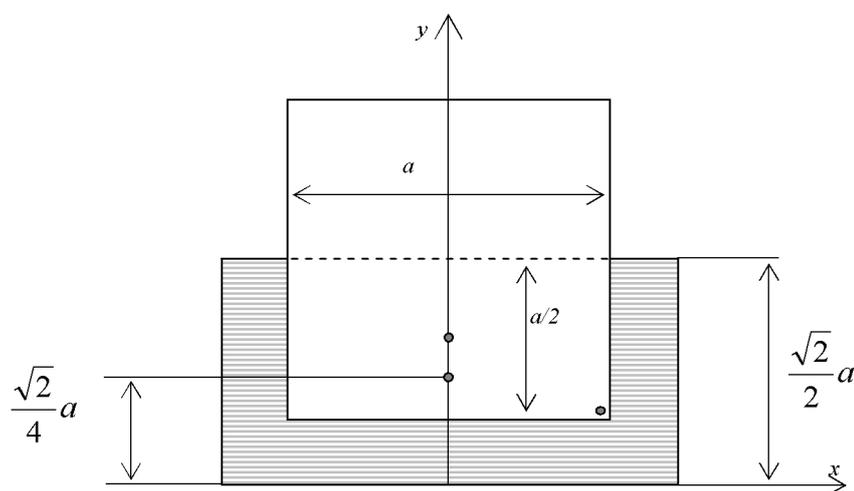


Рис. 5.3. Схема до задачі № 2, варіант II

Варіант II. На рисунку 5.3 об'єм рідини можна представити в перетині двома прямокутниками.

Визначаємо висоту центру ваги рідини:

$$y_{c1} = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{2}}{2} a = \frac{\sqrt{2}}{4} a;$$

$$y_{c2} = \frac{\sqrt{2}}{2} a - \frac{a}{4} = \frac{2\sqrt{2} - 1}{4} a;$$

площі фігур:

$$A_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} a \cdot \sqrt{2} a = a^2;$$

$$A_2 = -a \frac{a}{2} = -\frac{a^2}{2},$$

тоді

$$y_c = \frac{a^2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{4} a - \frac{a^2}{2} \left(\frac{2\sqrt{2} - 1}{4} \right) a}{a^2 - \frac{a^2}{2}} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{2\sqrt{2} - 1}{4} \right) a = \frac{a}{4}.$$

Для першого випадку: $y_c = 0,2357a$; для другого випадку: $y_c = 0,25a$, отже, потенціальна енергія в першому випадку буде менша, для тіла таке положення є більш стійким.

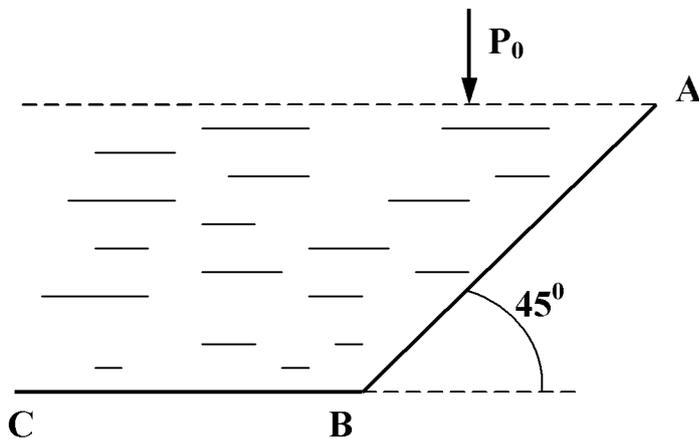
Задача № 3

(ПРИКЛАД РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ)

Умова. Визначити силу гідростатичного тиску на плоскі стіни гідроспороди. Прийняти умовно ширину кожної стінки b (у метрах). Задачу розв'язати аналітично та графічно, порівняти результати. Графічно визначити центри тиску для кожної стінки.

Необхідні дані наведені в таблиці 1, на схемах конфігурації стіни та в таблицях додатків.

Приклад розрахунку



Дано: $P_0 = 1 \cdot 10^3 \text{ Па}$;

$\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$;

$AB = 5 \text{ м}$; $BC = 4 \text{ м}$;

$b = 2 \text{ м}$; $g = 9,81 \text{ м/с}^2$.

Схема перерізу конструкції показана на рисунку 5.4.

Рис. 5.4. Схема до задачі № 3

Розв'язання: У будь-якій точці

врівноваженої рідини тиск визначається залежністю

$$P = P_0 + \rho gh.$$

Аналітичне визначення сили гідростатичного тиску

А. Розглянемо частину конструкції АВ, тиск у точці А буде обумовлюватися глибиною занурення $P_A = P_0 = 1 \cdot 10^3 \text{ Па}$, бо тут $h = 0 \text{ м}$.

Визначаємо тиск у точці В $P_B = P_0 + \rho gh_{AB}$.

Глибина занурення точки В

$$h_{AB} = AB \cdot \sin 45^\circ = 5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 3,535 \text{ м.}$$

Тоді тиск у точці В (рис. 5.5)

$$P_B = 1 \cdot 10^3 + 1000 \cdot 9,81 \cdot 3,535 = 1000(1 + 34,68) = 35,68 \cdot 10^3 \text{ Па.}$$

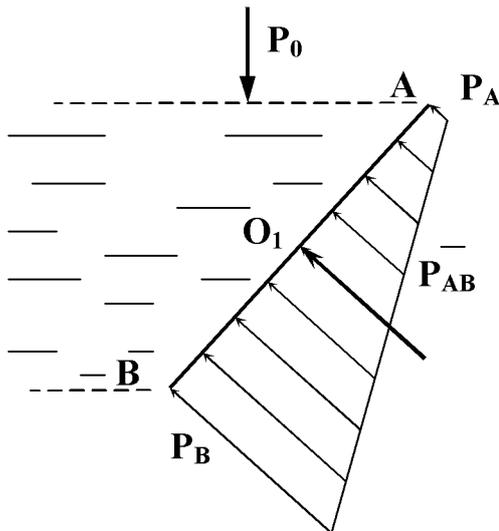


Рис. 5.5. Аналітичне визначення тиску на ділянці АВ

Сила гідростатичного тиску на стіну АВ визначається як добуток тиску в центрі ваги стінки АВ на її ширину

$$P_{AB} = P_{O_1} \cdot S_{AB},$$

де тиск у центрі ваги стінки

$$\begin{aligned} P_{O_1} &= P_0 + \rho g \frac{h}{2} = \\ &= P_0 + \rho g \cdot \frac{AB}{2} \cdot \sin 45^\circ; \end{aligned}$$

$$P_{O_1} = 1000 + 1000 \cdot 9,81 \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 18,34 \cdot 10^3 \text{ Па.}$$

Площа ділянки АВ $S_{AB} = AB \cdot b = 5 \cdot 2 = 10 \text{ м}^2$,

тоді $P_{AB} = 18,34 \cdot 10^3 \cdot 10 = 183,4 \cdot 10^3 \text{ Н} = 183,4 \text{ кН}$.

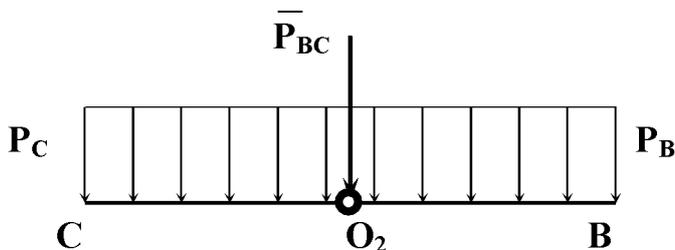


Рис. 5.6.

Аналітичне визначення тиску на ділянці ВС

Б. Розглянемо частину конструкції ВС (рис. 5.6). Вона горизонтальна, тому тиск на всі точки цієї частини буде однаковий:

$$P_B = P_C = 35,68 \cdot 10^3 \text{ Па};$$

$$P_{BC} = P_{O_2} \cdot S_{BC},$$

де тиск у центрі ваги стінки $P_{O_2} = P_B = P_C = 35,68 \cdot 10^3 \text{ Па}$.

Площа ділянки BC $S_{BC} = BC \cdot b = 4 \cdot 2 = 8 \text{ м}^2$,

тоді $P_{BC} = 35,68 \cdot 10^3 \cdot 8 = 285,44 \cdot 10^3 \text{ Н} = 285,44 \text{ кН}$.

Графічне визначення гідростатичного тиску та положення центрів тиску Ψ_1 та Ψ_2

A. Стінка AB (рис. 5.7)

Сила тиску на стінку **AB** дорівнює добутку площі трапеції тиску на ширину b .

$$P_{AB} = \frac{P_A + P_B}{2} \cdot AB \cdot b = \frac{(1 + 35,68) \cdot 10^3}{2} \cdot 5 \cdot 2 = 181,9 \cdot 10^3 \text{ Н}.$$

Відносна похибка порівняно з аналітичним визначенням раніше становить

$$\delta = \frac{183,4 - 181,9}{\left(\frac{183,4 + 181,9}{2}\right)} \cdot 100\% = 0,82\%.$$

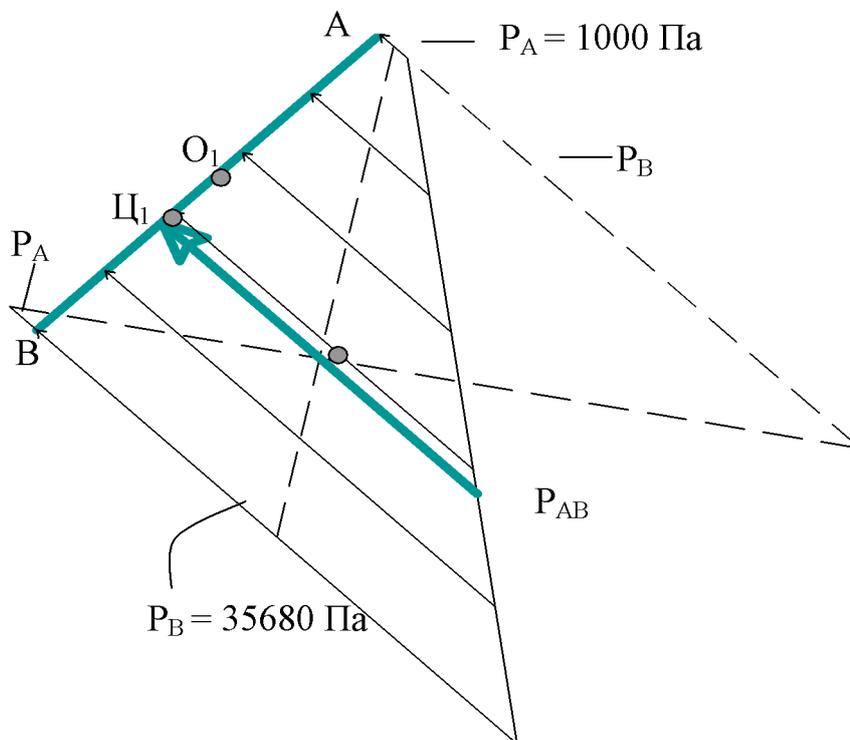


Рис. 5.7. Графічне визначення тиску на ділянці AB

Центр тиску ($\mathbf{Ц}_1$) знаходимо графічно, як центр ваги трапеції за правилом: будуємо в масштабі епюру тиску – трапецію; проводимо середню лінію цієї трапеції; добудовуємо з кожного боку протилежну ординату і проводимо через кінці добудованої фігури пряму. На її перетині із середньою лінією і буде центр ваги трапеції.

Переносимо на стінку \mathbf{AB} положення цієї точки по векторові тиску й одержимо точку $\mathbf{Ц}_1$ – центр тиску на стінку \mathbf{AB} .

Виміри на рисунку 5.7 дали відстані до точки $\mathbf{Ц}_1$ – центру тиску.

Відповідь: $P_{AB} = 183,4 \text{ кН}$; $AO_1 = BO_1 = 2,5 \text{ м}$; $AЦ_1 = 3,2 \text{ м}$;

$ВЦ_1 = 1,8 \text{ м}$.

Б. Стінка BC (рис. 5.8)

Епюра – прямокутник зі сторонами P_B та $BC = 4 \text{ м}$.

$$P_{BC} = P_B \cdot BC \cdot b = 35,68 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 2 = 285,44 \cdot 10^3 \text{ Н.}$$

$$\text{Відносна похибка } \delta = \frac{285,44 - 285,44}{\left(\frac{285,44 + 285,44}{2}\right)} \cdot 100\% = 0\%.$$

Центр тиску $\mathbf{Ц}_2$ збігається із центром відрізка \mathbf{BC} – т. \mathbf{O}_2 .

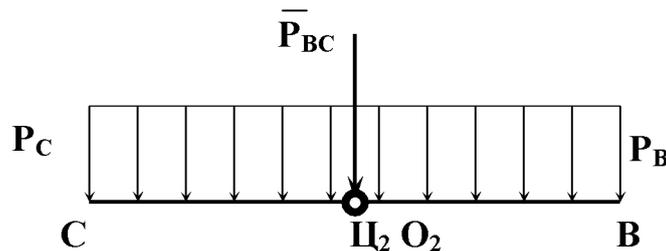


Рис. 5.8. Графічне визначення тиску на ділянці BC

Відповідь: $P_{BC} = 285,44 \text{ кН}$; $CO_2 = BO_2 = CЦ_2 = BЦ_2 = 2 \text{ м}$.

5.2. Завдання для самостійної роботи

Таблиця 1

Дані для виконання самостійної роботи

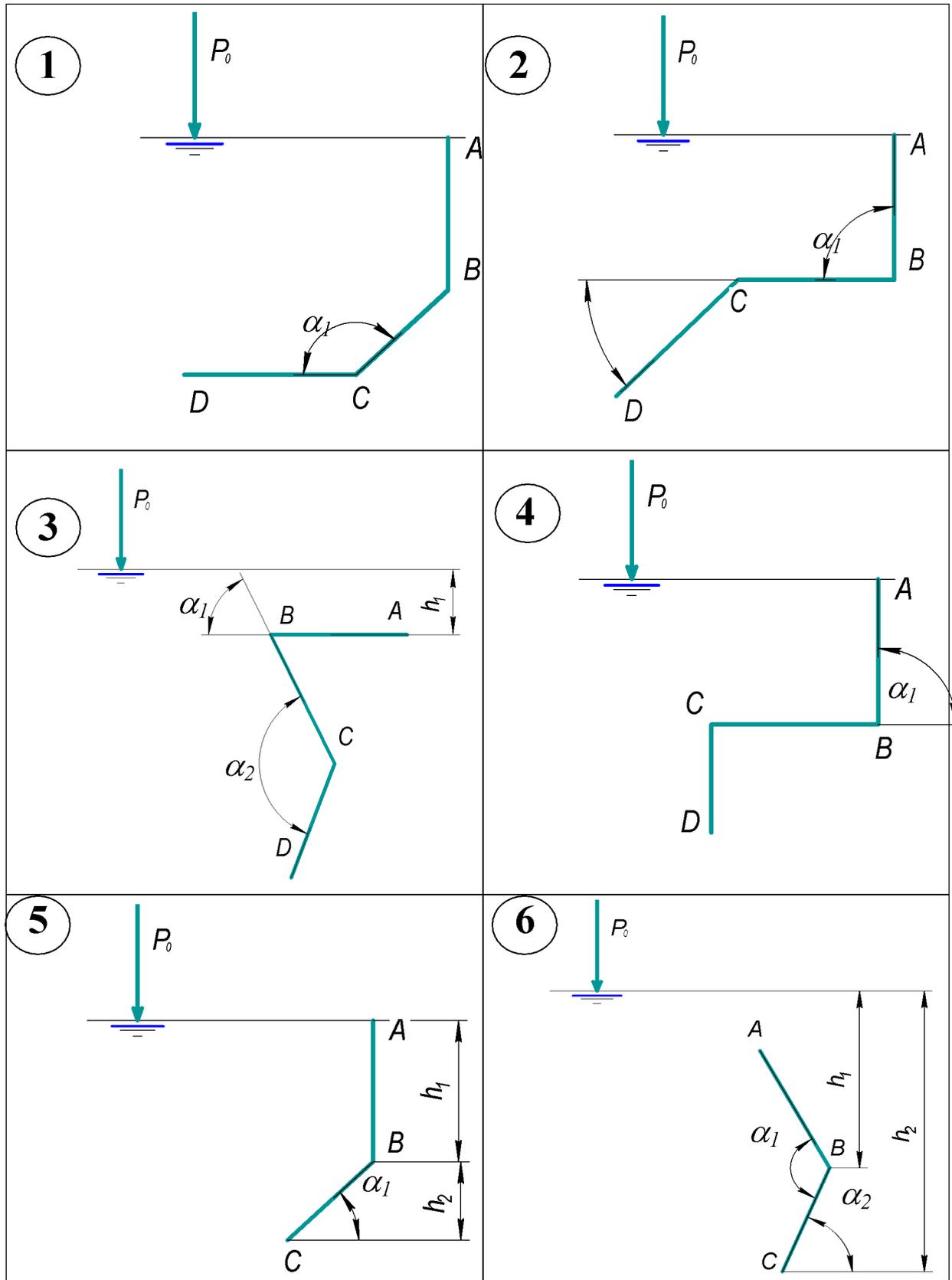
№ вар.	Густина $\rho, \text{кг/м}^3$		$P_0 \cdot 10^3 \text{ Па}$		AB, м		BC, м		CD, м		b, м		$h_1, \text{ м}$		$h_2, \text{ м}$		$\alpha_1, ^\circ$		$\alpha_2, ^\circ$	
	1 вар.	2 вар.	1 вар.	2 вар.	1 вар.	2 вар.	1 вар.	2 вар.	1 вар.	2 вар.	1 вар.	2 вар.	1 вар.	2 вар.	1 вар.	2 вар.	1 вар.	2 вар.	1 вар.	2 вар.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
1	1000	1210	3,2	1,43	5	2,4	6,4	4	6	2	1,5	2,2	-	-	-	-	120	135	-	-
2	800	1510	0,05	1,6	6	3,6	8,2	4	5	3	3,2	1,6	-	-	-	-	90	90	60	30
3	750	1710	2,91	1,3	8	5	3,6	2	4	5,2	4,1	0,6	2	5	-	-	30	45	90	135
4	1100	810	0,1	1,73	4	4,2	5,5	6	8	3,5	1,8	0,8	-	-	-	-	90	60	-	-
5	1010	760	2,8	1,2	-	-	-	-	-	-	6,1	2,5	6	8	4	10	45	60	-	-
6	780	1910	0,28	1,82	3	4	-	-	-	-	2,1	2	8	5	12	7	120	135	60	45
7	820	1760	2,7	1,91	6	1	3,6	6	7	4,2	5,4	0,7	-	-	-	-	90	120	30	30
8	900	1550	0,34	1,1	7	3,5	6,2	4	2	5	2,5	0,9	2	3	-	-	120	150	-	-
9	2100	930	2,6	2,04	-	-	5,1	6	8	3	2,6	1,2	4	6	-	-	135	120	-	-
10	1800	820	0,4	1,05	8	2	3,4	4,5	7	1,6	2,4	1,4	15	7	-	-	30	45	135	120
11	760	790	2,5	2,1	5	4,2	7,4	3	3	2,8	3,4	0,5	1	2	-	-	90	120	135	150
12	1850	1000	0,5	0,95	3	5	8,2	6	6	2,5	5,5	2,1	-	-	-	-	30	45	90	120
13	1500	1230	2,4	2,2	4	6,8	6,5	5	4	3	3,6	1,8	-	-	-	-	150	135	120	135
14	850	1450	0,6	0,8	6	4	4,5	2,5	8	6	3,1	2,3	8	5	-	-	150	120	-	-
15	950	1230	2,3	2,3	2	3,5	4,4	7	5	6	5,1	3,1	4	6,5	-	-	90	60	-	-

Продовження таблиці 1

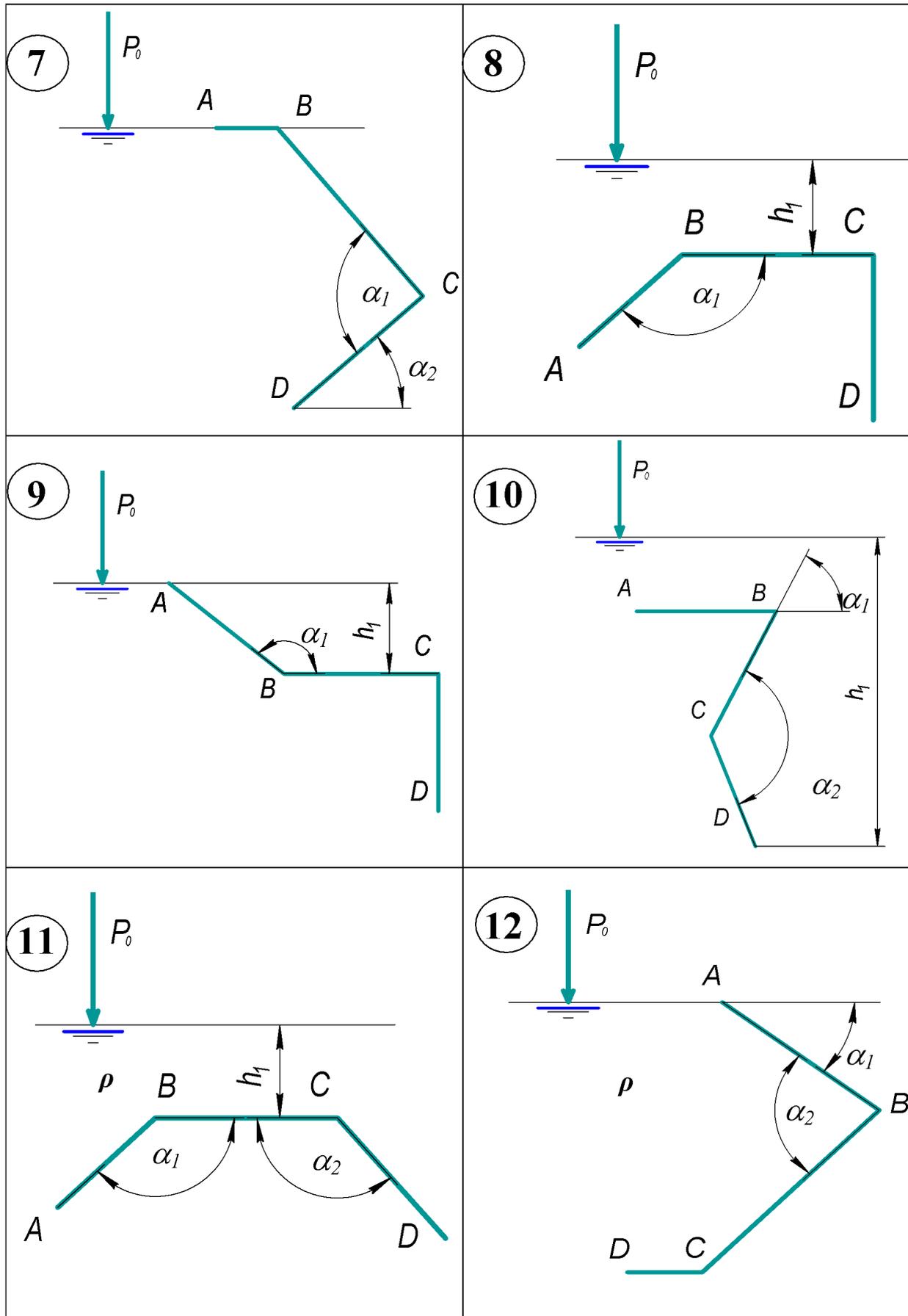
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
16	1950	2310	0,7	0,7	8	4,1	6,6	5,5	9	7	4,2	1,3	2	3	-	-	135	150	-	-
17	1900	2200	2,28	2,4	5	3,6	7,2	6,6	7	6	3,3	1,1	-	-	-	-	120	150	-	-
18	840	1640	0,8	0,66	6	4,5	3,1	8	6	9	5,5	0,7	-	-	-	-	135	150	60	45
19	870	970	2,15	2,51	7	9	4,6	3	-	-	3,6	1,8	1	4	5	6	150	135	135	90
20	920	1730	0,9	0,55	8	2,1	7,7	4,5	5	8	2,4	2,4	10	3,5	-	-	135	120	-	-
21	960	1320	2,05	2,6	4	3	4,8	2,2	-	-	2,8	3	0,5	2	6	7	60	45	90	120
22	1840	750	1,25	0,45	3	5	6,3	3,4	6	2	3,8	1,5	2	3	-	-	150	135	120	90
23	1050	2100	1,9	2,71	5	4	-	-	3	5,5	4,1	0,8	8	6	-	-	150	135	120	90
24	1600	1550	1,1	0,3	3	5	2,8	3,2	9	8	5,8	1,5	5,5	8	-	-	45	30	-	-
25	1080	1420	1,8	2,85	9	8	4,6	2,3	7	5	6,4	1,3	-	-	-	-	30	60	135	120
26	1400	1280	1,2	0,26	7	4,8	8,5	3	4	5,6	3,9	2,1	-	-	-	-	120	135	90	120
27	1350	870	1,73	2,9	6	3,2	7,4	5	8	6,2	2,7	1,6	-	-	4	5	45	30	120	135
28	1260	740	1,35	0,15	4	8	7,6	4	-	-	4,7	0,9	1,2	2	12	9	120	150	-	-
29	1040	1560	1,61	0,15	3	2,5	8,2	3	5	6	1,7	4,2	-	-	14	7	30	45	-	-
30	1110	1340	1,4	3,05	-	-	3,7	5	-	-	1,9	3	6	5	10	9	120	135	45	30

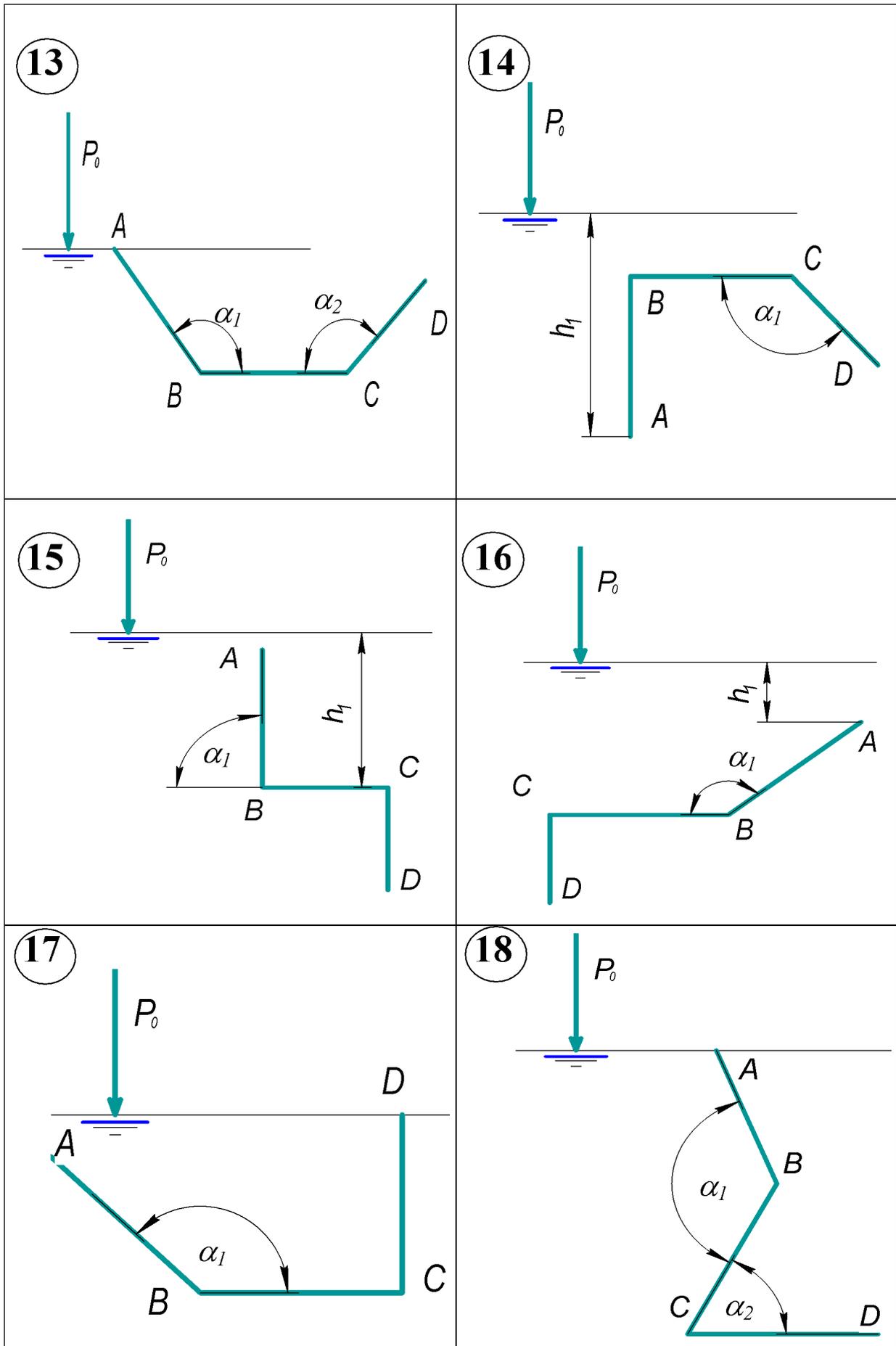
Таблиця 2

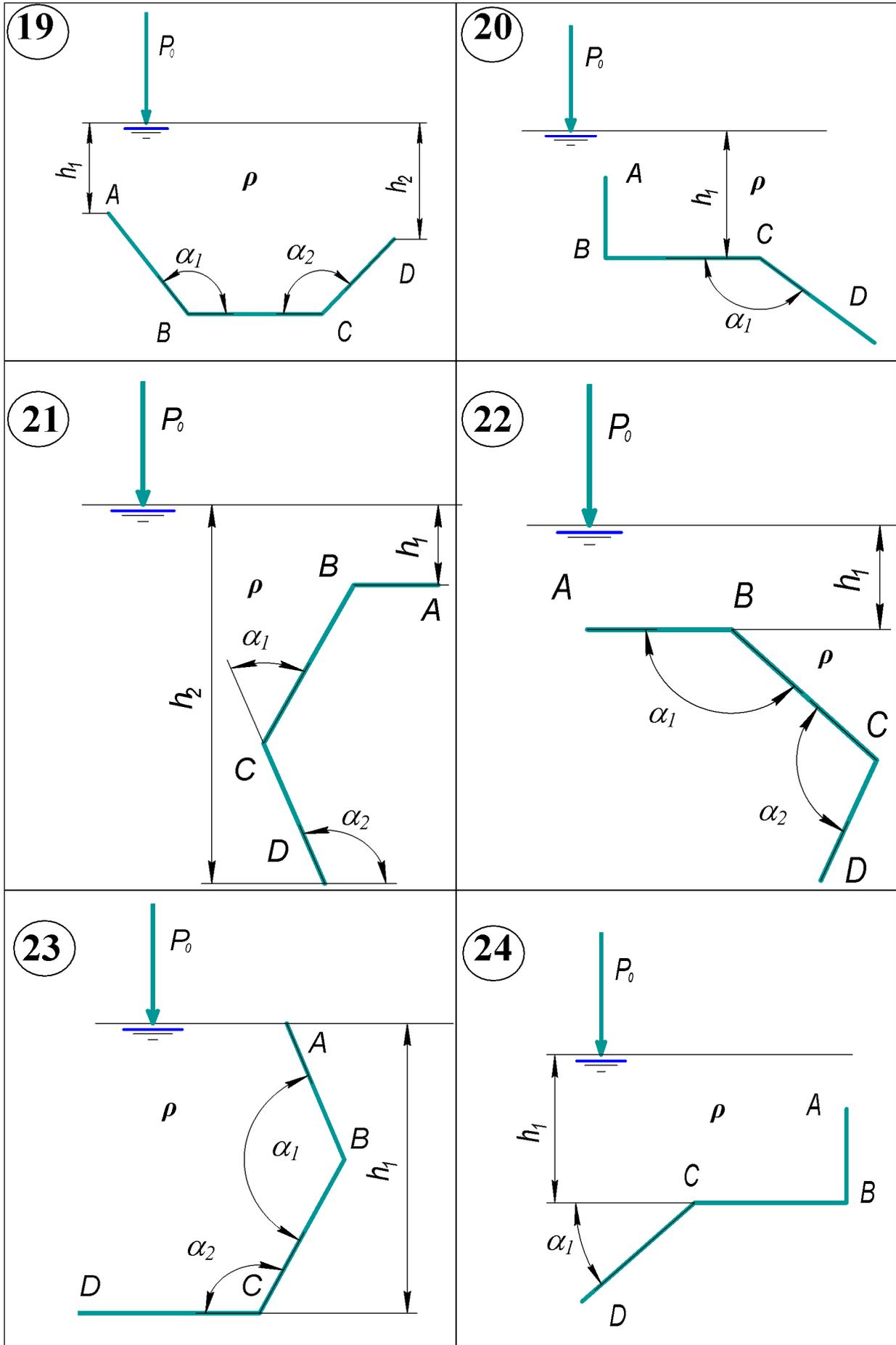
Схеми перерізів гідротехнічної конструкції

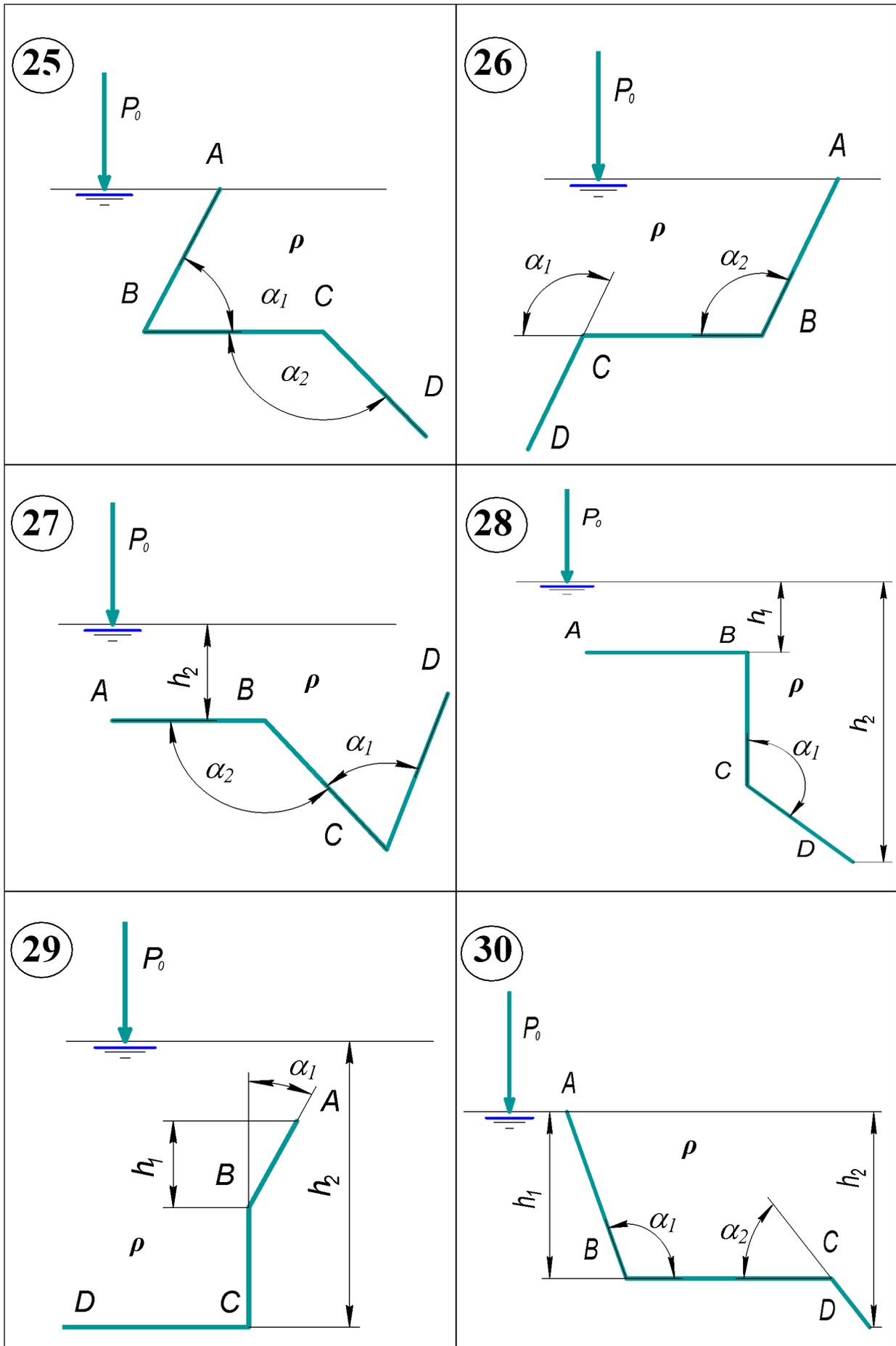


Продовження таблиці 2









Д О Д А Т К И

Додаток А Густини деяких газів, рідин і твердих тіл

Густина газів (за нормальних умов), кг/м³

Азот	1,25	Метан	0,71
Аміак	0,77	Неон	0,90
Ацетилен	1,17	Озон	2,14
Водень	0,09	Оксид вуглецю	1,25
Вуглекислий газ	1,98	Повітря	1,29
Гелій	0,18	Хлор	3,21
Кисень	1,43	Чадний газ	1,25

Густина рідин (при температурі 15 – 20°C), кг/м³

Азот рідкий (-196°C)	790	Рицинова олія	950
Ацетон	790	Кисень (рідкий -196°C)	1140
Бензин	700	Нафта	800
Бензол	880	Повітря (рідке -194°C)	860
Вода (+4°C)	1000	Ртуть (0°C)	13600
Вода морська	1030	Сірчана кислота	1840
Гліцерин	1200	Скипидар	850
Гас	800	Спирт	800
Машинне масло	900	Срібло (рідке)	9300
Мед	1350	Ефір	710

Густина твердих тіл (при температурі 15 – 20°C), кг/м³

Алмаз	3500	Олово	7300
Алюміній	2700	Платина	21400
Вольфрам	19300	Свинець	11300
Залізо	7900	Скло	2700
Золото	19300	Срібло	10500
Латунь	8500	Сталь	7800
Лід	900	Уран	19100
Мідь	8900	Цинк	7100
Нікель	8800	Чавун	7000

Додаток Б

Температура плавлення та тверднення (зміни агрегатного стану)

Алюміній	660°C = 933 К	Олово	232°C = 505 К
Вода	0°C = 273 К	Ртуть	-39°C = 933 К
Залізо	1530°C = 1803 К	Свинець	327°C = 600 К
Золото	1060°C = 1333 К	Срібло	960°C = 1233 К
Лід	0°C = 273 К	Сталь	1400°C = 1673 К
Мідь	1080°C = 1353 К	Цинк	420°C = 693 К
Нікель	1452°C = 1725 К	Чавун	1150°C = 1423 К

Температура кипіння при нормальному атмосферному тиску

Речовина	t_k , °C	Речовина	t_k , °C
Азот	196	Ефір	35
Аміак	33	Залізо	2750
Ацетон	56	Кисень	183
Бензин	70...200	Мідь	2567
Вода	100	Ртуть	357
Гліцерин	290	Спирт	78

Додаток В

Позасистемні одиниці вимірювання тиску та їх еквівалент у системі СІ (і навпаки)

Позасистемні одиниці	Система СІ	Система СІ	Позасистемні одиниці
Бар ($1 \text{ дїна}/\text{см}^2$) $1 \text{ дїна} = 1 \text{ г} \cdot 1 \text{ см}/\text{с}^2$	10^5 Па $0,1 \text{ МПа}$	Па ($\text{Н}/\text{м}^2$)	10^{-5} бар
1 мм ртутного стовпа	133 Па	Па	$0,752 \cdot 10^{-2}$ мм ртутн. стовпа
1 мм водяного стовпа	9,81 Па	Па	0,102 мм водяного стовпа
Технічна атмосфера ($1 \text{ кгс}/\text{см}^2$)	$9,81 \cdot 10^4 \text{ Па}$ $\approx 0,1 \text{ МПа}$	Па	$1,02 \cdot 10^{-5}$ технічної атмосфери
Фізична атмосфера (760 мм ртутн. стовпа)	$1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}$	Па	$0,981 \cdot 10^{-5}$ фізичної атмосфери
10 м водяного стовпа			≈ 1 технічна атмосфера

Примітка. При вимірюванні тиску більш зручною є одиниця «бар», яка дорівнює 10^5 Па . Одиниця вимірювання, прийнята в системі СІ, тобто паскаль ($\text{Н}/\text{м}^2$), досить мала і нею незручно користуватись. Наприклад, нормальний атмосферний тиск дорівнює $1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}$. Якщо рахувати в барах, то він дорівнює 1,013 бар. Одиниця «бар» дуже близька до звичної технічної атмосфери. Одна технічна атмосфера дорівнює 0,9806 бар.

Додаток Г
Пристрої, в яких використовується рідина

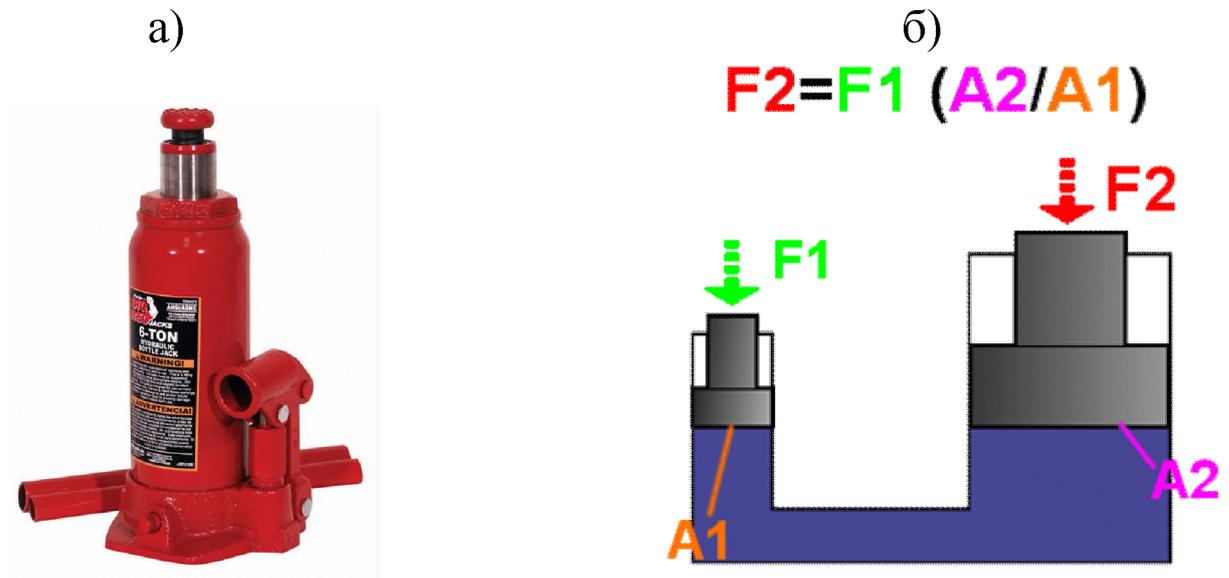


Рис. Г. 1. Гідравлічний домкрат:
а) зовнішній вигляд; б) принципова схема роботи

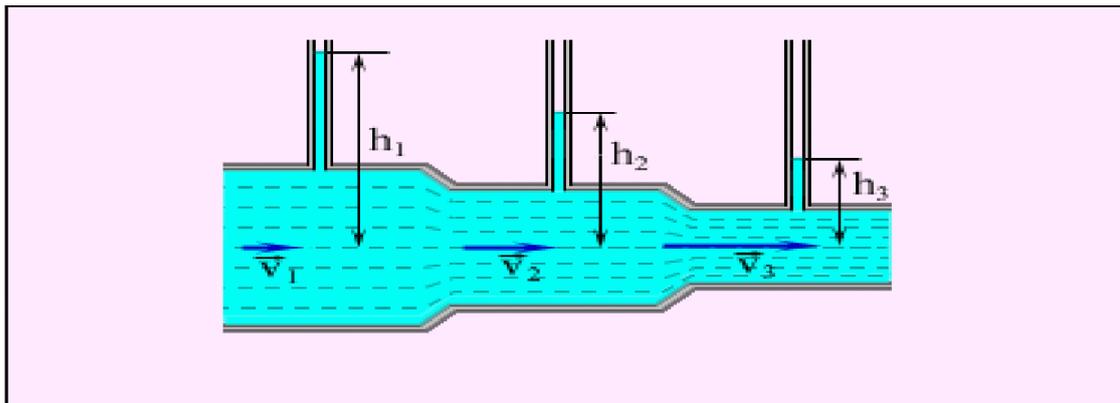


Рис. Г. 2. Залежність швидкості та тиску рідини від величини перерізу гідротоку

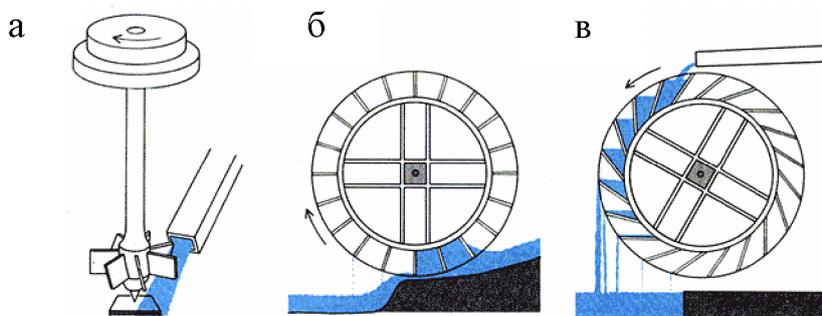


Рис. Г. 3. Схеми перших найпростіших гідравлічних пристроїв

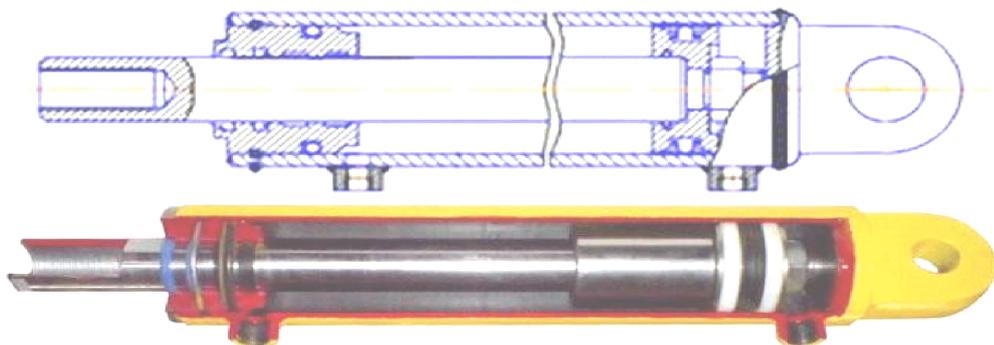
ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. Перелічити основні властивості рідини.
2. Перелічити основні властивості газу.
3. Які процеси вивчає гідравліка?
4. Перелічити основні агрегатні стани речовини та їх основні особливості.
5. Які сили діють на рідину?
6. У чому полягає відмінність ідеальної рідини від реальної?
7. У яких одиницях вимірюється тиск?
8. Дати визначення тиску.
9. Які тиски називають п'єзометричним та манометричним?
10. Закон Паскаля.
11. Основне рівняння гідростатики.
12. Зв'язок між густиною та тиском.
13. Питома вага речовини.
14. Закон Бойлля – Маріотта.
15. Розподіл тиску в урівноваженій рідині.
16. Закон Архімеда.
17. Умови рівноваги тіл, занурених у рідину або газ.
18. Природа виштовхувальної сили.
19. Пояснити «гідростатичний парадокс».
20. Розподіл тиску в газі.
21. Барометрична формула.
22. Стійкість рівноваги тіл, занурених у рідину чи газ.
23. Принцип роботи машин, які використовують тиск рідини.
24. Сили гідростатичного тиску на тверді поверхні.

25. Визначення модуля та точки прикладення сили гідростатичного тиску.
26. Епюри тиску на різні поверхні.
27. Стаціонарний і нестаціонарний рухи рідини та газу.
28. Поняття трубки течії.
29. Закон усталеності потоку.
30. Залежність між швидкістю та тиском уздовж трубки течії.
31. Основний закон динаміки для ідеальної рідини.
32. Рівняння Бернуллі для стаціонарної течії ідеальної рідини.
33. Випадки витікання рідини з посудини.
34. Швидкість витікання рідини. Формула Торічеллі.
35. Витікання рідини або газу, що знаходяться під тиском.
36. Кількість руху рідини й газу.
37. Поняття ламінарної течії.
38. Поняття турбулентної течії.
39. Гідравлічний удар. Причини виникнення.
40. Теорема Карно для гідравлічного удару.
41. Гідравлічний удар у трубах. Наслідки.
42. Гідравлічний таран і його застосування.
43. Графічне визначення сили гідростатичного тиску.
44. Графічне визначення точки прикладення сили гідростатичного тиску.
45. За яких умов може змінюватись агрегатний стан речовини?

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Стрелков С.П. Механика / С.П. Стрелков. – М.: Наука, 1975. – 560 с., ил.
2. Добронравов В.В. Курс теоретической механики: учебник. – 4-е изд., перераб. и доп. / В.В. Добронравов, Н.Н. Никифоров. – М.: Высш. школа, 1983. – 575 с., ил.
3. Башта Т.М. Гидравлика, гидромашины и гидроприводы / Т.М. Башта, С.С. Руднев, Б.Б. Некрасов и др. – М.: Машиностроение, 1982. – 243 с., ил.
4. Некрасов Б.Б. Справочное пособие по гидравлике, гидромашинам и гидроприводам / под общей редакцией Б.Б. Некрасова. – Минск: Выш. шк., 1985. – 383 с., ил.
5. Бутенин Н.В. Курс теоретической механики / Н.В. Бутенин, Я.Л. Лунц, Д.Р. Меркин: в 2-х т. – М.: Наука, 1979.



Навчальне видання

Давиденко Юрій Олександрович
Горб Олександр Григорович

Механіка рідин і газів

Комп'ютерна верстка Ю.О. Давиденко
Редактор Я.В. Новічкова
Коректор І.Л. Петренко

Друк RISO
Обл.- вид. арк. 2,5

Поліграфічний центр
Полтавського національного технічного університету імені Юрія
Кондратюка
36601, м. Полтава, Першотравневий просп., 24
Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного
реєстру
видавців, виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції
Серія ДК № 3130 від 06.03.2008

Віддруковано з оригінал-макета поліграфцентру ПолтНТУ