УДК 624.042:539.434

С.Ф. Пічугін, д.т.н., проф., А.В. Махінько, к.т.н., доц.
Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка

ОЦІНКА ОЧІКУВАНОГО РЕСУРСУ ДЕТАЛЕЙ БУДІВЕЛЬНИХ МАШИН ПРИ ВИПАДКОВИХ ВІБРАЦІЙНИХ НАВАНТАЖЕННЯХ

На основі загальної теорії накопичення пошкоджень від втомленості розглядається один з методів оцінки очікуваного ресурсу деталей будівельних машин, які завантажені випадковими вібраційними впливами.

Ключові слова: ресурс, втомленість, випадкові вібраційні навантаження.

На основании общей теории накопления повреждений от усталости рассматривается один из методов оценки ожидаемого ресурса деталей строительных машин, которые нагружены случайными вибрационными воздействиями.

Ключевые слова: ресурс, усталость, случайные вибрационные нагрузки.

On the basis of general theory of fatigue caused damages accumulation the method of estimating the expected detail resource of building machines, exposed to random vibration effects, is considered.

Key words: resource, fatigue, random vibration loads.

Постановка проблеми. Руйнування деталей будівельних машин, що зазнають випадкові за величиною вібраційні впливи головним чином відбувається поступово у зв’язку із накопиченням мікропошкоджень у металі та наступним переходом у тріщини втомленості.

Аналіз останніх досліджень. Розрахунку деталей машин на втомленість в імовірнісній постановці присвячена порівняно невелика кількість робіт, серед яких насамперед слід виділити піонерні роботи В.В. Болотіна [1], О.С. Гусєва [2], С.В. Серенсена і В.П. Когаєва [3, 5].

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. Розроблені в даних роботах методи розрахунку на опір втомленості при випадкових впливах дозволили більш адекватно підійти до проблеми накопичення втомлених пошкоджень та наголосити на необхідності розгляду даної проблематики з позицій імовірнісних методів. Однак визнаючи важливість та практичну цінність зазначених робіт, слід підкреслити, що розроблені в них методи розрахунку загалом стосувались абстрактних деталей, виконаних з певного матеріалу та занадто ідеалізованих моделей навантажень, що безсумнівно стримувало практичний досвід їх використання.

Формулювання цілей статті. В даній роботі авторами, на основі системних досліджень В.В. Болотіна, О.С. Гусєва та G. Solary [1, 3, 12] пропонується диференційований метод розрахунку втомленої довговічності деталей будівельних машин, що зазнають впливу випадкових вібраційних навантажень. Відмітною рисою даного методу являється розв'язання задачі у дискретній постановці, що забезпечує отримання результатів у простій та замкненій формі.

Схематизація процесу навантаження. Накопичення пошкоджень в деталях будівельних машин, унаслідок часової мінливості зовнішнього навантаження і стохастичних властивостей матеріалу деталей, являється випадковим процесом $\tilde{s}(p,t)$ із щільністю розподілу амплітуд $f_a(\Delta s)$. Знаючи імовірнісні характеристики цього процесу (такі, як ефективна частота $\omega_{e,s}$ та коефіцієнт широкосмуговості $\beta_{\omega,s}$ [6, 11]), можна судити або про розподіл пошкоджень к кінцю регламентованого наробітку деталі, або отримати функцію її довговічності при фіксованій величині можливого пошкодження. У якості кількісної оцінки завданого деталі пошкодження доцільно розглядати поняття міри пошкодження D [1, 3], що дорівнює нулю для початкового стану матеріалу деталі і дорівнює одиниці для моменту появи помітної тріщини втомленості. Задача при цьому полягає в отриманні залежності $D = f_D(S,n)$, де S – рівень амплітуд напружень; n – кількість циклів завантаження деталі. Серед багатьох пропозиції по конкретизації функції $f_D(S,n)$ найбільшого поширення набула лінійна гіпотеза додавання пошкоджень, запропонована Майнером і Пальмгреном:

$$D_T = \sum_{k=1}^{n} [n_k / N(S_k)], \tag{1}$$

де n_k – кількість циклів навантаження деталі за час T із амплітудним значенням S_k; $N(S_k)$ – гранична кількість циклів при детерміністичних випробуваннях матеріалу на втомленість із амплітудним значенням S_k.

Лінійна гіпотеза додавання пошкоджень являється найбільш простою та найбільш зручною для проведення і без того складних та громіздких імовірнісних розрахунків. Вона добре відповідає експериментальним даним і покладена в основу розрахунку металоконструкцій на втомленість в системі стандартів Eurocode 3 [9].

Стохастична природа міри пошкодження. В рамках зроблених положень, використовуючи щільність розподілу $f_a(\Delta s)$ амплітуд напружень процесу $\tilde{s}(p,t)$, середнє значення і стандарт міри пошкодження D за один j-ий цикл i-го блоку завантаження становитимуть (в рамках лінійної гіпотези додавання пошкоджень):

$$\bar{D}_{(i)} = \sum_{j} [f_a[\Delta s_{(i,j)}] \delta s / N_{(i,j)}], \tag{2}$$

$$\hat{D}_{(i)} = \sqrt{\left\{ \sum_{j} [f_a[\Delta s_{(i,j)}] \delta s / N^2_{(i,j)}] \right\} - \left\{ \sum_{j} [f_a[\Delta s_{(i,j)}] \delta s / N_{(i,j)}] \right\}^2}, \tag{3}$$

де $N_{(i,j)}$ – середня кількість циклів до появи тріщини втомленості на рівні амплітуд $\Delta s_{(i,j)}$ із середнім напруженням блоку завантаження $S_{m,(i)}$; величина $N_{(i,j)}$ у звичайних детерміністичних розрахунках трактується як рівняння кривої втомленості для умов i-го, j-го циклу завантаження.

Сумарна кількість циклів завантаження деталі за проектний наробіток T може бути виражена у вигляді співвідношення:

$$n_{(i,j)} = \omega_{e,s,(i)} \beta_{\omega,s,(i)} T P_{(i)} \delta s f_{a,(i,j)} / (2\pi), \tag{4}$$

де $\beta_{\omega,s,(i)}$ – коефіцієнт широкосмуговості випадкового процесу $\tilde{s}(p,t)$, який характеризує широкосмуговість i-го блоку завантаження.

Оцінку статистичних характеристик міри пошкодження за проектний наробіток деталі $\tilde{D}_T$ виконаємо із наступних передумов. По-перше, виходячи з умови центральної граничної теореми теорії ймовірностей можна показати, що при великій кількості циклів завантаження деталі величина міри пошкодження $\tilde{D}$ буде розподілена асимптотично нормально. По-друге, з достатньою для інженерних розрахунків точністю можна знехтувати розкидом інтервалу часу між завантаженнями і кореляційною залежністю між пошкодженнями в сусідніх циклах завантаження. Окреслені передумови дозволять тоді виразити математичне сподівання $\bar{D}_T$ і стандарт $\hat{D}_T$ міри пошкодження за час T у вигляді:

$$\bar{D}_T = \frac{T}{2\pi} \sum_i P_{(i)} \bar{D}_{(i)} \omega_{e,s,(i)} \beta_{\omega,s,(i)}, \quad \hat{D}_T = \sqrt{\frac{T}{2\pi} \sum_i P_{(i)} \hat{D}^2_{(i)} \omega_{e,s,(i)} \beta_{\omega,s,(i)}}. \tag{5}$$

Важливо відмітити, що деталі будівельних машин звичайно мають проектний наробіток у декілька десятків років, що приблизно у $10^8 \div 10^9$ разів перевищує значення ефективної частоти зовнішнього навантаження. Ця обставина надзвичайно сильно впливає на величину $\hat{D}_T$, зводячи її практично до нуля. На підставі цього розглядати стохастичний розкид міри пошкодження, викликаний мінливістю зовнішніх навантажень в інженерних розрахунках недоцільно і подальші міркування можна будувати у припущенні повної детермінованості величини D_T, приймаючи $\bar{D}_T$ за вичерпну характеристику міри пошкодження.

Для вирішення задачі стосовно очікуваного ресурсу деталі покладемо у формулі (5) $\bar{D}_T = 1$, в результаті чого отримаємо:

$$\overline{T}_E = \frac{2\pi}{\sum_i P_{(i)}\overline{D}_{(i)}\omega_{e,s,(i)}\beta_{\omega,s,(i)}} = \left[\sum_i \sum_j \frac{\omega_{e,s,(i)}\beta_{\omega,s,(i)}P_{(i)}\delta s f_{a,(i,j)}}{2\pi N_{(i,j)}} \right]^{-1}. \qquad (6)$$

Отримані нами формули (5) і (6), у принципі, вирішують задачу по оцінці пошкоджуваності деталі за проектний наробіток T та оцінці її очікуваного ресурсу $\overline{T}_E$, але при детермінованих властивостях матеріалу деталі. Така ситуація типова для задач прогнозування ресурсу на стадії експлуатації, коли розглядають систему, вважаючи, що методи неруйнівного контролю і технічної діагностики дозволяють отримати точні оцінки для всіх властивостей деталі. Даний випадок зустрічається також і на стадії проектування, якщо замовник або виробник механізму наполягають на тому, що всі властивості певної групи деталей строго фіксовані і повинні бути уведені в розрахунок як детерміновані величини. Для найбільш загальної схеми розрахунку характерні випадки, коли властивості матеріалу деталі являються випадковими. В даній ситуації величини $\overline{D}_T$ і $\overline{T}_E$ вже не можуть служити вичерпною характеристикою відповідно міри пошкодження та довговічності деталі і у розгляд повинні залучатися їх статистичні характеристики (математичне сподівання і стандарт) та їх одномірні закони розподілу $f_D(D)$ та $f_T(t_E)$ (див. рис. 1). На підставі сказаного, і у відповідності до робіт [1, 2], домовимось далі за текстом називати величини $\overline{D}_T$ і $\overline{T}_E$ умовною мірою пошкодження і умовною довговічністю деталі.

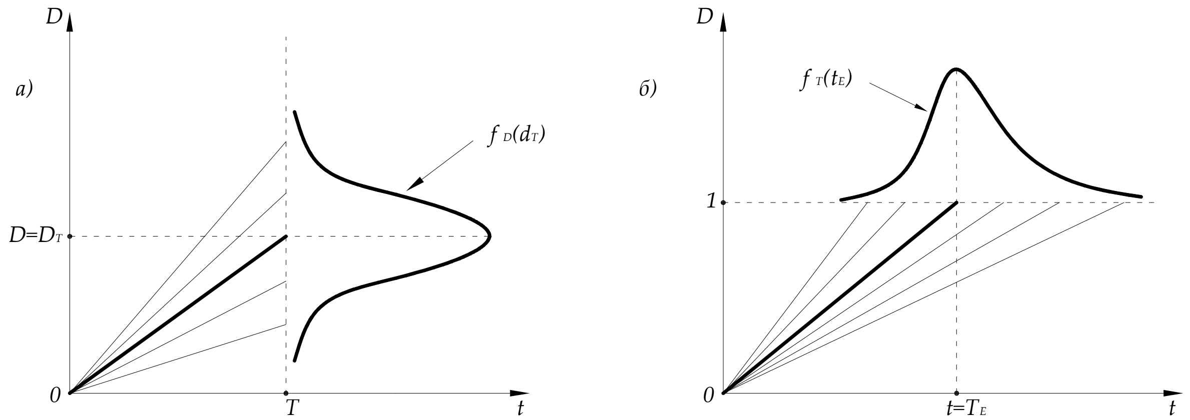

Рисунок 1 – Розсіювання міри пошкодження при встановленому часі завантаження (а) та розсіювання очікуваної довговічності при мірі пошкодження $\overline{D}_T = 1$ (б)

Оцінка функції надійності та довговічності. Нехай нам відомий аналітичний вигляд щільності $f_R(R)$ та функції $F_R(R)$ розподілу характерного параметру міцності (межі витривалості при симетричному циклі завантаження). Як і у попередніх випадках, поділимо діапазон можливих значень випадкової величини $\tilde{R}$ на достатньо малі інтервали однакової довжини δR і поставимо у відповідність центру кожного інтервалу значення $R_k = (k-0.5)\delta R$, де $(k = 1, 2, \ldots)$. Тоді вираз

$$P_{R(k)}=0.5\delta R\{f_R[(k-1)\delta R]+f_R[k\delta R]\}\approx F_R[k\delta R]-F_R[(k-1)\delta R], \qquad (7)$$

буде визначати імовірність попадання величини $\tilde{R}$ на інтервал R_k.

Формулу для кривої втомленості візьмемо у вигляді, що регламентується нормами Eurocode 3 [9]:

$$N_{(i,j)}=\begin{cases} N_0(\Delta\sigma_C/\Delta s_{(i,j)})^m, & (\Delta s_{(i,j)}\ge\Delta\sigma_D), \quad m=3, \quad N_0=2\cdot10^6; \\ N_0(\Delta\sigma_D/\Delta s_{(i,j)})^m, & (\Delta\sigma_D>\Delta s_{(i,j)}\ge\Delta\sigma_L), \quad m=5, \quad N_0=5\cdot10^6; \\ \infty, & \Delta s_{(i,j)}<\Delta\sigma_L, \end{cases} \qquad (8)$$

де m – параметр, що характеризує нахил кривої втомленості; N_0 – базова кількість циклів у випробуваннях на втомленість; $\Delta\sigma_C$ (detail category), $\Delta\sigma_D$ (constant amplitude fatigue limit), $\Delta\sigma_L$ (cut-off limit) – характерні напруження циклів (див. рис. 2), що регламентуються нормами [9]:

$$\Delta\sigma_D=(2/5)^{1/3}\Delta\sigma_C, \qquad \Delta\sigma_L=(2/100)^{1/3}\Delta\sigma_C. \qquad (9)$$

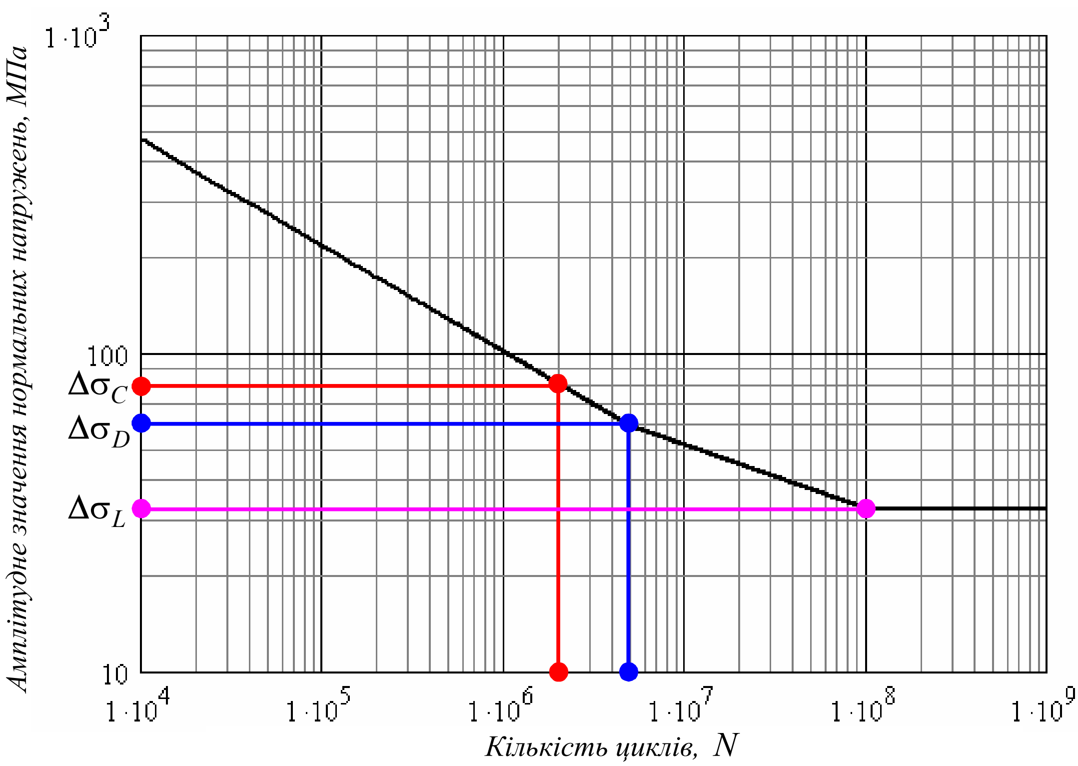

Рисунок 2 – Типовий графік кривої втомленості для елементів та з'єднань металоконструкцій згідно Eurocode 3. Part 1.9 [9]

Із формул (9) видно, що напруження $\Delta\sigma_D$ і $\Delta\sigma_L$ цілком визначаються величиною $\Delta\sigma_C$, яка характеризує категорію деталі (регламентується 14 базових категорій) при розрахунку на втомленість і визначається згідно детальної і зручної класифікації, наведеної у таблицях 8.1-8.10 нормативу [9]. Крім цього, в основу нормування величини $\Delta\sigma_C$ покладені наступні передумови: 1) категорія деталі за втомленою міцністю

$\Delta\sigma_C$ вважається випадковою величиною, що підкоряється логарифмічно нормальному закону розподілу (у подальших міркуваннях позначимо цю випадкову величину як $\tilde{R}$); 2) категорія деталі $\Delta\sigma_C$ нормується виходячи із довірчої імовірності $\gamma = 0.95$; 3) категорія деталі $\Delta\sigma_C$ нормується на підставі статистичної обробки експериментальних даних у кількості не менше ніж 10.

Нагадаємо, що величина $\tilde{R}$ розподілена за логарифмічно нормальним законом, а її десятковий логарифм $\lg(\tilde{R})$ слідує нормальному закону розподілу. Тоді враховуючи, що категорії деталі $\Delta\sigma_C$ відповідає довірча імовірність $\gamma = 0.95$, для оцінки математичного сподівання матимемо

$$\bar{R} = \Delta\sigma_C 10^{t_\beta \sigma / m}, \tag{10}$$

де $t_\beta = 1.86$ – значення нижнього процентиля t-розподілу Стьюдента із $n-2$ ступенями вільності при $n = 10$; σ – стандарт випадкової величини $\lg(\tilde{R})$, який в загальному випадку залежить від типу деталі і знаходиться в межах $0.07 \div 0.315$ [14]; в рамках даної роботи приймається $\sigma = 0.265$ – значення, яке використане у Eurocode 3, Part 1.9 при нормуванні коефіцієнту надійності за міцністю від втомленості (див. табл. 3.1 [9]).

Стандарт величини $\tilde{R}$ обчислимо за формулою:

$$\hat{R} = \sqrt{[\exp(\sigma^2) - 1]\exp(2\mu + \sigma^2)}, \tag{11}$$

де μ – математичне сподівання випадкової величини $\lg(\tilde{R})$:

$$\mu = \ln(\bar{R}) - 0.5\sigma^2. \tag{12}$$

Визначивши статистичні характеристики величин $\tilde{R}$ та $\lg(\tilde{R})$, отримаємо щільність і функцію розподілу опору втомленості у вигляді:

$$f_R(R) = \frac{1}{R\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-0.5\left(\frac{\ln(R) - \mu}{\sigma}\right)^2\right]. \tag{13}$$

$$F_R(R) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^R \frac{1}{x} \exp\left[-0.5\left(\frac{\ln(x) - \mu}{\sigma}\right)^2\right] dx. \tag{14}$$

Після оцінки імовірнісних характеристик опору втомленості $\tilde{R}$ і враховуючи, що крива втомленості описується рівнянням (8), представимо умовну міру пошкодження $\bar{D}_T$ та умовну довговічність $\bar{T}_E$ у вигляді:

$$\bar{D}_{T,(k)} = \frac{T}{2\pi N_0 R_{(k)}^m} \sum_i \sum_j [P_{(i)} \omega_{e,s,(i)} \beta_{\omega,s,(i)} \Delta s_{(i,j)}^m f_a[\Delta s_{(i,j)}] \delta s], \tag{15}$$

$$\bar{T}_{E,(k)} = 2\pi N_0 R_{(k)}^m \left[\sum_i \sum_j [P_{(i)} \omega_{e,s,(i)} \beta_{\omega,s,(i)} \Delta s_{(i,j)}^m f_a[\Delta s_{(i,j)}] \delta s]\right]^{-1}. \tag{16}$$

Розподіл функції довговічності деталі $F_T(t)$ може бути виражений через функцію надійності $P(t)$ у припущенні, що експлуатація деталі припиняється після першої відмови. Для цього скористаємося методом умовних функцій надійності, який приводить до наступної залежності для умовної функції надійності деталі (надійності деталі при детермінованому значенню опору втомленості) [2]:

$$P_0(t\,|\,R)=\begin{cases}1, & \textit{якщо } t<\overline{T}_E(R);\\ 0, & \textit{якщо } t\ge \overline{T}_E(R).\end{cases} \tag{17}$$

Повна надійність деталі (з урахуванням статистичного розкиду опору втомленості) знайдемо за виразом:

$$P(t)=1-\int_0^{\infty} P_0^{'}(t\,|\,R)F_R(R)dR\,. \tag{18}$$

Згідно (17) похідна від умовної функції надійності визначається як $P_0^{'}(t\,|\,R)=\delta[R-R_E(t)]$, де $\delta[\bullet]$ – дельта-функція, $R_E(t)$ – корінь рівняння $\overline{T}_E[R_E(t_E)]=t_E$. Остаточно для функції надійності можемо записати:

$$P(t)=1-F_R[R_E(t)]\,. \tag{19}$$

Підставляючи (19) у (14), будемо мати формулу для інтегральної функції довговічності деталі:

$$F_T(t_E)=F_R[R_E(t_E)]\,. \tag{20}$$

Розв’язавши рівняння (16) відносно R_k, для рівня $R_E(t_E)$ знаходимо:

$$R_E(t_E)=\left(\frac{t_E}{2\pi N_0}\right)^{1/m}\left[\sum_i\sum_j[P_{(i)}\omega_{e,s,(i)}\beta_{\omega,s,(i)}\Delta s_{(i,j)}^{m}f_a[\Delta s_{(i,j)}]\delta s]\right]^{1/m}. \tag{21}$$

Підставляючи (21) у формулу (14), остаточно отримаємо шуканий вираз для інтегральної функції розподілу довговічності від втомленості:

$$F_T(t_E)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_0^{R_E(t_E)}\frac{1}{x}\exp\left[-0.5\left(\frac{\ln(x)-\mu}{\sigma}\right)^2\right]dx\,. \tag{22}$$

Цікаво відмітити, що якщо корінь рівняння $R_E(t)$ знайти у вигляді $\overline{D}_T[R_E(d_T)]=d_T$ і потім підставити отриманий розв’язок у (14), то дістанемо інтегральну функцію розподілу міри пошкодження D_T за проектний наробіток деталі T. В цьому випадку

$$R_E(d_T)=\left(\frac{T}{2\pi N_0 d_T}\right)^{1/m}\left[\sum_i\sum_j[P_{(i)}\omega_{e,s,(i)}\beta_{\omega,s,(i)}\Delta s_{(i,j)}^{m}f_a[\Delta s_{(i,j)}]\delta s]\right]^{1/m}, \tag{23}$$

$$F_D(d_T)=1-\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_0^{R_E(d_T)}\frac{1}{x}\exp\left[-0.5\left(\frac{\ln(x)-\mu}{\sigma}\right)^2\right]dx\,. \tag{24}$$

Щільності розподілу величин $\tilde{D}_T$ і $\tilde{T}_E$ визначаємо шляхом диференціювання їх інтегральних функцій за відповідним аргументом (d_T і t_E).

Поряд з розглянутими імовірнісними характеристиками у практичних розрахунках звичайно користуються ще трьома величинами:

– імовірність відмови деталі за час експлуатації T:

$$Q(t) = 1 - P(t) = 1 - F_T(t_E = T) = 1 - F_D(d_T = 1), \quad (25)$$

– середній час експлуатації деталі:

$$\overline{T} = \int_0^\infty P(t)dt. \quad (26)$$

– середнє значення міри пошкодження за час експлуатації T:

$$\overline{D}_T = \int_0^1 d_T \left(\frac{d}{d_T} F_D(d_T) \right) dd_T . \quad (27)$$

Таким чином, формули (25) – (27) дають остаточну відповідь про розподіл міри пошкодження та очікуваного ресурсу. Вони отримані нами у припущенні того, що ми, нехтуючи випадковою мінливістю процесу накопичення пошкоджень і мінливістю ресурсу, включаємо всі випадкові фактори у величину $\tilde{R}$, яка враховує властивості деталі, та у величину $\Delta\tilde{s}$,

Висновки. Представлений в даній статті метод являє собою зручний інженерний засіб адекватної оцінки очікуваного ресурсу деталей машин, завантажених випадковим вібраційним навантаженням. Метод легко алгоритмізується на ПЕОМ і не вимагає застосування спеціальних математичних пакетів комп’ютерної математики. Також відмітимо, що гармонізація запропонованого методу із Eurocode 3, Part 1.9 [9] викликана тим, що ВАТ „УкрНДІПСК” включила даний документ до переліку Єврокодів, із якими буде виконуватись гармонізація норм України.

ЛІТЕРАТУРА

1. Болотин В.В. Прогнозирование ресурса машин и сооружений. – М.: Машиностроение, 1984. – 312 с.

2. Горохов Е.В., Турбин С.В., Некрасов Ю.П., Бусько М.В., Жабский Ю.В. Исследование влияния микроклиматических особенностей местности на ветровую нагрузку // Зб. наук. пр. ІІ міжнародної науково-практичної конференції „Баштові споруди: матеріали, конструкції і технології”. – Макіївка: ДонДАБА. – 2003-2(39). – С.7 − 13.

3. Гусев А.С. Сопротивление усталости и живучесть конструкций при случайных нагрузках. – М.: Машиностроение, 1989. – 248 с.

4. Когаев В.П., Махутов Н.А., Гусенков А.П. Расчёты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность: Справочник − М.: Машиностроение, 1985. − 224 с.

5. Некрасов Ю.П. Динамические воздействия ветра на металлические решётчатые башни ветроэнергетических установок: Автореф. дис…канд. техн. наук: 05.23.01 / ДонГАСА. – 2002. – 19 с.

6. Пичугин С.Ф., Махинько А.В. Ветровая нагрузка на строительные конструкции. − Полтава, 2005. − 342 с.

7. Серенсен С.В., Когаев В.П., Шнейдерович Р.М. Несущая способность и расчёты деталей машин на прочность. Руководство и справочное пособие. Изд. 3-е, перераб. и доп. Под ред. С.В. Серенсена. М.: Машиностроение, 1975. − 488 с.

8. Eurocode 1: Action on Structures − Part 1-4: General Actions – Wind Actions.− Brussels: CEN TC 250, 2002.− 155 p.

9. Eurocode 3: Design of Steel Structures − Part 1.9: Fatigue strength of Steel Structures.− Brussels: Final draft, 2001.− 27 p.

10. Mikitarenko M.A., Perelmuter A.V. Safe Fatigue Life of Steel Towers, under the Action of Wind Vibrations // Proc. 2-nd European and African Conf. Wind Eng. – Genova. – 1997. – vol. 2. – P. 1891 – 1897.

11. Pichugin S. Probabilistic Analysis of Wind Load and Reliability of Structures // Proc. 2-nd European and African Conf. Wind Eng. – Genova. – 1997. – vol. 2. – P. 1883 – 1890.

12. Repetto M.P., Solari G. Dynamic alongwind fatigue of slender vertical structures // Engineering Structures 23. − 2001. − P. 1622 – 1633.