

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ПОЛТАВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ЮРІЯ КОНДРАТЮКА

Пічугін С.Ф.

**СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ НАДІЙНОСТІ
В БУДІВНИЦТВІ**

Навчальний посібник

Полтава 2019

*Рекомендовано до друку науково-методичною радою
Полтавського національного технічного університету
імені Юрія Кондратюка (протокол №4 від 28.03.2019)*

Рецензент:

О.В. Семко, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри архітектури та міського будівництва Полтавського національного технічного університету імені Юрія Кондратюка

Пічугін С.Ф.

Сучасні проблеми надійності в будівництві: Навчальний посібник / С.Ф. Пічугін. – Полтава: ПолтНТУ, 2019. – 81 с.

Навчальний посібник призначений студентам 5-го курсу (10 семестр), які навчаються за освітнім рівнем «магістр» з спеціальності 0901 «Будівництво та цивільна інженерія» на кафедрі конструкцій з металу, дерева та пластмас ПолтНТУ. Кожний розділ посібника містить текстову частину з поясненнями щодо теми розділу, її ймовірнісних аспектів, основних формул і завершується числовими прикладами, які студенти зможуть використовувати при виконанні практичних розрахунків надійності будівельних конструкцій. Посібник охоплює всі основні розділи дисципліни «Сучасні проблеми надійності в будівництві», а саме: ймовірнісний опис навантажень і міцності матеріалів; оцінювання надійності елементів будівельних конструкцій; оцінювання надійності стиснуто-зігнутих елементів; надійність статично невизначених систем.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
РОЗДІЛ 1. ІМОВІРНІСНИЙ ОПИС ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН. НОРМАЛЬНИЙ РОЗПОДІЛ.....	5
1.1. Імовірнісний опис випадкових величин.....	6
1.2. Нормальний закон розподілу.....	9
1.3. Нормування міцності прокатної сталі.....	11
1.4. Числовий приклад: визначення нормативного і розрахункового опору сталі.....	11
РОЗДІЛ 2. ЕКСПОНЕНЦІЙНИЙ ЗАКОН НАДІЙНОСТІ	19
2.1. Загальні формули.....	19
2.2. Числовий приклад: застосування експоненціального розподілу.....	22
РОЗДІЛ 3. ОЦІНЮВАННЯ НАДІЙНОСТІ БУДІВЕЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ.....	27
3.1. Рішення у техніці випадкових величин.....	27
3.2. Рішення із застосуванням випадкових процесів.....	30
3.3. Використання схеми незалежних випробувань.....	31
3.4. Числовий приклад: розрахунок надійності конструкції в техніці випадкових величин.....	33
3.5. Числовий приклад: оцінювання надійності конструкції у техніці випадкових процесів.....	36
3.6. Числовий приклад: розрахунок надійності конструкції за схемою незалежних випробувань.....	39
РОЗДІЛ 4. КОЕФІЦІЄНТ СПОЛУЧЕННЯ ПОСТІЙНОГО НАВАНТАЖЕННЯ.....	41
4.1. Виведення основних формул.....	41
4.2. Числовий приклад: визначення коефіцієнта сполучення постійного навантаження.....	43
РОЗДІЛ 5. ОЦІНЮВАННЯ ЗАБЕЗПЕЧЕНОСТІ РОЗРАХУНКОВИХ АТМОСФЕРНИХ НАВАНТАЖЕНЬ.....	46
5.1. Імовірнісний опис снігового навантаження.....	46
5.2. Імовірнісний опис середньої складової вітрового навантаження.....	51
5.3. Числовий приклад: визначення періоду повторюваності розрахункового снігового навантаження.....	57
5.4. Числовий приклад: визначення періоду повторюваності розрахункового вітрового навантаження.....	59
РОЗДІЛ 6. ОЦІНЮВАННЯ НАДІЙНОСТІ СТИСНУТО-ЗІГНУТИХ ЕЛЕМЕНТІВ.....	62
6.1. Особливості роботи стиснуто-зігнутих елементів.....	62
6.2. Імовірнісний аналіз стиснуто-зігнутих елементів.....	64
6.3. Числовий приклад: оцінювання надійності стиснуто-зігнутого елемента.....	67

РОЗДІЛ 7. ОЦІЮВАННЯ НАДІЙНОСТІ СТАТИЧНО НЕВИЗНАЧЕНИХ СИСТЕМ (СНС).....	70
7.1. Загальне рішення для пружно-пластичної СНС.....	70
7.2. Числовий приклад: оцінювання надійності простої СНС.....	72
ЛІТЕРАТУРА.....	75
ДОДАТОК.....	76

ВСТУП

Дисципліна «Сучасні проблеми надійності в будівництві» викладається студентам 5-го курсу (10 семестр), які навчаються за освітнім рівнем «магістр» з спеціальності 0901 «Будівництво та цивільна інженерія» на кафедрі конструкцій з металу, дерева та пластмас Полтавського національного технічного університету імені Юрія Кондратюка.

Такий навчальний курс є авторським, єдиним у вищих навчальних закладах України, він базується головним чином на монографії-посібнику «Розрахунок надійності будівельних конструкцій» [1] (С.Ф. Пічугін. – Полтава: Вид-во «АСМІ», 2016), а також на попередніх виданнях монографій автора, присвячених проблемі надійності в будівництві [2, 3] та методичних рекомендаціях з цієї проблеми [4, 5]. Автор читає дану дисципліну досить давно, використовуючи педагогічний досвід кафедри КМДіП та результати досліджень надійності будівельних конструкцій, які протягом багатьох років виконуються у ПолтНТУ. Викладення курсу тісно пов'язано з діючими в Україні нормативними документами, у розробці котрих приймав участь автор, щодо навантажень і впливів [6], забезпечення надійності й конструктивної безпеки [7], проектування сталевих конструкцій [8] та ін.

Наведений у навчальному посібнику матеріал має на меті полегшити засвоєння студентами розділів названої дисципліни, винесених на практичні заняття.

Кожний розділ містить текстову частину з поясненнями щодо теми розділу, її ймовірнісних аспектів, основних формул і завершується числовими прикладами, які студенти зможуть використовувати при виконанні практичних розрахунків надійності будівельних конструкцій.

Посібник охоплює всі основні розділи дисципліни «Сучасні проблеми надійності в будівництві», а саме: ймовірнісний опис навантажень і міцності матеріалів; оцінювання надійності елементів будівельних конструкцій; оцінювання надійності стиснуто-зігнутих елементів; надійність статично невизначених систем.

Автор

РОЗДІЛ 1. ІМОВІРНІСНИЙ ОПИС ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН. НОРМАЛЬНИЙ РОЗПОДІЛ

1.1. Імовірнісний опис випадкових величин

1.1.1. Основні визначення. *Випадковою величиною (ВВ)* називається змінна величина, що у результаті випробування може прийняти те чи інше значення, причому невідомо наперед, яке саме.

Приклади випадкових величин:

- геометричні розміри елементів конструкцій;
- фактичне значення міцності матеріалу конструкцій;
- навантаження на конструкції.

Позначення: \tilde{x} – випадкова величина; x – її можливе значення.

Імовірністю події A або $ВВ$ називається чисельна міра ступеня об'єктивної можливості цієї події або $ВВ$, позначення $P(A)$, $P(x)$.

Поняття ймовірності тісно пов'язано з поняттям *частоти*. Якщо у серії з n випробувань подія A трапляється в m випадках, частота визначається як

$$P^*(A) = \frac{m}{n}. \quad (1.1)$$

Якщо кількість випробувань необмежено росте, частота асимптотично прямує до ймовірності, згідно з теоремою Бернуллі

$$P^*(A) \rightarrow P(A), \quad n \rightarrow \infty. \quad (1.2)$$

Наприклад: кидання монети, коли $P(A) = P(B) = 0,5$, якщо $n \rightarrow \infty$, де A – випадіння «орла», B – випадіння «решки».

1.1.2. Криві розподілу ВВ. Для характеристики ймовірності $ВВ$ вводиться функція

$$F(x) = P(\tilde{x} < x). \quad (1.3)$$

Ця функція дорівнює ймовірності того, що випадкова величина \tilde{x} виявиться меншою від деякого її значення x ; ця функція називається інтегральною функцією розподілу випадкової величини, або просто **функцією розподілу**. У випадку позитивної безперервної ВВ функція розподілу має характер, що ілюструється *рис. 1.1*.

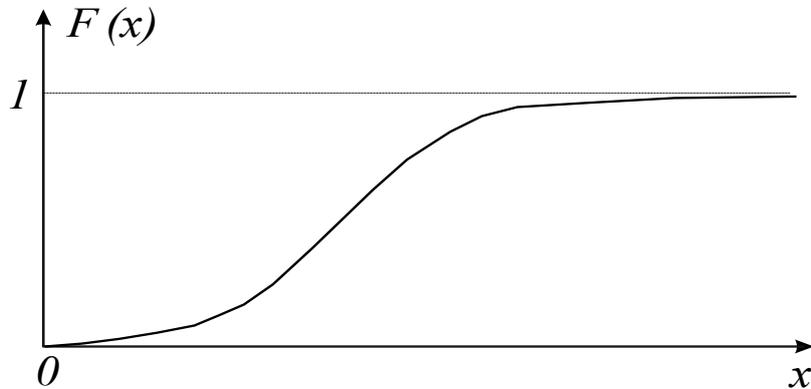


Рис. 1.1. Функція розподілу випадкової величини

Похідна функції $F(x)$

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx} \quad (1.4)$$

називається диференційною функцією розподілу або **густиною (щільністю) розподілу** випадкової величини \tilde{x} . Графік функції $f(x)$ називається **кривою розподілу** \tilde{x} (*рис. 1.2*).

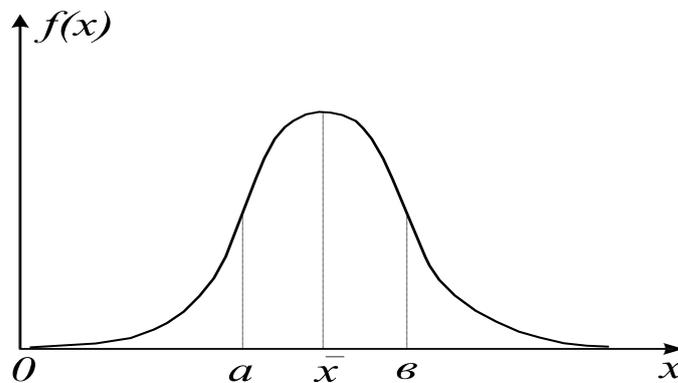


Рис. 1.2. Крива розподілу випадкової величини

Важливими є наступні співвідношення на основі кривої розподілу ВВ.

1. Перехід від диференційної функції $f(x)$ до інтегральної функції розподілу ВВ $F(x)$:

$$F(x = a) = F(\tilde{x} < [x = a]) = \int_{-\infty}^a f(x) dx; \quad (1.5)$$

2. Визначення ймовірності попадання ВВ в інтервал

$$F(a < \tilde{x} < b) = \int_a^b f(x) dx; \quad (1.6)$$

3. Умова нормування, згідно з якою площа під кривою розподілу дорівнює одиниці,

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1.$$

1.1.3. Числові характеристики розподілу випадкових величин.

Математичне сподівання (очікування)

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x) dx. \quad (1.7)$$

Математичне сподівання визначає *положення розподілу* на осі абсцис, геометрично воно інтерпретується як центр ваги площі, обмеженої кривою розподілу і віссю абсцис (рис. 1.3).

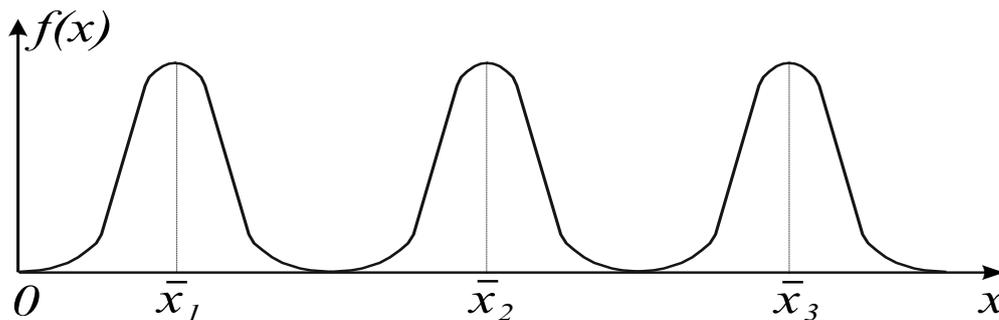


Рис. 1.3. Криві розподілу з різним математичним сподіванням:
 $(\bar{x}_3 > \bar{x}_2 > \bar{x}_1)$

Дисперсія – це математичне сподівання квадрата відхилення ВВ \tilde{x} від її центра \bar{x} .

$$\hat{x} = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^2 f(x) dx. \quad (1.8)$$

Геометрично дисперсія може розглядатися як центральний момент інерції площі, обмеженої кривою розподілу.

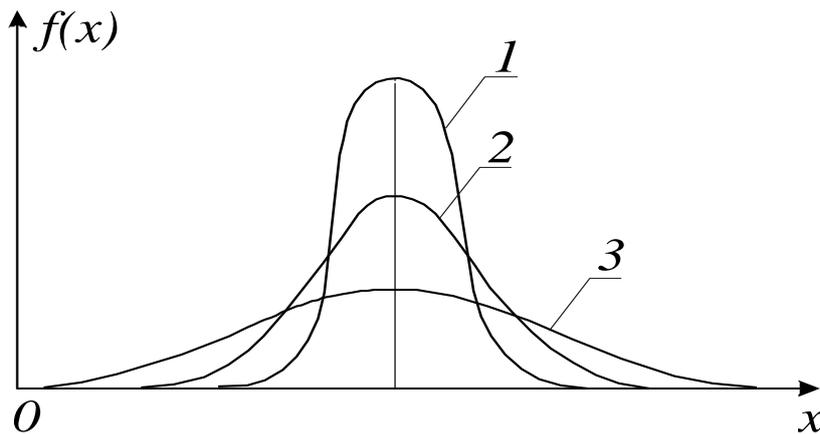


Рис. 1.4. Криві розподілу з різним стандартом: ($\hat{x}_1 < \hat{x}_2 < \hat{x}_3$).

Середнє квадратичне відхилення (стандарт) \hat{x} і **коефіцієнт варіації** V характеризують розкид значень випадкової величини (рис. 1.4):

$$\hat{x} = \sqrt{\hat{x}}; \quad V = \frac{\hat{x}}{\bar{x}}. \quad (1.9)$$

Коефіцієнт асиметрії A_x визначає **скошеність** розподілу випадкової величини (рис. 1.5, а):

$$A_x = \frac{\mu_3}{\hat{x}^3}, \quad (1.10)$$

де μ_3 – центральний момент третього порядку, він дорівнює

$$\mu_3(x) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^3 f(x) dx.$$

Екссес E_x оцінює *шпильність* (приплюснутість) розподілу випадкової величини (рис. 1.5, б):

$$E_x = \frac{\mu_4}{\hat{x}^4} - 3. \quad (1.11)$$

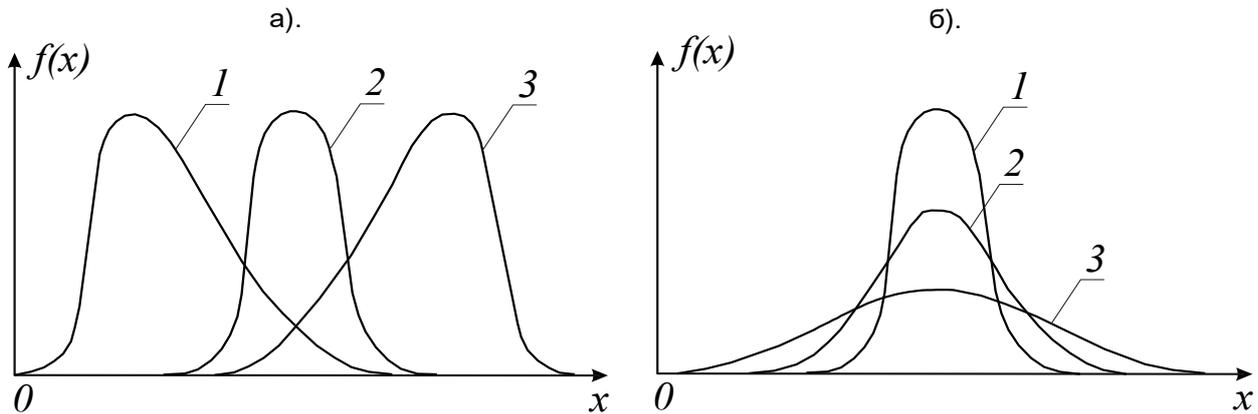


Рис. 1.5. Варіанти кривих розподілу:
 а) з різною асиметрією: $A_1 > 0$, $A_2 \approx 0$, $A_3 < 0$;
 б) з різним екссесом: $E_1 > 0$, $E_2 \approx 0$, $E_3 < 0$

1.2. Нормальний закон розподілу

Важливим аспектом імовірнісних методів розрахунку є обґрунтований вибір законів розподілу випадкових величин і ординат випадкових процесів. Найбільш поширеним у теорії і практиці імовірнісних розрахунків є **нормальний закон**, який називається також законом Гаусса. Цей симетричний розподіл з безкінечними межами (рис. 1.6) має щільність

$$f(x) = \frac{1}{\hat{X} \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(X - \bar{X})^2}{2\hat{X}^2} \right], \quad (1.12)$$

де X – випадковий аргумент; \bar{X} і \hat{X} – відповідно математичне очікування і стандарт (середньоквадратичне відхилення) аргументу X .

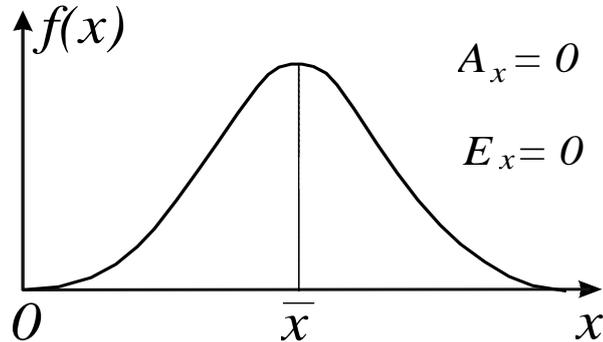


Рис. 1.6. Нормальний розподіл випадкової величини

Асиметрія й ексцес цього розподілу дорівнюють нулю.

Якщо замість аргументу X враховується нормоване відхилення від центру $\gamma = (X - \bar{X}) / \hat{X}$, то визначається нормована щільність нормального закону наступного виду:

$$f(\gamma) = (\sqrt{2\pi})^{-1} \exp(-0.5\gamma^2). \quad (1.13)$$

З урахуванням цього інтегральна функція нормального розподілу буде

$$F(X) = (\sqrt{2\pi})^{-1} \int_{-\infty}^X \exp(-0.5\gamma^2) d\gamma = \Phi(\gamma), \quad (1.14)$$

де $\Phi(\gamma)$ – функція Лапласа, табульована разом з формулою (1.12) у багатьох статистичних таблицях (табл. Д.1, Д.2).

Поширеність нормального закону в задачах надійності пов'язана з його відносною аналітичною простотою, оскільки він залежить від двох параметрів, наявністю готових таблиць, близькою відповідністю розподілам міцності матеріалів і деяких навантажень, асимптотичним прагненням до нормального розподілу суми декількох випадкових величин з різними законами розподілу.

1.3. Нормування міцності прокатної сталі

Основною характеристикою міцності конструктивного матеріалу, у тому числі прокатної сталі, є нормативний (або характеристичний) опір. Імовірнісна забезпеченість (імовірність відхилень у менший бік) нормативного опору сталі повинна дорівнювати $P = 0,95$. Це значення забезпеченості оцінюється на основі розподілу Гаусса як

$$P = 0,5 + \Phi(\beta), \quad (1.15)$$

де $\beta = 1,64$ – величина аргументу, що відповідає значенню функції Лапласа $\Phi = 0,45$.

Відповідне значення нормативного опору сталі дорівнює

$$R_{yn} = \bar{\sigma}_y (1 - 1,64V_m) = \bar{\sigma}_y - 1,64\hat{\sigma}_y. \quad (1.16)$$

Розрахунковий опір сталі – це мінімальний імовірний опір сталі, який може бути визначений на основі статистичного розподілу межі текучості, наприклад, на основі правила «трьох сігма». При цьому забезпеченість розрахункового опору повинна бути не менше 0,998.

$$R_{yn} = \bar{\sigma}_y - 3\hat{\sigma}_y. \quad (1.17)$$

1.4. Числовий приклад: визначення нормативного і розрахункового опору сталі

Завдання. Визначити нормативний і розрахунковий опори сталі на розтяг за експериментальними статистичними даними.

1.4.1. Вихідні дані: вибірка експериментальних даних випробування сталевих зразків на розтяг в обсязі $n=50$ (табл. 1.1).

Таблиця 1.1
Експериментальні значення межі текучості сталі, МПа

253,2	270,8	360,0	371,0	406,6
277,7	280,9	306,9	249,1	345,7
311,1	322,4	324,7	376,3	304,4
328,8	275,7	301,1	298,4	323,9
332,3	287,3	361,1	346,6	339,5
324,1	340,4	339,3	250,1	406,7
346,2	266,8	330,2	373,5	258,5
363,9	288,8	391,3	337,2	302,5
272,6	257,8	301,1	202,7	314,0
325,3	413,6	307,4	326,2	328,5

Таблиця 1.2
Обчислення вибірових числових характеристик

Межі інтервалів	x_i	n_i	f_i^*	u_i	$n_i u_i$	$n_i u_i^2$	$n_i u_i^3$	$n_i u_i^4$	$n_i (u_i + 1)^4$	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
202	222	212	1	0,02	-6	-6	36	-216	1296	625
222	242	232	0	0	-5	0	0	0	0	0
242	262	252	5	0,1	-4	-20	80	-320	1280	405
262	282	272	6	0,12	-3	-18	54	-162	486	96
282	302	292	5	0,1	-2	-10	20	-40	80	5
302	322	312	6	0,12	-1	-6	6	-6	6	0
322	342	332	14	0,28	0	0	0	0	0	14
342	362	352	5	0,1	1	5	5	5	5	80
362	382	372	4	0,08	2	8	16	32	64	324
382	402	392	1	0,02	3	3	9	27	81	256
402	422	412	3	0,06	4	12	48	192	768	1875
Сума		50	1		-32	274	-488	4066	3680	

Пояснення до табл. 1.2:

- для спрощення розрахунків вибраний «умовний нуль» $C=332$, що відповідає значенню x_i з максимальною частотою, та підраховані умовні варіанти u_i ;
- виконується контроль обчислень

$$\sum n_i u_i^4 + 4 \sum n_i u_i^3 + 6 \sum n_i u_i^2 + 4 \sum n_i u_i + n = 3680,$$

що збігається із сумарним значенням у стовпчику 9 табл. 1.2.

1.4.2. Побудова експериментального полігону розподілу. Полігон будується у такій послідовності (*табл. 1.2*):

- діапазон можливих значень випадкової величини (ВВ) межі текучості сталі (різниця між найбільшим та найменшим значенням у вибірці) поділяється на 8 – 12 рівних інтервалів із середніми значеннями x_i (стовпчик 1);
- підраховується кількість попадань ВВ n_i у кожний інтервал, причому $n = \sum n_i$ (стовпчик 2);
- підраховуються експериментальні частоти попадання ВВ у кожний інтервал (у тому числі значення, що дорівнюють нижній межі інтервалу)

$$f_i^*(x) = \frac{n_i}{n}, \quad (1.17)$$

причому $\sum f_i^* = 1$. Підрахунки частот можуть виконуватися у відсотках, тоді $\sum f_i^* = 100\%$. Числові значення частот наведеної вище вибірки подані у стовпчику 3 *табл. 1.2*;

- будується експериментальний полігон розподілу випадкової величини (*рис. 1.7*).

1.4.3. Визначення вибірових числових характеристик межі текучості сталі. Обчислення виконуються методом добутків у *табл. 1.2*.

Визначаються умовні моменти 1 – 4 порядків:

$$M_1^* = \frac{\sum n_i u_i}{n} = -0,64; \quad M_2^* = \frac{\sum n_i u_i^2}{n} = 1,27;$$

$$M_3^* = \frac{\sum n_i u_i^3}{n} = 1,49; \quad M_4^* = \frac{\sum n_i u_i^4}{n} = 5,95.$$

Вибіркові числові характеристики дорівнюють:

$$\bar{x}^* = M_1^* \cdot h + C = -0,64 \cdot 20 + 332 = 319,2 \text{ МПа};$$

$$\begin{aligned}\hat{x}^* &= \left[M_2^* - (M_1^*)^2 \right] \cdot h^2 = (5,48 - (-0,64)^2) \cdot 20^2 = 2028,16; \\ \mu_3 &= \left[M_3^* - 3 \cdot M_1^* \cdot M_2^* + 2 \cdot (M_1^*)^3 \right] \cdot h^3 = 1898,5; \\ \mu_4 &= \left[M_4^* - 4 \cdot M_1^* \cdot M_3^* + 6 \cdot (M_1^*)^2 \cdot M_2^* - 3 \cdot (M_1^*)^4 \right] \cdot h^4 = 11087797; \\ \hat{x} &= \sqrt{2028,16} = 45,04 \text{ МПа}; \quad V = \frac{45,04}{319,2} = 0,141; \\ A &= \frac{1898,5,124}{45,04^3} = 0,02; \quad E_x = \frac{11087797,58}{45,04^4} - 3 = -0,30.\end{aligned}$$

1.4.4. Підбір нормального розподілу. Густина нормального розподілу (Гаусса) описується виразом (1.12). Це симетричний розподіл, що визначається двома параметрами: \bar{x} і \hat{x} . Ординати нормованої нормальної кривої при $\bar{x} = 0$ і $\hat{x} = 1$

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0,5x^2}$$

наведені у *табл. Д.1* цього посібника.

Перехід до параметрів експериментальної вибірки виконується таким чином:

$$p(x) = \frac{n \cdot h}{\hat{x}} \cdot \varphi(x), \quad (1.18)$$

де n – обсяг вибірки; при використанні відносних частот $n = 1,0$, у розрахунках у відсотках – 100%; h – крок (інтервал), що дорівнює 20 у цьому прикладі; $x = (x - \bar{x})/\hat{x}$ – нормований аргумент нормального розподілу.

Підбір ординат нормального розподілу поданий у *табл. 1.3*, підібраний нормальний розподіл разом з експериментальним полігоном показано на *рис. 1.7*.

Таблиця 1.3

Підбір ординат нормального розподілу

x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x - \bar{x})/\hat{x}$	$\varphi(x), \%$	$p(x), \%$
212	-107,20	-2,38	2,35	1,04
232	-87,20	-1,93	6,08	2,70
252	-67,20	-1,49	13,15	5,84
272	-47,20	-1,04	22,99	10,21
292	-27,20	-0,60	33,32	14,79
312	-7,20	-0,15	39,39	17,49
332	12,80	0,28	38,36	17,03
352	32,80	0,73	30,56	13,56
372	52,80	1,17	20,21	8,97
392	72,80	1,61	10,92	4,85
412	92,80	2,06	4,78	2,12
$\bar{x} = 319,2$	0	0	39,89	17,71

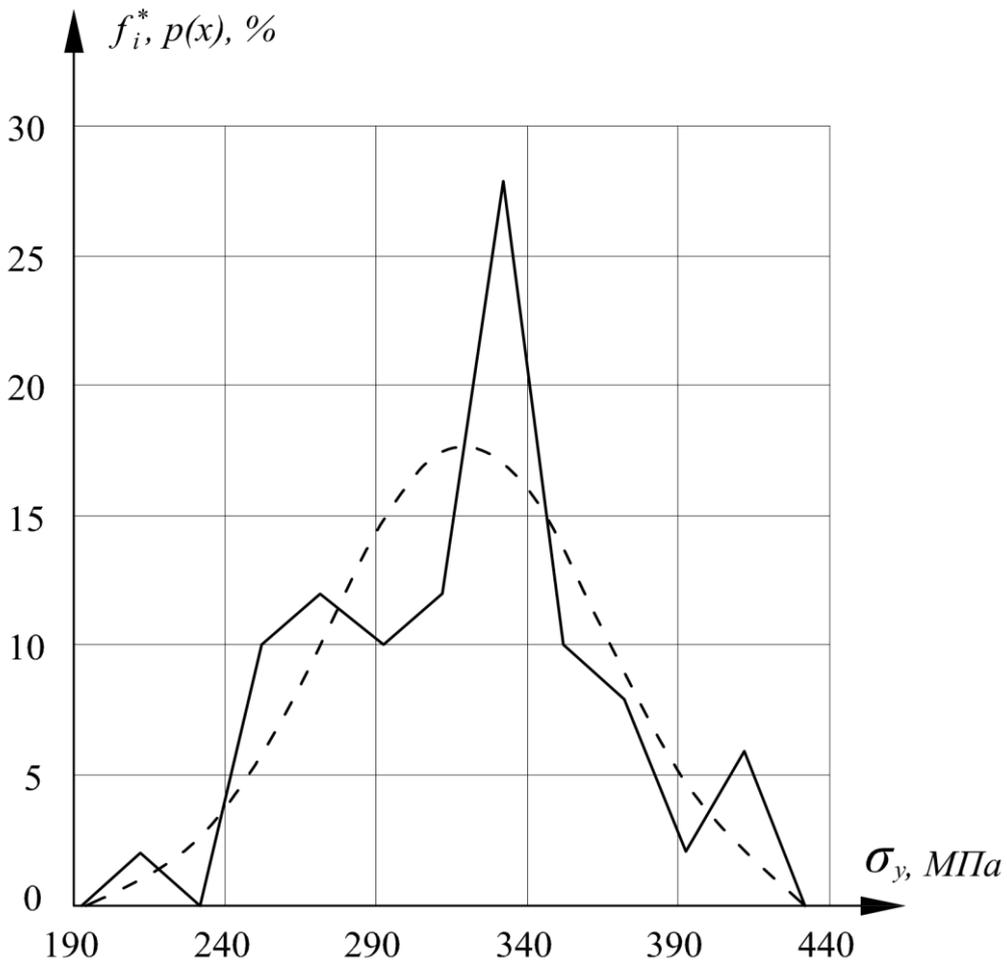


Рис. 1.7. Експериментальний полігон (суцільна лінія) і нормальний розподіл (пунктир)

Як бачимо з *рис. 1.7*, нормальний розподіл досить добре описує характер експериментального полігона, який коливається в більшу і меншу сторону відносно нормальної кривої; мода (максимум) полігона знаходиться близько від центру, що відповідає незначній симетрії ($A = 0,02$), деяка приплюснутість відображається негативним ексцесом ($E = -0,3$).

1.4.5. Перевірка відповідності експериментального розподілу нормальному. Для перевірки будемо використовувати критерій Пірсона у такому порядку:

- складемо розрахункову *табл. 1.4*, згідно з якою знаходимо значення критерію Пірсона за приведеними спостереженнями

$$\chi_{\text{спос}}^2 = \sum \frac{[n_i - p'(x)]^2}{p'(x)}; \quad (1.19)$$

Таблиця 1.4

Обчислені значення критерію Пірсона

x_i	n_i	$p'(x) = p(x)n_i$	$n_i - p'(x)$	$[n_i - p'(x)]^2$	$\chi_{\text{спос}}^2 = \frac{[n_i - p'(x)]^2}{p'(x)}$
212	1	0,52	0,46	0,212	0,407
232	0	0	0	0	0
252	5	2,92	2,08	4,326	1,482
272	6	5,10	0,90	0,810	0,159
292	5	7,40	-2,40	5,760	0,778
312	6	8,75	-2,75	7,563	0,864
332	14	8,50	-5,50	30,250	3,559
352	5	6,80	-1,80	3,240	0,476
372	4	4,50	-0,50	0,250	0,056
392	1	2,45	-1,45	2,103	0,858
412	3	1,06	1,94	3,764	3,551
Сума $\chi_{\text{спос}}^2$					12,190

- за таблицею критичних точок розподілу χ^2 (табл. Д.4) за заданим рівнем значущості $\alpha = 0,05$ та кількістю ступенів свободи $k = i - 3 = 8$ (i – кількість інтервалів вибірки, що дорівнює 11 у нашому прикладі), знаходимо критичну точку $\chi^2 = 15,5$.
- оскільки визначене за результатами спостережень значення критерію не перевищує критичну точку:

$$\chi_{\text{спос}}^2 = 12,190 < \chi^2 = 15,50,$$

робимо висновок, що гіпотеза про нормальність не відхиляється.

1.4.6. Операції з нормальним розподілом. Функція нормального розподілу визначається інтегруванням густини (1.12) і може бути легко розрахована за допомогою табульованих функцій Лапласа $\Phi(\gamma)$ (табл. Д.2):

$$\begin{aligned} F(x) &= \int_{-\infty}^x f(x) dx = \frac{1}{\hat{x}\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\hat{x}^2}} dx = \\ &= 0,5 \pm \Phi\left(\frac{x-\bar{x}}{\hat{x}}\right) = 0,5 \pm \Phi(\gamma) \end{aligned} \quad (1.20)$$

Знак плюс відповідає позитивному значенню нормованого відхилення, знак мінус – негативному значенню.

1. Визначення ймовірності попадання в інтервал. Розрахунок здійснюється за допомогою функції Лапласа

$$F(a < x < b) = \Phi\left(\frac{b-\bar{x}}{\hat{x}}\right) - \Phi\left(\frac{a-\bar{x}}{\hat{x}}\right). \quad (1.21)$$

Визначимо ймовірність попадання випадкової величини, що розглядається у прикладі, в інтервал $290,0 \text{ МПа} < x < 340,0 \text{ МПа}$.

Обчислимо нормовані аргументи:

$$\gamma_1 = \frac{a - \bar{x}}{\hat{x}} = \frac{290,0 - 319,2}{45,04} = -0,648;$$

$$\gamma_2 = \frac{340,0 - 319,2}{45,04} = 0,462.$$

Використовуємо функції Лапласа (табл. Д.2):

$$\Phi_2(0,462) = 0,5 + 0,178 = 0,678;$$

$$\Phi_1(-0,648) = 0,5 - 0,2415 = 0,2585.$$

Імовірність попадання у визначений інтервал

$$F(290,0 < x < 340,0) = 0,678 - 0,2585 = 0,4125 \cong 0,413.$$

2. Імовірності попадання випадкової величини в інтервали, кратні стандартам:

$$F(\bar{x} \pm \hat{x}) = 2 \cdot \Phi(1) = 0,3413 = 0,6826;$$

$$F(\bar{x} \pm 2\hat{x}) = 2 \cdot \Phi(2) = 0,4772 = 0,9544;$$

$$F(\bar{x} \pm 3\hat{x}) = 2 \cdot \Phi(3) = 0,49865 = 0,9973.$$

Останній рядок показує, що вихід випадкової величини за межі $\bar{x} \pm 3\hat{x}$ має ймовірність 0,27%, тобто є практично неможливим (правило «трьох сигм»).

3. Визначення нормативного опору сталі. Як показано вище у розділі 1.3, нормативний опір прокатної сталі дорівнює значенню межі текучості сталі із забезпеченістю 0,95 і визначається за формулою (1.16); для заданої вибірки випробування сталевих зразків маємо для нормативного опору сталі на розтяг

$$R_{yn} = \bar{x} - 1,64\hat{x} = \bar{\sigma}_y - 1,64\hat{\sigma}_y = 319,2 - 1,64 \cdot 45,04 = 245,33 \text{ МПа.}$$

4. Визначення розрахункового опору сталі. Згідно з рекомендаціями розділу 1.3, розрахунковий опір сталі визначається на відстані трьох стандартів від математичного сподівання межі текучості, тобто згідно з правилом «трьох сигм» (формула (1.17):

$$R_y = \bar{x} - 3\hat{x} = \bar{\sigma}_y - 3\hat{\sigma}_y = 319,2 - 3 \cdot 45,04 = 184,08 \text{ МПа.}$$

РОЗДІЛ 2. ЕКСПОНЕНЦІЙНИЙ ЗАКОН НАДІЙНОСТІ

2.1. Загальні формули

2.1.1. Рівняння експоненційного закону. Важливим показником надійності є *інтенсивність відмов* – умовна густина ймовірності виникнення відмови конструкції, яка визначається за умови, що відмова не виникла до прийнятого моменту часу:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)} = -\frac{1}{P(t)} \cdot \frac{dP(t)}{dt} = -\frac{p(t)}{P(t)}. \quad (2.1)$$

Інтенсивність відмов λ чисельно показує кількість об'єктів такого типу, що вийшли з ладу за одиницю часу роботи. Наприклад, $\lambda = 10^{-3}$ 1/рік може означати, що коли у роботі є 1000 однакових конструкцій, то за один рік можна очікувати вихід з ладу однієї конструкції.

Проінтегруємо вираз (2.1) щодо визначення інтенсивності відмов

$$\int_0^t \lambda(t) dt = -\ln P(t).$$

Далі виконаємо операцію потенціювання, в результаті чого одержуємо формулу функції надійності

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}. \quad (2.2)$$

У межах періоду нормальної роботи системи з постійною інтенсивністю відмов $\lambda(t) = \lambda = const$ маємо

$$P(t) = e^{-\lambda t}. \quad (2.3)$$

Це **експоненційний закон** зміни надійності у часі (рис. 2.1, а), широко розповсюджений у практичних розрахунках надійності у техніці, зокрема будівельних об'єктів і конструкцій. Експоненційний закон є природним з фізичної точки зору, він простий і зручний у користуванні, має всього один параметр λ . Його застосування суттєво спрощує формули теорії надійності конструкцій.

Інтегральна функція експоненційного закону

$$F(t) = 1 - P(t) = 1 - e^{-\lambda t}. \quad (2.4)$$

Диференційна функція експоненційного закону

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}. \quad (2.5)$$

Числові характеристики експоненційного закону – математичне сподівання і стандарт – дорівнюють одне одному:

$$\bar{t} = \hat{t} = \frac{1}{\lambda}. \quad (2.6)$$

Коефіцієнт варіації при цьому, очевидно, $V_t = 1$.

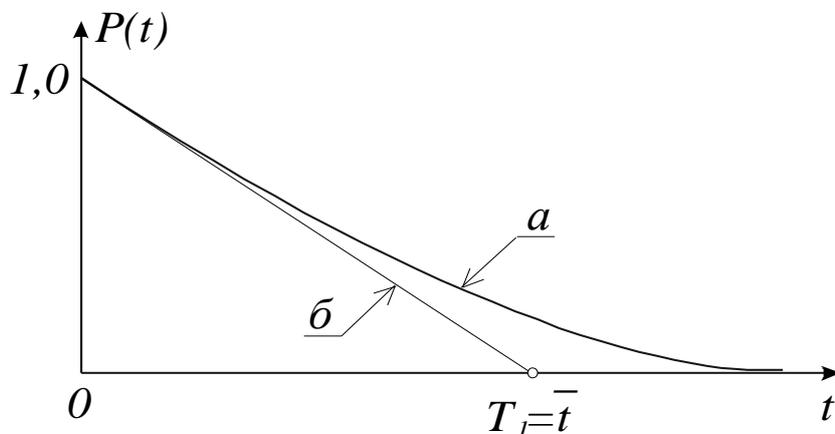


Рис. 2.1. Експоненційний закон зміни надійності:
а) функція (2.3); б) лінеаризований вираз (2.7)

2.1.2. Лінеаризація експоненційного закону. У випадку, коли $P(t) > 0,9$, тобто для високонадійних об'єктів, виконується операція лінеаризації із заміною нелінійної функції дотичною у вибраній точці. Для цього функцію розкладають у ряд Тейлора та відкидають нелінійні члени. У нашому випадку використовується ряд Маклорена, що є частинним випадком ряду Тейлора, коли абсциса точки розкладу $t = 0$:

$$P(t) = P(0) + \frac{P'(0)}{1!}t + \frac{P''(0)}{2!}t^2 + \dots + \frac{P^{(n)}(0)}{n!}t^n;$$

$$P(t) = 1 - \lambda t + \frac{\lambda^2}{2!}t^2 - \frac{\lambda^3}{3!}t^3 + \dots$$

Відкидаючи нелінійні члени, одержуємо більш простий вираз щодо функції надійності (рис. 2.1, б)

$$P(t) = e^{-\lambda t} \cong 1 - \lambda t. \quad (2.7)$$

Інтегральна функція розподілу відповідно має вираз

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t} \cong \lambda t.$$

Формула (2.7) дає достатню точність практичних розрахунків, зокрема будівельних конструкцій.

2.1.3. Середній наробіток до відмови для експоненційного закону визначається з урахуванням (2.3)

$$T_1 = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = -\frac{1}{\lambda} \cdot e^{-\lambda t} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{\lambda}.$$

Отже, маємо такі прості співвідношення:

$$\lambda = \frac{1}{T_1}; \quad T_1 = \frac{1}{\lambda}. \quad (2.8)$$

З урахуванням цього функції експоненційного закону (2.4), (2.5) одержують наступну форму:

$$\begin{aligned} F(t) &= 1 - e^{-\frac{t}{T_1}}; \\ f(t) &= \frac{1}{T_1} e^{-\frac{t}{T_1}}. \end{aligned} \quad (2.9)$$

2.2. Числовий приклад: застосування експоненційного розподілу

Завдання. Описати експериментальні дані експоненційним розподілом, визначити гамма-відсотковий наробіток конструкції до відмови t_γ при наступних рівнях: $\gamma = 50, 80, 90, 95$ та 99% .

2.2.1. Вихідні дані. Вибірка дослідних значень наробітку допоміжної конструкцій (у роках) (обсяг $n = 20$): 39,5; 63,9; 10,9; 83,9; 52,7; 27,1; 70,8; 0,3; 244,1; 5,4; 180,5; 58,4; 7,4; 228,2; 9,2; 7,8; 140,2; 193,9; 297,7; 3,3.

2.2.2. Побудова дослідної гістограми розподілу. Розподіляємо діапазон зміни дослідного наробітку на інтервали, підраховуємо кількість попадань n_i у кожний інтервал, відносні частоти $f_i^*(t) = n_i/n$ та ординати експериментальної гістограми $p_i^* = f_i^*(t)/h$, де $h = 50$ – крок (інтервал) вибірки. Одержані числові значення наведені у графах 2, 3 і 4 *табл. 2.1*, дослідна гістограма – на *рис. 2.2, а*.

2.2.3. Обчислення вибірових числових характеристик. Згідно з процедурою, приведеною вище в п. 1.4.3, підраховуємо оцінки числових характеристик заданої вибірки:

- математичного сподівання (середнього наробітку до відмови) $\bar{t} = T_1 = 86,26$ років;
- стандарту $\hat{t} = 93,55$ років, коефіцієнта варіації $V_t = 1,08$;
- асиметрії $A_t = 0,89$, ексцесу $E_t = -0,68$.

2.2.4. Обчислення параметра λ , побудова теоретичних кривих. Визначаємо параметр експоненційного розподілу

$$\lambda = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{86,26} = 0,0116 \text{ 1/рік.}$$

Виконуємо побудову кривих експоненційного розподілу, що апроксимують експериментальну гістограму:

- кривої розподілу $f(t)$, згідно з формулою (2.5) (рис. 2.2, а, поз. 2);
- функції надійності $P(t)$, відповідно до формули (2.3) (рис. 2.2, б);
- інтегральної функції експоненційного розподілу $F(t)$, згідно з (2.4) (рис. 2.2, б);
- лінеаризованої функції (2.7) (рис. 2.2, б, поз. 3).

Числові значення перелічених функцій наведені у графах 5, 6 і 7 табл. 2.1.

Таблиця 2.1

Порівняння дослідного і теоретичного розподілів

t_i	Дослідний розподіл			Теоретичний розподіл			Критерій Пірсона		
	n_i	f_i^*	p_i^*	$f(t)$	$F(t)$	$P(t)$	F_i^*	F_i	χ^2
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
50	9	0,45	0,009	0-0,0116 0,0065	0,440	0,560	0,45	0,440	0,004
100	6	0,30	0,006	0,0036	0,686	0,314	0,30	0,246	0,234
150	0	0	0	0,0020	0,824	0,176	0,15	0,232	0,596
200	3	0,15	0,003	0,0011	0,918	0,098	0,10	0,051	0,940
250	1	0,05	0,001	0,00064	0,945	0,055			
300	1	0,05	0,001	0,00035	0,969	0,031			
350				0,0002	0,982	0,017			
Σ	$n=20$								$\chi^2_{\text{снос.}} = 1,776$

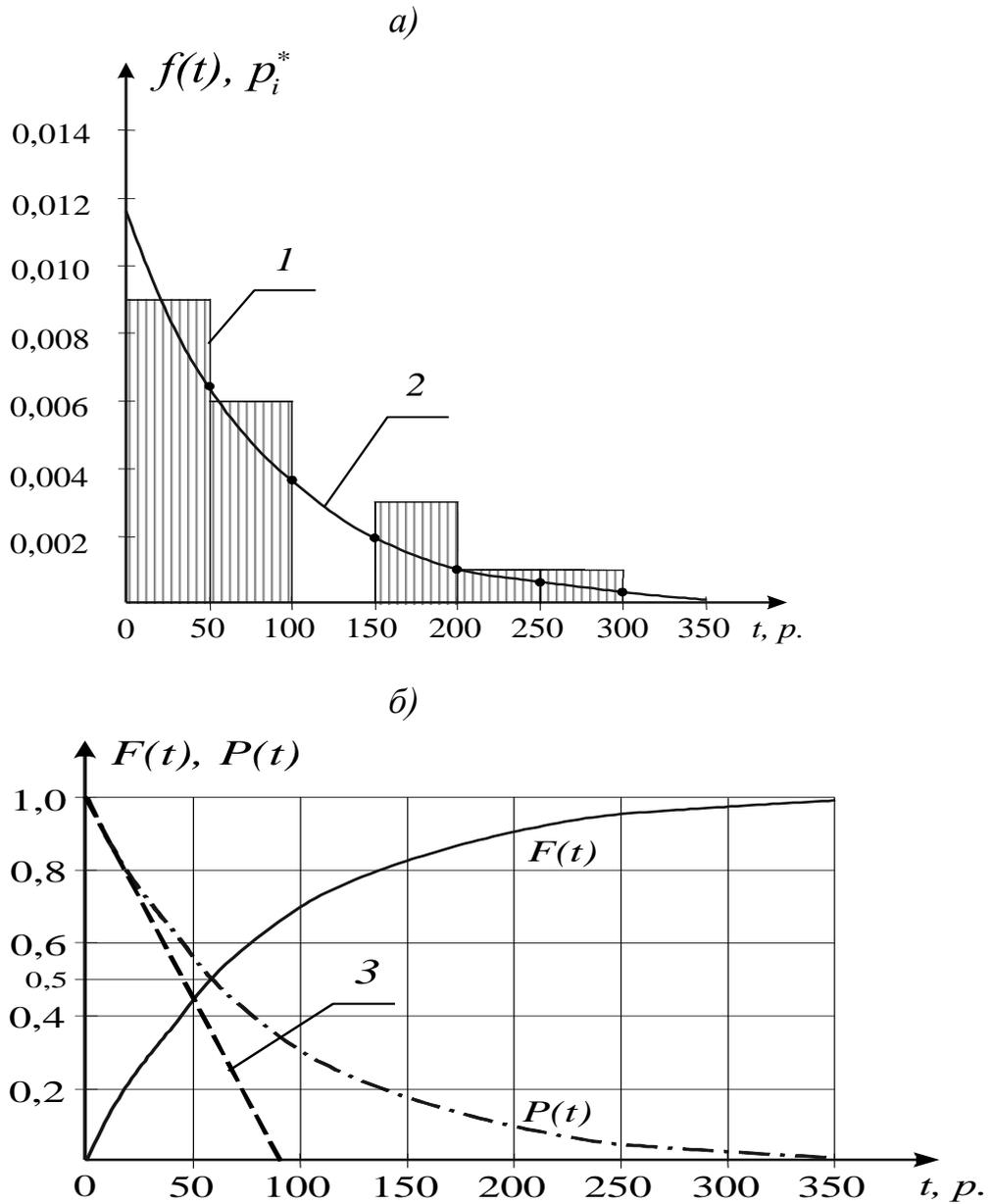


Рис. 2.2. Експоненційний розподіл:

а) дослідна гістограма (1), експоненційний закон (2); б) функція надійності, інтегральна функція експоненційного розподілу та лінеаризоване представлення (3)

2.2.5. Відповідність дослідного розподілу теоретичному оцінюється за допомогою критерію Пірсона, відповідні числові значення наведені у графах 8, 9 і 10 *табл. 2.1*. В обчисленнях значень критерію будемо використовувати значення ймовірностей, причому допускається укрупнення інтервалів:

$$\chi^2 = \sum \frac{(F_i^* - F_i)^2}{F_i}.$$

Оскільки експоненційний розподіл є однопараметричним, кількість ступенів свободи визначається як $k = i - 2$; тому у нашому випадку $k = 2$ (i – кількість інтервалів виборки). З табл. Д.4 за рівнем значущості $\alpha = 0,05$ та $k = 2$ знаходимо $\chi^2 = 6,0 > \chi_{\text{спос.}}^2 = 1,776$, тому немає причин відхилити гіпотезу про експоненційний розподіл наробітку конструкцій.

2.2.6. Гамма-відсотковий наробіток до відмови. Наробіток до відмови – це час безвідмовної роботи конструкції від початку експлуатації до появи першої відмови. Середній наробіток до відмови – це математичне сподівання наробітку конструкції до першої відмови.

$$T_1 = \int_0^{\infty} t \cdot f(t) dt = \int_0^{\infty} [1 - F(t)] dt = \int_0^{\infty} P(t) dt. \quad (2.10)$$

Величина T_1 дорівнює площі під кривою функції надійності $P(t)$.

Гамма-відсотковий наробіток до відмови t_γ – наробіток, протягом якого відмова конструкції не виникне з імовірністю γ , що виражена у відсотках, і котрий визначається як корінь рівняння

$$P(t_\gamma) = \frac{\gamma}{100}. \quad (2.11)$$

Таким чином, t_γ – квантиль відповідного розподілу. Для визначення показників надійності конструкцій задаються досить високі рівні: $\gamma = 90, 95, 99, 99,5\%$ тощо, що відповідає ймовірностям відмови в інтервалі $[0; t]$ $Q = 0,10; 0,05; 0,01; 0,005$.

Прирівняємо вираз (2.11) до експоненційної формули (2.3)

$$P(t_\gamma) = \frac{\gamma}{100} = e^{-\lambda t_\gamma}.$$

Після перетворень одержимо вираз, що визначає γ -відсотковий наробіток до відмови, якщо наробіток описується експоненційним розподілом

$$t_\gamma = -\frac{\ln\left(\frac{\gamma}{100}\right)}{\lambda}. \quad (2.12)$$

Числові значення наробітку ілюструються на *рис. 2.3*, вони дорівнюють: $t_{50} = 59,84$ р.; $t_{80} = 19,24$ р.; $t_{90} = 9,14$ р.; $t_{95} = 4,44$ р.; $t_{99} = 0,99$ р.

Таким чином, із збільшенням γ -відсоткового рівня наробіток t_γ досить швидко зменшується.

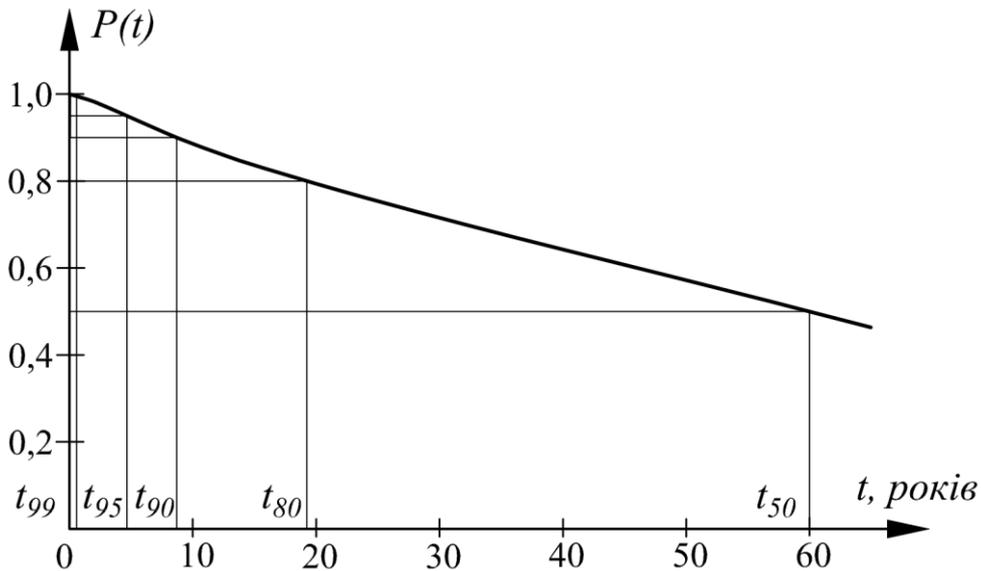


Рис. 2.3. Гамма-відсотковий наробіток конструкції до відмови

РОЗДІЛ 3 ОЦІНЮВАННЯ НАДІЙНОСТІ БУДІВЕЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ

3.1. Рішення у техніці випадкових величин

Узагальнена умова безвідмовної роботи (неруйнівності) конструкції має наступний вигляд:

$$\tilde{Y}(t) = \tilde{R}(t) - \tilde{S}(t), \quad (3.1)$$

де $\tilde{R}(t)$ – узагальнена несуча здатність конструкції; $\tilde{S}(t)$ – узагальнене навантаження на конструкцію; $\tilde{Y}(t)$ – характеристика, яку ввів О.Р. Ржаніцин і назвав резервом міцності. Назвемо цю характеристику **резервом несучої здатності** з урахуванням того, що у межах цієї концепції будуть далі розв’язуватися також задачі надійності стиснутих і стиснуто-зігнутих елементів (розділ 5 посібника).

У цьому розділі застосуємо ймовірнісну техніку випадкових величин без урахування фактора часу t , яка є обґрунтованою при дії навантажень, що мало змінюються у часі (постійних і деяких технологічних) або тих, що мають одноразовий характер. При цьому функція резерву несучої здатності запишеться як

$$\tilde{Y} = \tilde{R} - \tilde{S} \geq 0. \quad (3.2)$$

Розглянемо простий випадок, коли конструкція навантажена випадковим механічним навантаженням \tilde{q} , яке спричиняє у конструкції випадкові механічні напруження $\tilde{\sigma}$. Міцність конструкції – також випадкова величина, вона визначається випадковими напруженнями руйнування $\tilde{\sigma}_y$ (наприклад, межею плинності для м’якої сталі). Несуча здатність конструкції дорівнює $\tilde{R} = \tilde{\sigma}_y A$, де A – геометрична характеристика перерізу конструкції; $\tilde{S} = \alpha \tilde{q}$ – зусилля у конструкції від зовнішнього

навантаження. Резерв несучої здатності може визначатися також у просторі напружень, тоді $\tilde{R} = \tilde{\sigma}_y$, $\tilde{S} = \tilde{\sigma}$.

Зону допустимих станів складає множина, для кожного елемента якої виконується наведена нерівність

$$\Omega = \{Y; y=(r-s) \geq 0\}.$$

У координатах $R-S$ зона Ω має трикутну форму і розміщується вище від прямої $R=S$ (рис. 3.1).

Імовірність безвідмовної роботи дорівнює

$$P = \int_{\Omega} f(Y) dY. \quad (3.3)$$

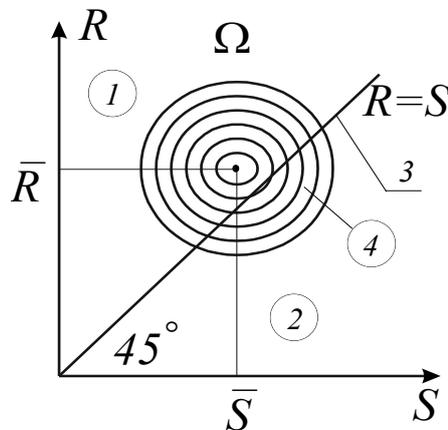


Рис. 3.1. До оцінювання надійності у техніці випадкових величин:
1 – зона допустимих станів; 2 – зона відмови; 3 – межа допустимої зони;
4 – проекція розподілу $f(Y)$

Математичне сподівання і стандарт резерву несучої здатності визначається, як для лінійної функції:

$$\bar{Y} = \bar{R} - \bar{S}; \quad \hat{Y} = \sqrt{\hat{R}^2 + \hat{S}^2}. \quad (3.4)$$

Характеристика, що визначається як

$$\beta = \frac{\bar{Y}}{\hat{Y}} = \frac{1}{V_Y} = \frac{\bar{R} - \bar{S}}{\sqrt{\hat{R}^2 + \hat{S}^2}}, \quad (3.5)$$

називається *характеристикою безпеки* (О.Р. Ржаніцин) або *індексом безпеки* (С.А. Корнелл), вона встановлює ймовірність відмови (рис. 3.2)

$$Q(Y \leq 0) = F_Y(0) = F_Y\left(\bar{Y} - \beta \hat{Y}\right). \quad (3.6)$$

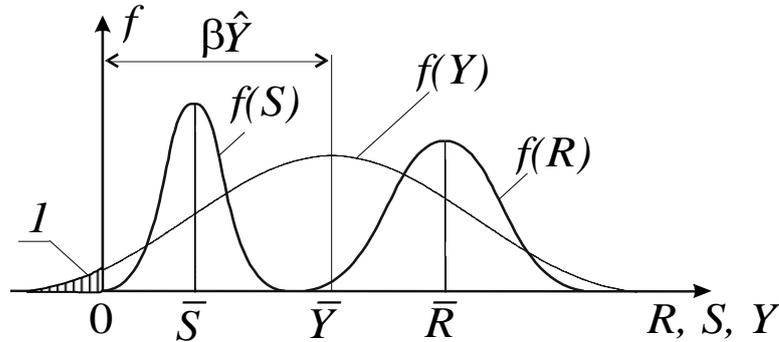


Рис. 3.2. Визначення ймовірності відмови:
1 – ділянка відмови

Використовуючи коефіцієнти варіації $V_S = \hat{S}/\bar{S}$ та $V_R = \hat{R}/\bar{R}$ і відповідні вирази $\bar{R} = \hat{R}/V_R$ та $\bar{S} = \hat{S}/V_S$, з урахуванням співвідношення $p = \hat{R}/\hat{S}$ одержимо зручну безрозмірну форму для β

$$\beta = \frac{pV_S - V_R}{V_R V_S \sqrt{1 + p^2}}. \quad (3.7)$$

У випадку нормального розподілу $f(Y)$ характеристика безпеки є дуже зручною для визначення ймовірностей відмови (Q) і безвідмовної роботи (P):

$$\begin{aligned} Q(Y < 0) &= 0,5 - \Phi(\beta), \\ P(Y \geq 0) &= 0,5 + \Phi(\beta), \end{aligned} \quad (3.8)$$

де $\Phi(\beta)$ – функція Лапласа з табл. Д.2.

3.2. Рішення із застосуванням випадкових процесів

При застосуванні ймовірнісної моделі випадкових процесів у виразі (3.1) $\tilde{S}(t)$ – зусилля (або напруження) у конструкції у формі випадкового процесу; $\tilde{R}(t)$ – випадковий процес або випадкова величина \tilde{R} несучої здатності; $\tilde{Y}(t)$ – випадковий процес резерву несучої здатності конструкції.

У таких умовах відмова конструкції трактується як **викид** випадкового зусилля $\tilde{S}(t)$ за випадковий рівень несучої здатності $\tilde{R}(t)$ (рис. 3.3) або як викид ВП $\tilde{Y}(t)$ у від’ємну область.

Якщо прийняти, що навантаження і несуча здатність описуються стаціонарними або квазістаціонарними випадковими процесами, то оцінка ймовірності відмови конструкції може бути визначена за кількістю викидів $N_+(t)$ як

$$Q(t) \cong N_+(t) = \frac{\omega_q f_Y(\beta) t}{\beta_\omega \sqrt{2\pi}}. \quad (3.9)$$

Ця формула одержана в роботі [2], у ній прийняті такі позначення: ω_q – ефективна частота випадкового процесу резерву несучої здатності; $f_Y(\beta)$ – ордината густини розподілу функції резерву несучої здатності \tilde{Y} , що відповідає значенню характеристики безпеки β (рис. 3.2); t – наробіток конструкції; β_ω – коефіцієнт широкосмуговості випадкового процесу $\tilde{Y}(t)$.

Якщо $\tilde{R}(t)$ та $\tilde{S}(t)$ розподілені нормально, тоді $\tilde{Y}(t)$ також має нормальний розподіл, і формула для $Q(t)$ одержує такий вигляд:

$$Q(t) = \omega_q \cdot \frac{e^{-0,5\beta^2 t}}{2\pi\beta_\omega}. \quad (3.10)$$

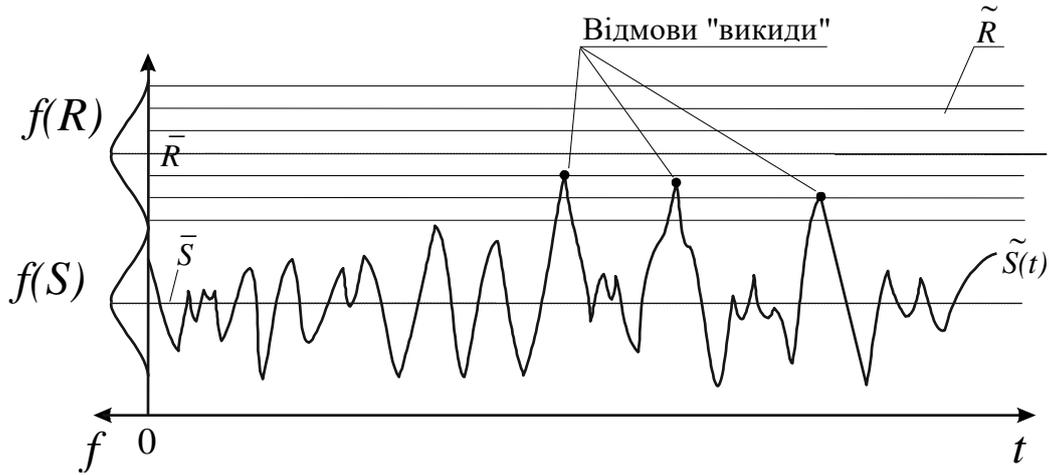


Рис. 3.3. Відмови елемента під навантаженням у формі випадкового процесу

Спираючись на формулу (3.10) і задаючись нормативним значенням імовірності відмови $[Q]$, легко визначити відповідну характеристику безпеки

$$\beta = \sqrt{2 \ln \frac{\omega_q t}{2\pi [Q] \beta_\omega}}. \quad (3.11)$$

3.3. Використання схеми незалежних випробувань

Схемою незалежних випробувань вважається випадкова послідовність незалежних випадкових навантажень, згідно з якою ймовірність неперевикнення навантаженням нормованого рівня γ за час t визначається як результат реалізації n_n незалежних випробувань (незалежних навантажень)

$$P(\gamma, t) = [P(\gamma)]^{n_n}, \quad (3.12)$$

де $P(\gamma) = P_1(\gamma)$ – імовірність неперевикнення рівня γ в окремому випробуванні.

Відповідно ймовірність відмови визначиться як

$$Q(\gamma, t) = 1 - P(\gamma, t) = 1 - [P_1(\gamma)]^{n_n}. \quad (3.13)$$

Для високонадійних конструкцій формула (3.13) з достатньою точністю спрощується:

$$Q_n(\gamma, t) = 1 - [P_1(\gamma)]^{n_n} \cong n_n Q_1(\gamma). \quad (3.14)$$

У практичних викладках корисно використовувати співвідношення між диференційною й інтегральною функціями будь-якого розподілу

$$\mu(\gamma) = \frac{f(\gamma)}{1 - F(\gamma)} = \frac{f(\gamma)}{Q(\gamma)}, \quad (3.15)$$

де $\mu(\gamma)$ – функція інтенсивності розподілу.

Для деяких розподілів $\mu(\gamma)$ визначається у загальній аналітичній формі (розподіл Вейбула), для більшості розподілів (наприклад, нормального) $\mu(\gamma)$ визначається чисельно, можуть також використовуватися таблиці.

Спираючись на спрощену формулу (3.14), використовуючи $\mu(\gamma)$ і нормативне значення ймовірності відмови $[Q]$, одержуємо співвідношення для нормального розподілу $Q_1(\beta)$:

$$n_n Q_1(\beta) = n_n \frac{f(\beta)}{\mu(\beta)} = n_n \frac{\exp(-0,5\beta^2)}{\mu(\beta)\sqrt{2\pi}} = [Q].$$

Звідси легко визначається відповідна характеристика безпеки

$$\beta = \sqrt{2 \ln \frac{n_n}{\mu(\beta)\sqrt{2\pi}[Q]}}. \quad (3.16)$$

Рішення такого нелінійного рівняння спрощується, якщо врахувати, що для нормального закону при великих β дійсне співвідношення $\mu(\beta \approx \beta)$.

3.4. Числовий приклад: розрахунок надійності конструкції в техніці випадкових величин

Завдання. Оцінити надійність (у техніці випадкових величин) дроту повітряної лінії за критерієм механічної міцності в умовах обмерзання. У випадку недостатньої надійності підібрати необхідний діаметр дроту (рис. 3.4, а).

3.4.1. Вихідні дані:

- індивідуальні: $d = 10 \text{ мм}$ – діаметр дроту; $l = 100 \text{ м}$ – проліт дроту; $b = 30 \text{ мм}$ – товщина криги; $\bar{\rho} = 0,50 \text{ г/см}^3$ – середня густина криги; $V_\rho = 0,3$ – коефіцієнт варіації густини;
- загальні: $\bar{\sigma}_y = 150 \text{ МПа}$ – середнє граничне напруження у дроті; $V_\sigma = 0,2$ – коефіцієнт варіації граничного напруження; $[P] = 0,999$ – нормативний показник надійності (ймовірність безвідмовної роботи).

3.4.2. Несуча здатність дроту:

- площа перерізу дроту:

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 1^2}{4} = 0,785 \text{ см}^2;$$

- математичне сподівання несучої здатності дроту

$$\bar{R} = \bar{\sigma}_y A = 15 \cdot 0,785 = 11,8 \text{ кН};$$

- стандарт несучої здатності

$$\hat{R} = \bar{R} V_\sigma = 11,8 \cdot 0,2 = 2,36 \text{ кН}.$$

3.4.3. Зусилля у дроті від зовнішнього навантаження.

- Власною вагою дроту нехтуємо, враховуємо тільки кригу з площею перерізу

$$S_{кр} = \pi(b^2 + db).$$

- Математичне сподівання погонного навантаження дроту від криги

$$\bar{q} = \pi(b^2 + db)\bar{\rho}g \cdot 10^{-3} = \pi(30^2 + 10 \cdot 30) \cdot 0,5 \cdot 9,8 \cdot 10^{-3} = 18,47 \text{ Н/м},$$

де b і d – товщина криги і діаметр у мм;

$\bar{\rho}$ – середня густина криги, $г/см^3$;

g – прискорення вільного падіння, $м/с^2$.

- Середній розпір (зусилля) у дроті як у непологій гнучкій нитці (при $f \geq \frac{l}{20} = 5 \text{ м}$):

$$\bar{H} = \bar{S} = \frac{\bar{q}l^2}{8f} = \frac{18,47 \cdot 100^2}{8 \cdot 5} = 4,62 \text{ кН}.$$

$$\hat{S} = \hat{H} = \bar{H} V_{\rho} = 4,62 \cdot 0,3 = 1,39 \text{ кН}.$$

3.4.4. Оцінювання надійності дроту.

- Характеристика резерву несучої здатності згідно з формулами (3.4):

$$\bar{Y} = \bar{R} - \bar{S} = 11,8 - 4,62 = 7,18 \text{ кН}.$$

$$\hat{Y} = \sqrt{\hat{R}^2 + \hat{S}^2} = \sqrt{2,36^2 + 1,39^2} = 2,74 \text{ кН}.$$

- Характеристика безпеки згідно з формулою (3.5):

$$\beta = \frac{\bar{Y}}{\hat{Y}} = \frac{7,18}{2,74} = 2,62.$$

- Імовірність безвідмовної роботи згідно з формулою (3.8):

$$P(\beta) = 0,5 + \Phi(\beta) = 0,5 + 0,4956 = 0,9956 < [P] = 0,999.$$

Надійність дроту недостатня.

3.4.5. Підбір нового діаметра дроту. Приймаємо $d = 12 \text{ мм}$ і повторюємо перевірку надійності.

$$A = \frac{\pi \cdot 1,2^2}{4} = 1,13 \text{ см}^2; \quad \bar{R} = 15 \cdot 1,13 = 16,96 \text{ кН};$$

$$\hat{R} = 16,96 \cdot 0,2 = 3,39 \text{ кН};$$

$$\bar{q} = \pi(30^2 + 12 \cdot 30) \cdot 0,5 \cdot 9,8 \cdot 10^{-3} = 19,4 \text{ Н/м};$$

$$\bar{S} = \frac{19,4 \cdot 100^2}{8 \cdot 5} = 4,85 \text{ кН}; \quad \hat{S} = 4,85 \cdot 0,3 = 1,46 \text{ кН};$$

$$\bar{Y} = 16,96 - 4,85 = 12,1 \text{ кН}; \quad \hat{Y} = \sqrt{3,92^2 + 1,46^2} = 3,69 \text{ кН};$$

$$\beta = \frac{12,1}{3,69} = 3,28; \quad P(\beta) = 0,9995 > [P] = 0,999.$$

Надійність дроту забезпечена.

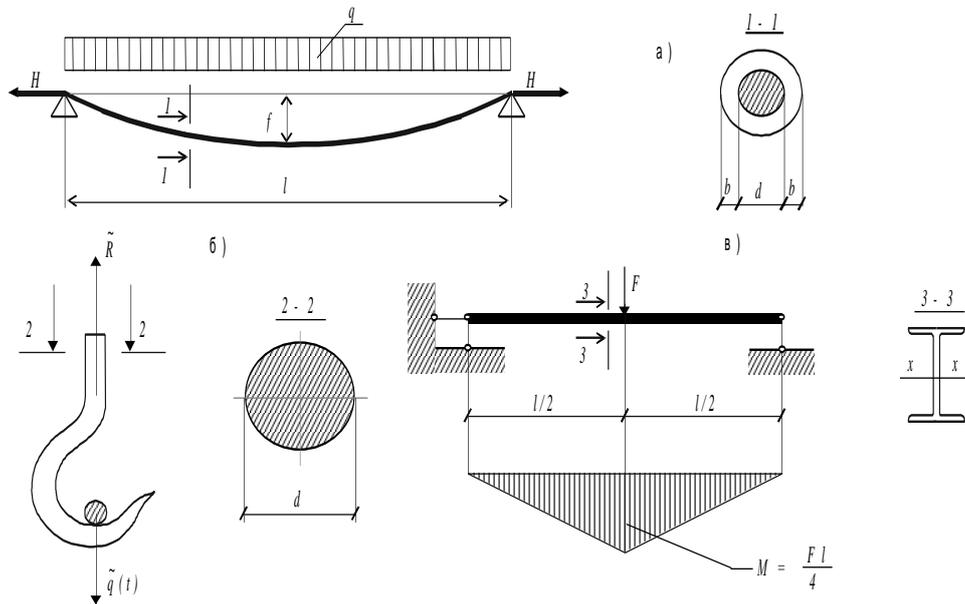


Рис. 3.4. До оцінювання надійності конструкцій:

а – дріт повітряної лінії;

б – вантажний гак мостового крана;

в – балка під повторним навантаженням

3.5. Числовий приклад: оцінювання надійності конструкції у техніці випадкових процесів

Завдання. Оцінити ймовірність відмови вантажного гака мостового крана (у техніці випадкових процесів). Підібрати новий діаметр циліндричної частини, виходячи з умови $Q(t) \leq [Q] = 10^{-3}$ (рис. 3.4, б).

3.5.1. Вихідні дані:

- індивідуальні: $d = 50 \text{ мм}$ – діаметр циліндричної частини; $q = 30 \text{ тс}$ – вантажопідйомність мостового крана; режим роботи крана – $7K$, однозмінний; термін служби крана $t = 10 \text{ років}$;
- загальні: $\bar{q} = 0,5q, V_q = 0,2$ – числові характеристики вантажу; вантаж – нормальний стаціонарний процес з ефективною частотою $\omega_\kappa = 71,0 \text{ 1/год}$ для кранів режимів $4K - 6K$; $\omega_\kappa = 107,0 \text{ 1/год}$ – режиму $7K$; $\omega_\kappa = 215,0 \text{ 1/год}$ – режиму $8K$; $\bar{\sigma}_V = 220 \text{ МПа}$, $V_\sigma = 0,10$ – числові характеристики межі втоми сталі гака.

3.5.2. Характеристики резерву несучої здатності гака:

$$\bar{R} = \bar{\sigma}_V A = \frac{22 \cdot \pi \cdot 5^2}{4} = 432 \text{ кН}; \quad \hat{R} = 0,1 \cdot 432 = 43,2 \text{ кН};$$

$$\bar{S} = \bar{q} = 0,5 \cdot 300 = 150 \text{ кН}; \quad \hat{S} = 0,2 \cdot 150 = 30 \text{ кН};$$

$$\bar{Y} = 432 - 150 = 282 \text{ кН}; \quad \hat{Y} = \sqrt{43,2^2 + 30^2} = 52,6 \text{ кН};$$

$$\beta = \frac{282}{52,6} = 5,36.$$

3.5.3. Імовірність відмови гака:

- ефективна частота випадкового процесу резерву несучої здатності $\tilde{Y}(t)$

$$\omega_q = \frac{\omega_k \hat{S}}{\hat{Y}} = \frac{107 \cdot 30}{52,6} = 60,9 \text{ 1/год};$$

- коефіцієнт широкосмуговості згідно з формулою (3.10)

$$K = \frac{\hat{S}}{\hat{R}} = \frac{30}{43,2} = 0,694; \quad \beta_\omega = \frac{3\sqrt{1+0,694^2}}{0,694} = 5,26,$$

де множник 3 – коефіцієнт широкосмуговості кранового навантаження;

- ймовірність відмови гака за наробіток t згідно з формулою (3.10)

$$Q(t) = \frac{\omega_q e^{(-0,5\beta^2)t}}{2\pi\beta_\omega} = \frac{60,9 \cdot e^{(-0,5 \cdot 5,26^2)} \cdot 10 \cdot 8 \cdot 365}{2\pi \cdot 5,26} = 0,053 > [Q] = 10^{-3},$$

де $t = 10 \cdot 8 \cdot 365$ (год) – наробіток, що визначається множенням заданої кількості років служби на кількість годин роботи у добу (з урахуванням заданої кількості робочих змін у добу) і на річну кількість діб.

Розрахунок показав, що надійність гака недостатня.

3.5.4. Підбір нового діаметра гака. Необхідну величину β одержуємо, підставляючи числові значення у формулу (3.11):

$$\beta = \sqrt{2 \ln \frac{60,9 \cdot 10 \cdot 8 \cdot 365}{2\pi \cdot 5,26 \cdot 0,001}} = 5,97.$$

Необхідне математичне сподівання несучої здатності гака \bar{R} знаходимо з квадратного рівняння, виведеного із формули (3.11):

$$\bar{R}^2 - b\bar{R} + C = 0; \quad b = \frac{2\bar{S}}{1 - \beta^2 V_\sigma^2}; \quad C = \bar{S}^2 \frac{1 - \beta^2 V_S^2}{1 - \beta^2 V_\sigma^2}. \quad (3.17)$$

Підставляємо числові значення і розв'язуємо рівняння:

$$b = \frac{2 \cdot 150}{1 - 5,97^2 \cdot 0,1^2} = 466,1; \quad C = 150^2 \frac{1 - 5,97^2 \cdot 0,2^2}{1 - 5,97^2 \cdot 0,1^2} = -14894,0.$$

$$\bar{R} = \frac{466,1}{2} + \sqrt{\left(\frac{466,1}{2}\right)^2 + 14894} = 496,0 \text{ кН.}$$

Новий діаметр циліндричної частини

$$d = \sqrt{\frac{4\bar{R}}{\pi\bar{\sigma}_V}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 496}{\pi \cdot 22}} = 5,36 \text{ см} \approx 54 \text{ мм.}$$

Перевірка нового перерізу:

$$\bar{R} = \frac{22 \cdot \pi \cdot 5,4^2}{4} = 503,8 \text{ кН}; \quad \hat{R} = 0,1 \cdot 503,6 = 50,4 \text{ кН};$$

$$\bar{Y} = 503,8 - 150 = 353,8 \text{ кН}; \quad \hat{Y} = \sqrt{50,4^2 + 30^2} = 58,7 \text{ кН};$$

$$\beta = \frac{353,8}{58,7} = 6,03; \quad \omega_q = \frac{107 \cdot 30}{58,7} = 54,6 \text{ 1/год};$$

$$K = \frac{30}{50,4} = 0,595; \quad \beta_\omega = \frac{3\sqrt{1+0,595^2}}{0,595} = 5,87;$$

$$Q(t) = \frac{54,6 \cdot e^{-0,5 \cdot 6,03^2} \cdot 10 \cdot 8 \cdot 365}{2\pi \cdot 5,87} = 0,55 \cdot 10^{-3} < [Q] = 10^{-3}.$$

Надійність гака забезпечена.

3.6. Числовий приклад: розрахунок надійності конструкції за схемою незалежних випробувань

Завдання. Підібрати переріз сталеві балки, що завантажена повторним навантаженням (за схемою незалежних випробувань), виходячи з нормативної ймовірності відмови $[Q]$ (рис. 3.4, в).

3.6.1. Вихідні дані:

- індивідуальні: математичне сподівання навантаження $\bar{F} = 100 \text{ кН}$; проліт балки $l = 2 \text{ м}$; кількість циклів навантаження $n = 10^6$; $[Q] = 10^{-2}$;

- загальні: числові характеристики втомної міцності сталі $\bar{\sigma}_v = 300 \text{ МПа}$; $V_\sigma = 0,1$; коефіцієнт варіації навантаження $V_F = V_S = 0,2$; балка прокатна з двотавра з паралельними гранями полиць згідно із сортаментом прокатних двотаврів.

3.6.2. Характеристики зусилля (моменту) у балці:

$$\bar{S} = \bar{M} = \frac{\bar{F}l}{4} = \frac{100 \cdot 2}{4} = 50 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad \hat{S} = 50 \cdot 0,2 = 10 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

3.6.2. Характеристика безпеки β . Використаємо схему незалежних випробовувань і наближену формулу (3.14)

$$Q_n(\beta) \cong nQ_1(\beta),$$

де Q_1 – ймовірність відмови при окремому завантаженні (випробуванні); Q_n – те ж при n випробувань.

Розв'яжемо підбором рівняння (3.16), виходячи з умови $\mu(\beta) \approx \beta$, для цього прикладу маємо

$$\beta = \sqrt{2 \ln \frac{10^6}{5,63 \cdot \sqrt{2\pi} \cdot 10^{-2}}} = 5,63.$$

3.6.3. Підбір перерізу балки. Використаємо квадратне рівняння (3.17).

$$b = \frac{2 \cdot 50}{1 - (5,63 \cdot 0,1)^2} = 146,4; \quad C = 50^2 \cdot \frac{1 - (5,63 \cdot 0,2)^2}{1 - (5,63 \cdot 0,1)^2} = -980,5;$$

$$\bar{R} = \frac{146,4}{2} + \sqrt{\left(\frac{146,4}{2}\right)^2 + 980,5} = 152,8 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Необхідний момент опору балки

$$W_{mp} = \frac{\bar{R}}{\bar{\sigma}_V} = \frac{152,8 \cdot 100}{30} = 509,4 \text{ см}^3.$$

Приймаємо двотавр №30Б3, $W_k = 521 \text{ см}^3$.

3.6.4. Перевірка прийнятого перерізу балки:

$$\begin{aligned} \bar{R} &= 30,521 = 156,3 \text{ кН} \cdot \text{м}; & \hat{R} &= 0,1 \cdot 156,3 = 15,63 \text{ кН} \cdot \text{м}; \\ \bar{Y} &= 156,3 - 50 = 106,3 \text{ кН} \cdot \text{м}; & \hat{Y} &= \sqrt{15,63^2 + 10^2} = 18,6 \text{ кН} \cdot \text{м}. \\ & & \beta &= \frac{106,3}{18,6} = 5,73. \end{aligned}$$

За таблицею нормального розподілу Д.3 знаходимо

$$Q_1 = Q(\beta = 5,73) = 6 \cdot 10^{-9}.$$

За формулою (3.14) для $n = 10^6$ випробувань маємо

$$Q_n = 10^6 \cdot 6 \cdot 10^{-9} = 0,6 \cdot 10^{-2} < [Q] = 10^{-2}.$$

Надійність балки забезпечена.

РОЗДІЛ 4. КОЕФІЦІЄНТ СПОЛУЧЕННЯ ПОСТІЙНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Сполучення навантажень і впливів формується як набір їх розрахункових значень або відповідних їм зусиль і/чи переміщень, які одночасно впливають на об'єкт розрахунку і використовуються для перевірки конструкції за умовами визначеного граничного стану в певній розрахунковій ситуації. Знижена ймовірність одночасної дії декількох випадкових навантажень ураховується множенням суми навантажувальних ефектів від дії розрахункових значень усіх навантажень на загальний коефіцієнт сполучення $\psi \leq 1$.

4.1. Виведення основних формул

Постійне навантаження, наприклад, від покриттів будівель, є сумою кількох випадкових навантажень, урахування спільної дії яких являє собою певний науковий і економічний інтерес.

Вирішення цього питання розпочнемо із систематизації переходу від розрахункових величин навантажень до їх числових характеристик. Розглянемо розрахункове навантаження X^p , що являє собою суму n розрахункових навантажень X_i^p , які додаються з коефіцієнтами (частками у сумарному навантаженні) C_i , тобто

$$X_i^p = C_i X^p; \sum_{i=1}^n C_i = 1; X^p = \sum_{i=1}^n X_i^p = \sum_{i=1}^n C_i X^p. \quad (4.1)$$

Зв'яжемо розрахункове значення i -го навантаження з його статистичними характеристиками:

$$X_i^p = \bar{X}_i + \gamma_i \hat{X}_i = \bar{X}_i + \gamma_i V_i \bar{X}_i = \bar{X}_i (1 + \gamma_i V_i) = C_i X^p, \quad (4.2)$$

де \bar{X}_i – математичне очікування i -го навантаження;
 \hat{X}_i – середньоквадратичне відхилення (стандарт) i -го навантаження; V_i – коефіцієнт варіації i -го навантаження;
 γ_i – нормоване відхилення i -го розрахункового навантаження.

Одержаний вираз дозволяє визначити математичне очікування i -го навантаження:

$$\bar{X}_i = \frac{X_i^p}{1 + \gamma_i V_i} = \frac{C_i X^p}{1 + \gamma_i V_i}. \quad (4.3)$$

Середньоквадратичне відхилення i -го навантаження:

$$\hat{X}_i = \bar{X}_i V_i = \frac{C_i V_i X^p}{1 + \gamma_i V_i}. \quad (4.4)$$

Для навантаження, що є сумою випадкових навантажень, тобто $\tilde{X}_n = \sum_{i=1}^n \tilde{X}_i$, числові характеристики в загальному випадку визначаються наступним чином:

$$\bar{X}_n = \sum_{i=1}^n \bar{X}_i; \quad \hat{X}_n = \sqrt{\sum_{i=1}^n \hat{X}_i^2}. \quad (4.5)$$

Підставляємо у формули (4.5) вирази (4.3) і (4.4) й одержуємо значення числових характеристик навантаження \tilde{X}_n :

а) математичне очікування

$$\bar{X}_n = X^p \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{1 + \gamma_i V_i}; \quad (4.6)$$

б) стандарт

$$\hat{X}_n = X^p \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{C_i V_i}{1 + \gamma_i V_i} \right)^2}. \quad (4.7)$$

Визначивши розрахункове навантаження як $X_n = \bar{X}_n + \gamma_n \hat{X}_n$, одержуємо для коефіцієнта сполучення $\psi = X_n / X^p$

$$\psi = \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{1 + \gamma_i V_i} + \gamma_n \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{C_i V_i}{1 + \gamma_i V_i} \right)^2}. \quad (4.8)$$

Проведені розрахунки, у тому числі наведений нижче чисельний приклад п. 4.2, показують, що для багатошарових утеплених покрівель коефіцієнт сполучення може дорівнювати $\psi = 0,85 \dots 0,95$.

4.2. Числовий приклад: визначення коефіцієнта сполучення постійного навантаження

Завдання. Обчислити коефіцієнт сполучення для постійного навантаження від багатошарової покрівлі.

4.2.1. Вихідні дані: склад покрівлі: гідроізоляційний килим із захисним шаром, утеплювач, пароізоляція, сталеві панелі, сталеві кроквяні ферми; вагові дані складових – *табл. 4.1*; коефіцієнти варіації: сталеві елементи $V = 0,025$; збірний залізобетон та інші елементи заводського виготовлення $V = 0,10$; стяжки, утеплювачі, гідроізоляція та інші шари, виконані на будівельному майданчику, $V = 0,15$; однакова забезпеченість окремих навантажень та їхнього сполучення, тобто $\gamma_i = \gamma_n = 3,0$.

Таблиця 4.1

Дані для обчислення коефіцієнта сполучення

№ n/n	Склад покрівлі	Розрахункове навантаження $X_i^P, \text{КПа}$	C_i	V_i
1	Захисний шар	0,55	0,346	0,15
2	Гідроізоляційний килим	0,26	0,164	0,15
3	Утеплювач	0,04	0,025	0,15
4	Пароізоляція	0,05	0,031	0,15
5	Сталева панель	0,37	0,233	0,025
6	Сталева ферма	0,32	0,201	0,025
Усього		1,59	1,000	

Визначаємо математичне очікування сумарного навантаження за формулою (4.6)

$$\begin{aligned}\bar{X}_n &= \frac{0,346}{1+3 \cdot 0,15} + \frac{0,164}{1+3 \cdot 0,15} + \frac{0,025}{1+3 \cdot 0,15} + \frac{0,031}{1+3 \cdot 0,15} + \frac{0,233}{1+3 \cdot 0,025} + \frac{0,201}{1+3 \cdot 0,025} = \\ &= 0,239 + 0,113 + 0,017 + 0,021 + 0,217 + 0,187 = 0,794.\end{aligned}$$

Обчислюємо стандарт навантаження за формулою (4.7)

$$\begin{aligned}\hat{X} &= \left[\left(\frac{0,15 \cdot 0,346}{1,45} \right)^2 + \left(\frac{0,15 \cdot 0,164}{1,45} \right)^2 + \left(\frac{0,15 \cdot 0,025}{1,45} \right)^2 + \left(\frac{0,15 \cdot 0,031}{1,45} \right)^2 + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{0,025 \cdot 0,223}{1,075} \right)^2 + \left(\frac{0,025 \cdot 0,201}{1,075} \right)^2 \right]^{1/2} = \\ &= \sqrt{1,28 \cdot 10^{-3} + 2,88 \cdot 10^{-4} + 6,69 \cdot 10^{-6} + 1,03 \cdot 10^{-5} + 2,94 \cdot 10^{-5} + 2,19 \cdot 10^{-5}} = \\ &= 4,046 \cdot 10^{-2}.\end{aligned}$$

Коефіцієнт сполучення за формулою (4.8)

$$\psi = 0,794 + 3 \cdot 4,046 \cdot 10^{-2} = 0,915.$$

Одержаний коефіцієнт відноситься до легкої утепленої покрівлі по сталевим фермам, для більш важких покрівель з більшими частками навантажень від утеплювача і залізобетонних панелей, що є більш змінними, результуючий коефіцієнт сполучення може бути меншим.

При виконанні розрахунків для покрівель іншого складу рекомендується використовувати дані *табл. 4.2*.

Таблиця 4.2

Навантаження від ваги конструкцій покрівлі

№ з/п	Склад навантаження	Параметри	Розрахункове навантаження, кПа
Огороджувальні елементи покрівлі			
1	Гравійний захист	$t = 15 \text{ мм}$	0,40
		$t = 20 \text{ мм}$	0,50
2	Гідроізоляційний килим з руберойду	3 шари	0,20
		4 шари	0,35
3	Асфальтова або цементна стяжка	$t = 20 \text{ мм}$	0,50
4	Утеплювач товщиною h з питомою вагою γ	пінобетон $\gamma = 6,0 \text{ кН/м}^3$	1,3 γh
		мінераловатні плити $\gamma = 1 \dots 3 \text{ кН/м}^3$	
5	Пароізоляція	1 шар	0,07
Несучі елементи покрівлі			
6	Сталевий профільований настил товщиною, мм	$t = 1,0 \text{ мм}$	0,16
		$t = 0,8 \text{ мм}$	0,13
		$t = 0,6 \text{ мм}$	0,10
7	Плоский сталевий лист товщиною, мм	$t = 3 \text{ мм}$	0,23
		$t = 4 \text{ мм}$	0,34
8	Хвилясті азбестоцементні листи		0,13...0,22
9	Збірні залізобетонні панелі розмірами, м	1,5×6,0 м	1,71
		3,0×6,0 м	1,40
		1,5×12,0 м	3,00
		3,0×12,0 м	2,08
Металеві конструкції покриття			
10	Кроквяні ферми прольотом, м	$L = 24,0 \text{ м}$	0,21
		$L = 30,0 \text{ м}$	0,31
		$L = 36,0 \text{ м}$	0,42
11	Підкроквяні ферми		0,055...0,105
12	Ліхтарі		0,085...0,125
13	В'язі покриття		0,040...0,105
14	Суцільні прогони прольотом, м	$L = 6,0 \text{ м}$	0,13
		$L = 12,0 \text{ м}$	0,19
15	Решітчасті прогони	$L = 12,0 \text{ м}$	0,075...0,125

РОЗДІЛ 5. ОЦІНЮВАННЯ ЗАБЕЗПЕЧЕНОСТІ РОЗРАХУНКОВИХ АТМОСФЕРНИХ НАВАНТАЖЕНЬ

5.1. Імовірнісний опис снігового навантаження

Специфічним для річного циклу снігового навантаження є наявність на початку зими (нагромадження снігу) і наприкінці зими (танення снігу) невеликих перехідних нерегулярних ділянок. В основній же частині зими, від середньої дати початку t_{Π} до середньої дати кінця t_K , знаходиться найбільш важливий період стійкого снігового покриву з відносно високими значеннями навантаження, що представляють інтерес для розрахунку конструкцій. У межах $t_3 = t_K - t_{\Pi}$ цього періоду простежується ряд описаних нижче закономірностей.

5.1.1. Сезонні зміни снігового навантаження. Річний тренд математичного очікування снігового навантаження описаний поліномом 3-го ступеня; коефіцієнт варіації, асиметрію й ексцес виявилось можливим приймати постійними в межах періоду стійкого снігового навантаження. На *рис. 5.1, а* показаний характер річного тренда математичного очікування і стандарту снігового навантаження для кожного району, описаного поліномом 3-го ступеня. Функції $\bar{X}(t)$ і $\hat{X}(t)$ являють собою несиметричні криві, заключені між датами t_{Π} й t_K , вершини яких приходяться на лютий. У *табл. 5.1* як розрахункові параметри враховані максимальні значення математичного очікування для $t_0 = 165$ діб (15 лютого) і коефіцієнти варіації, котрі є загальними для всіх моделей снігового навантаження. Тому для визначення числового значення снігового навантаження, що має нормоване відхилення γ , використовують наступну відому залежність:

$$X = \bar{X} + \gamma\hat{X} = \bar{X}(1 + \gamma V), \quad (5.1)$$

де \bar{X} й V – розрахункові параметри з *табл. 5.1*.

5.1.2. Частотний склад снігового навантаження. Для виявлення частотної структури снігового навантаження, для

10-ти метеостанцій, що відносяться до різних снігових районів, були побудовані послідовності оцінок нормованих кореляційних функцій при інтервалах від 10 до 40 діб, а також ефективних частот, визначених чисельним диференціюванням. Більшість цих послідовностей виявилася стаціонарною, що підтверджує *стаціонарність* випадкового процесу снігового навантаження за частотою й можливість прийняття постійних осереднених за часом НКФ і ефективних частот ω .

5.1.3. Розподіли снігового навантаження. Аналіз форми розподілів ординати випадкового процесу показав, що для снігового навантаження на території України характерна двомодальна форма, для якої непридатний нормальний закон, що задовільно описує навантаження багатосніжних районів. Тому був застосований розподіл наступного вигляду:

$$f(X) = \exp(C_0 + C_1X + C_2X^2 + C_3X^3). \quad (5.2)$$

Такий порівняно маловідомий розподіл, що характеризується «мінімальною упередженістю» або максимумом ентропії, будемо надалі називати «експоненціальним з показником у вигляді полінома», або коротко – «поліномо-експоненціальним». Окремими випадками розподілу (5.2) є експоненціальний, нормальний, гамма-розподіл та ін.

Судячи зі степеня полінома, у наведеному розподілі не повинно бути більше двох мод, а підбір коефіцієнтів полінома виконується за оцінками математичного очікування, дисперсії, асиметрії й ексцесу, тобто за моментами 1...4-го порядків шляхом розв'язання системи нелінійних рівнянь. Розподіл (5.2) добре описує снігові й вітрові навантаження, а також їхні комбінації в задачах сполучення навантажень. Недоліком такого розподілу є трудомісткість підбору, незважаючи на застосування ПЕОМ, особливо при деяких співвідношеннях оцінок моментів. Порівняння експериментальних і обчислених за описаною моделлю частот викидів снігового навантаження (річних) показало їхню добру відповідність.

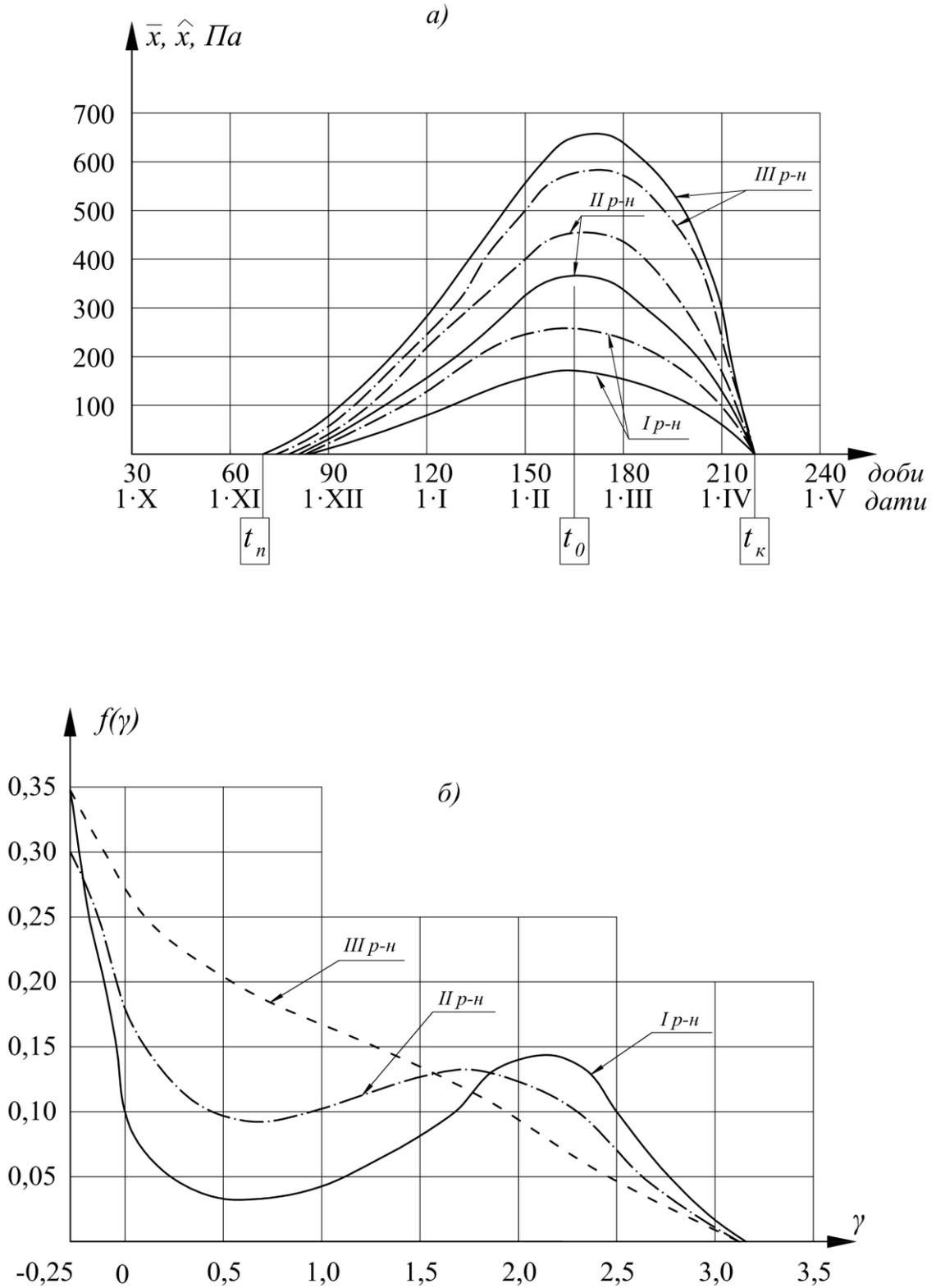


Рис. 5.1. До моделі снігового навантаження:

а – тренд числових характеристик: позначення:

— математичне очікування, — · — стандарт;

б – нормовані розподіли ординати

Перейдемо від звичайної форми щільності (5.2) (при врахуванні показника степеня, рівного 3) до нормованого виду, з огляду на $f(X) = f(\gamma) / \hat{X}$:

$$f(\gamma) = \exp(C_0 + C_1\gamma + C_2\gamma^2 + C_3\gamma^3). \quad (5.3)$$

Нормовані розподіли (5.3) для кожного району (див. коефіцієнти в *табл. 5.1*) залишаються постійними й не залежать від дати t . Таким чином, випадковий процес снігового навантаження є стаціонарним як по частоті, так і за нормованим законом розподілу ординати, одержаним при виділенні тренда. Нормовані розподіли, показані на *рис. 5.2, б*, мають специфічний двомодальний характер, виразний для I району й мало помітний для III району.

Лівий (експонентний) пік кривих y на початку відліку навантаження відображає відсутність снігового навантаження в окремі зимові періоди, що характерно для малосніжних і нестійких зим України. Друга вершина («горб» кривої) визначається періодами стійкого снігового навантаження. На *рис. 5.2, б*, наочно видна неможливість застосування нормального й інших простих законів для апроксимації дослідних розподілів снігового навантаження в малосніжних районах, зокрема, України. Цікаво відзначити, що доданок C_0 у поліноміальному аргументі експоненти (5.3) визначає початкову ординату розподілу, коефіцієнт C_1 – спадну експонентну ділянку, позитивний коефіцієнт C_2 – наявність і висоту «горба» кривої, останній негативний множник C_3 до рівня приблизно $(3,0 \dots 3,5)\gamma$ стримує вплив C_2 і з наростаючою швидкістю притискає хвіст кривої до осі абсцис. І це не випадково, тому що хвости розподілів (5.3) виявляються нижче хвостів нормальних кривих. Слід зазначити, що графіки інтегральної функції розподілу снігового навантаження $F(\gamma)$ мають більш спокійний згладжений характер порівняно з диференціальною функцією $f(\gamma)$.

5.1.4. Узагальнена ймовірнісна модель снігового навантаження. Параметри ймовірнісної снігової моделі були

узагальнені для територіальних районів України (згідно з нормами [9]) і вміщені в *табл. 5.1*. Для представлення снігового навантаження у формі випадкового процесу в *табл. 5.1* включені середньорайонні ефективні частоти. В таблицю вміщені також коефіцієнти тренда K_{tr} , які обчислювалися на базі максимуму тренда й найбільшої частоти викидів при $t_0 = 165$ діб. Величини K_{tr} при $t = 1 \dots 50$ років перебувають у діапазоні $0,13 \dots 0,59$. Використання K_{tr} дозволяє застосовувати для опису квазістаціонарного випадкового процесу снігового навантаження залежності для стаціонарного процесу.

Таблиця 5.1

Розрахункові випадкові параметри снігового навантаження

Випадкові параметри снігового навантаження		Параметри					
		Найменування	Позначення	Розмірність	Числові значення для снігових районів України		
					I	II	III
Загальні параметри	Числові характеристики	Математичне очікування	\bar{X}	кПа	0,164	0,344	0,631
		Коефіцієнт варіації	V	-	1,60	1,26	0,92
	Розподіл (5.3)	Коефіцієнти полінома аргумента експоненти	C_0	-	-2,26543	-1,73623	-1,31299
			C_1	-	-3,88499	-1,92608	-0,72538
			C_2	-	3,85527	1,88519	0,44527
			C_3	-	-0,92030	-0,50588	-0,17771
		Коефіцієнт тренда	K_{tr}	-	0,132	0,180	0,229
Тривалість зими	t_3	доба	145	145	150		
Параметр квазістаціонарного ВП	Ефективна частота	ω	1/добу	0,141	0,095	0,073	

Ураховуючи вираз (5.3) для щільності розподілу, одержуємо оцінку ймовірності перевищення нормованого рівня γ снігового навантаження

$$Q(t) = \frac{\omega t t_3 K_{tr}}{\sqrt{2\pi}} \exp(C_0 + C_1 \gamma + C_2 \gamma^2 + C_3 \gamma^3), \quad (5.4)$$

де ω – ефективна частота випадкового процесу снігового навантаження (1/добу); t – час (у роках); t_3 – тривалість зими (у добах); K_{tr} – коефіцієнт тренда.

Усі параметри формули (5.4) наведені в *табл. 5.1*.

Якщо ймовірність $Q(t)$ (5.4) обчислюється для $t = 1$ рік, то легко визначається період повторюваності T (у роках) навантаження, що має нормований рівень γ :

$$T = \frac{1}{Q(t=1 \text{ рік})}. \quad (5.5)$$

5.2. Імовірнісний опис середньої складової вітрового навантаження

5.2.1. Швидкісний вітровий тиск. Як вихідна інформація для ймовірнісного опису були зібрані дані щодо швидкості вітру на 77-ми метеостанціях України й додатково для порівняння на 10-ти метеостанціях інших країн СНД. Від значень швидкості вітру здійснювався перехід до вітрового тиску w_0 за формулою Бернуллі за умови, що вся кінетична енергія вітру переходить в енергію вітрового напору:

$$w_0 = 0,61 v_0^2, \quad (5.6)$$

де v_0 – швидкість вітру на рівні 10 м над поверхнею землі для відкритої місцевості, що визначається при 10-хвилинному інтервалі осереднення й перевищується в середньому раз у T років ($T = 5$ років у нормах СНиП [9] і $T = 50$ років у нормах ДБН [6]).

Регламентовані нормами коефіцієнти, зокрема аеродинамічний коефіцієнт і коефіцієнт, що враховує тип місцевості й зміну вітрового тиску по висоті, не є функціями часу, вони являють собою предмет окремого вивчення й у цьому

розділі не розглядаються. Тому вітровий тиск розглядався як середня складова вітрового навантаження й був предметом імовірнісного аналізу. Підкреслимо, що середня складова є основною для конструкцій одноповерхових і багатоповерхових будівель (висотою до 40 м), оскільки для них динамічний ефект від пульсацій вітру не враховується.

5.2.2. Розподіл вітрового навантаження. Розподіл Вейбула, який добре описує дослідні дані, було використано для ймовірнісного опису вітрового навантаження. Цей розподіл має наступні диференційну й інтегральну функції розподілу:

$$f(\gamma) = \frac{\beta}{\alpha} (X - \gamma)^{\beta-1} \exp\left[-\frac{(X - \gamma)^\beta}{\alpha}\right], \quad (5.7)$$

$$F(X) = 1 - \exp\left[-\frac{(X - \gamma)^\beta}{\alpha}\right], \quad (5.8)$$

де γ – параметр положення розподілу, якщо $\gamma = 0$, тоді розподіл можливий тільки при $X \geq 0$; $\alpha > 0$ – параметр масштабу, що визначає витягнутість розподілу; $\beta > 0$ – параметр форми, від якого залежить вигляд розподілу; при $\beta = 1$ розподіл Вейбула перетворюється в експоненційний розподіл, при $\beta = 2$ – у розподіл Релея.

Математичне сподівання і дисперсія аргументу X , підпорядкованого розподілу Вейбула при $\gamma = 0$, визначаються як

$$\bar{X} = \alpha^{1/\beta} \Gamma(1 + 1/\beta); \quad (5.9)$$

$$\hat{X} = \alpha^{2/\beta} \left\{ \Gamma(1 + 2/\beta) - \left[\Gamma(1 + 1/\beta) \right]^2 \right\}, \quad (5.10)$$

де Γ – гамма-функція виду

$$\Gamma(1 + p) = \int_0^{\infty} X^p e^{-x} dx. \quad (5.11)$$

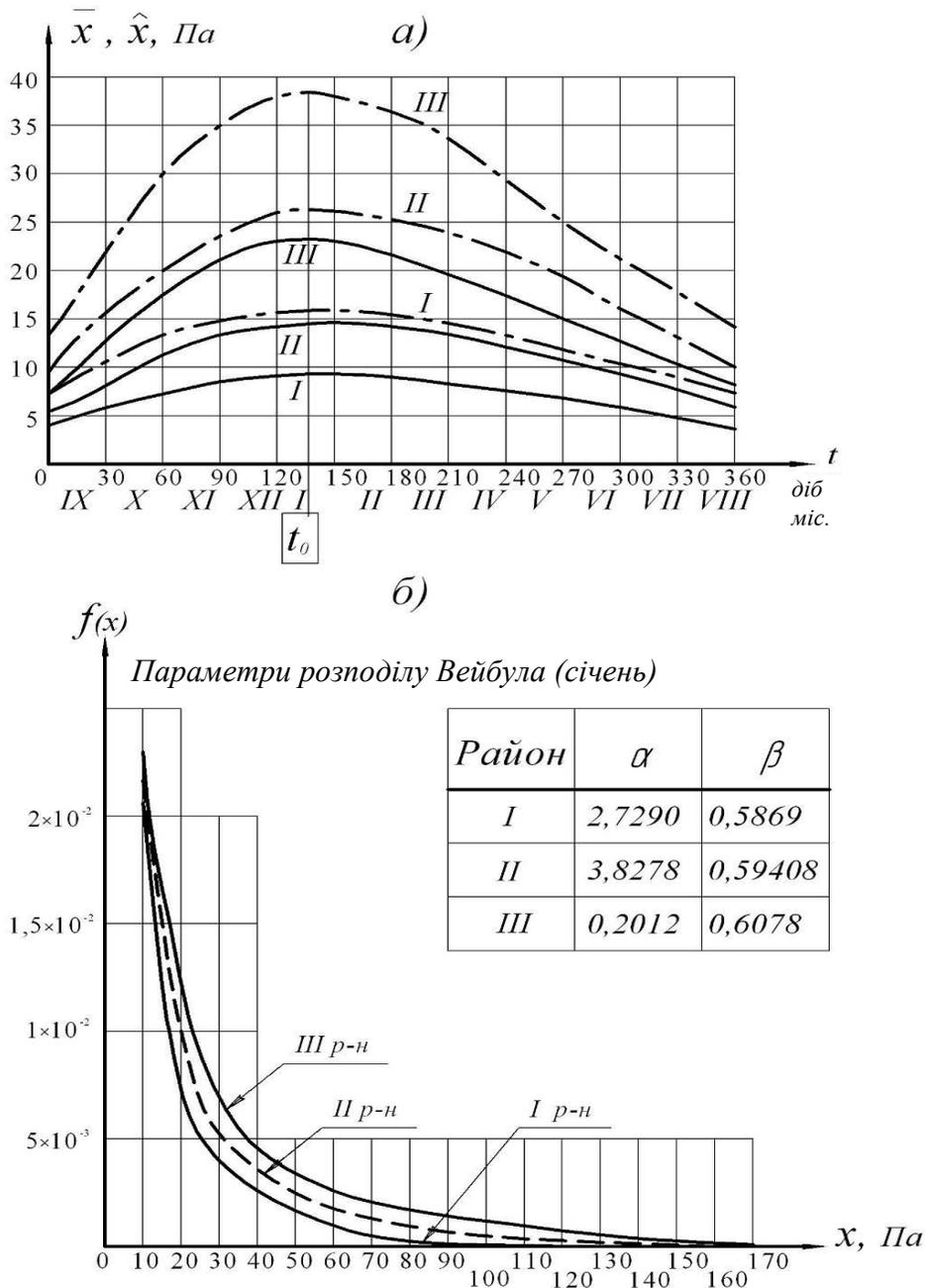


Рис. 5.2. До моделі вітрового навантаження:

а – тренд числових характеристик:

— математичне очікування; - - - стандарт;

б – розподіл Вейбула для ординати (для січня)

Для можливості подальших перетворень розподіл Вейбула (5.7), (5.8) приводиться до нормованого вигляду. Зазначимо, що аргумент X може бути виражений через стандарт, коефіцієнт варіації V і нормоване відхилення γ як $X = \hat{X}(\gamma V + 1) / V$. З урахуванням цього, а також співвідношення для параметра

масштабу α , для інтегральної й диференціальної функцій розподілу Вейбула одержані наступні вирази:

$$F(\gamma) = 1 - \exp\left\{-\left[(\gamma V + 1)\Gamma(1 + \beta^{-1})\right]^\beta\right\}; \quad (5.12)$$

$$f(\gamma) = \beta V \Gamma(1 + \beta^{-1})^\beta (\gamma V + 1)^{\beta-1} \exp\left\{-\left[(\gamma V + 1)\Gamma(1 + \beta^{-1})\right]^\beta\right\}. \quad (5.13)$$

Як видно з останньої формули, при постійному коефіцієнті варіації нормована щільність залишається постійною.

Характер підібраних розподілів Вейбула ілюструється *рис. 5.2, б*, вони мають експоненційну форму, як і повинно бути при $0 < \beta < 1$.

5.2.3. Сезонні зміни вітрового навантаження. Сезонні зміни математичного очікування вітрового навантаження протягом року описуються алгебраїчним поліномом 3-го ступеня, середньорайонні коефіцієнти варіації й асиметрії виявилися постійними для території України. Характер річного тренда математичного очікування \bar{X} і стандарту \hat{X} середньорайонних вітрових навантажень ілюструється *рис. 5.2, а*. Тут видно, що функції $\bar{X}(t)$ і $\hat{X}(t)$ являють собою порівняно невисокі плавні криві з вершиною, що приходить на зимові місяці.

Для квазістаціонарного ВП вітрового навантаження, як і раніше для снігового навантаження, вводиться коефіцієнт тренда K_{tr} , що дорівнює відношенню числа викидів квазістаціонарного ВП за час t_1 до числа викидів за цей ж час стаціонарного ВП, що відповідає t_0 – вершині тренда, тому $K_{tr} < 1$:

$$K_{tr} = \int_0^{t_1} v_+(X, t) dt / [v_+(X, t_0)t_1]. \quad (5.14)$$

Використання K_{tr} дозволяє застосовувати для квазістаціонарного ВП вітрового навантаження замкнуті формули

стаціонарного ВП. Числові значення коефіцієнта тренда знаходяться у відносно вузькому інтервалі $K_{tr} = 0,35 \dots 0,52$ залежно від рівня навантаження різного періоду повторюваності.

5.2.4. Частотний склад вітрового навантаження. Було виявлено, що вітрове навантаження є стаціонарним за частотною структурою і постійною ефективною частотою ω . При цьому випадковий процес вітрового навантаження виявився стаціонарним не тільки по частоті, але й за нормованим розподілом при виключенні тренда. Тому аналіз стохастичної природи вітрового навантаження дозволив представити його у вигляді *квазістаціонарного випадкового процесу* з постійною частотною структурою та з відносно повільно мінливими протягом річного циклу числовими характеристиками й розподілом ординати,

Формула для частоти викидів стаціонарного ВП за нормований рівень γ при розподілі Вейбула має наступний вигляд:

$$v_+(\gamma) = 0.4\omega\beta\sqrt{V}\Gamma^\beta(\gamma V + 1)^{\beta-0.5} \exp\left\{-[(\gamma V + 1)\Gamma]^\beta\right\}. \quad (5.15)$$

У цьому виразі для компактності опущений аргумент гамма-функції $\Gamma(1 + \beta^{-1})$.

Подальше спрощення досягається виділенням наступного параметра:

$$\delta = -\ln[0.4\beta\sqrt{V}\Gamma^\beta] - (\beta - 0.5)\ln(\gamma V + 1). \quad (5.16)$$

Тут перший доданок постійний для кожного з вітрових районів, а другий доданок укладається у вузьких межах $0,2 \dots 0,4$ для всього діапазону досліджуваних вітрових навантажень. Підставляючи δ і K_{tr} у формулу (5.15), одержуємо оцінку ймовірності перевищення нормованого рівня γ вітрового навантаження у наступній лаконічній формі:

$$Q(t) = v_+(\gamma)t = \omega t K_{tr} \exp\left(-[(\gamma V + 1)\Gamma]^\beta - \delta\right). \quad (5.17)$$

В окремому випадку, коли $t = 1$ рік, період повторюваності вітрового навантаження, що має нормований рівень γ , може визначатися за наведеною вище формулою (5.5).

5.2.5. Узагальнена ймовірнісна модель вітрового навантаження. На основі викладених положень з використанням узагальнених дослідних даних обґрунтовані розрахункові параметри ймовірнісної моделі вітрового навантаження, які наведені в *табл. 5.2*, куди включені максимальні значення математичного сподівання \bar{X} для $t_0 = 135$ діб (місяць січень) і коефіцієнти варіації V . У *табл. 5.2* включені також середньорайонні значення β й $\Gamma(1 + \beta^{-1})$, які разом з параметром V повністю визначають розподіл ординати для випадкового процесу й інших моделей. Для моделі квазістаціонарного випадкового процесу в *табл. 5.2* включені середнерайонні ефективні частоти ω та коефіцієнти тренда K_{tr} .

Таблиця 5.2

Розрахункові параметри вітрового навантаження

Випадкові параметри вітрового навантаження		Параметри					
		Найменування	Позначення	Розмірність	Числові значення для вітрових районів України		
					I	II	III
Загальні параметри	Числові характеристики	Математичне сподівання	\bar{X}	кПа	$8,6 \cdot 10^{-3}$	$1,46 \cdot 10^{-2}$	$2,23 \cdot 10^{-2}$
		Коефіцієнт варіації	V	–	1,81	1,78	1,73
	Розподіл Вейбулла	Параметр форми	β	–	0,5862	0,5941	0,6078
		Гамма-функція	Γ^β	–	1,55185	1,52435	1,47969
Квазістаціонарний ВП		Ефективна частота	ω	1/добу	6,58	5,16	5,42
		Коефіцієнт тренда	K_{tr}	–	0,52	0,49	0,44
		Числовий параметр	δ	-	0,66	0,65	0,62

5.3. Числовий приклад: визначення періоду повторюваності розрахункового снігового навантаження

Завдання. Визначити період повторюваності розрахункового снігового навантаження за нормами СНИП [9] і ДБН [6] для м. Полтава.

5.3.1. Вихідні дані. Місце будівництва – м. Полтава, згідно з СНИП – II-й сніговий район, районне нормативне значення снігового навантаження $S_0 = 0,70$ КПа; згідно з ДБН – 5-й район, районне характеристичне значення снігового навантаження $S_0 = 1,60$ КПа.

Числові характеристики снігового навантаження для II-го снігового району (*табл. 5.1*): математичне сподівання $\bar{S} = 0,344$ КПа, коефіцієнт варіації $V = 1,26$. Статистичні параметри снігового навантаження II району: ефективна частота $\omega = 0,095$ 1/добу; тривалість зими $t_3 = 145$ діб; коефіцієнт тренда $K_{tr} = 0,180$; коефіцієнти поліномо-експоненційного розподілу: $C_0 = - 1,73623$; $C_1 = - 1,92608$; $C_2 = 1,88519$; $C_3 = - 0,50588$.

Районний стандарт снігового навантаження

$$\hat{S} = V\bar{S} = 1,26 \cdot 0,344 = 0,433 \text{ КПа.}$$

5.3.2. Норми СНИП [9]. Розрахункове значення снігового навантаження для II снігового району дорівнює

$$S = \gamma_f S_0 = 1,4 \cdot 0,70 = 0,98 \text{ КПа.}$$

Нормоване відхилення розрахункового значення від математичного сподівання

$$\gamma = \frac{S - \bar{S}}{\hat{S}} = \frac{0,98 - 0,344}{0,433} = 1,468.$$

За формулою (5.4) визначаємо ймовірність перевищення розрахункового снігового навантаження за термін $t = 1$ рік:

$$\begin{aligned}
 Q(t = 1 \text{ рік}) &= \omega t t_3 K_{tr} \exp(C_0 + C_1 \gamma + C_2 \gamma^2 + C_3 \gamma^3) / \sqrt{2\pi} = \\
 &= 0,095 \cdot 1 \cdot 145 \cdot 0,180 \times \\
 \times \exp[-1,73623 - 1,92608 \cdot 1,468 + 1,88519 \cdot 1,468^2 - 0,50588 \cdot 1,468^3] / \sqrt{2\pi} &= \\
 &= 0,121.
 \end{aligned}$$

Згідно із формулою (5.5), період повторюваності розрахункового снігового навантаження складає

$$T = \frac{1}{Q(t = 1 \text{ рік})} = \frac{1}{0,121} = 8,26 \text{ років.}$$

Такий період повторюваності є недостатнім для розрахункового навантаження. Отже, розрахунок показує, що розрахункові значення снігового навантаження згідно зі СНиП [9] є заниженими для території України. Таке положення підтверджує обґрунтованість підвищення норм снігового навантаження у нормах ДБН [6].

5.3.3. Норми ДБН [6]. Граничне розрахункове значення снігового навантаження для 5-го снігового району, враховуючи заданий середній період повторюваності навантаження $T = 50$ років, дорівнює

$$S = \gamma_{fm} S_0 = 1 \cdot 1,60 = 1,60 \text{ КПа.}$$

Нормоване відхилення розрахункового значення від математичного сподівання

$$\gamma = \frac{S - \bar{S}}{\hat{S}} = \frac{1,60 - 0,344}{0,433} = 2,90.$$

Імовірність перевищення розрахункового снігового навантаження за термін $t = 1$ рік

$$\begin{aligned}
 Q(t = 1 \text{ рік}) &= \omega t t_3 K_{tr} \exp(C_0 + C_1 \gamma + C_2 \gamma^2 + C_3 \gamma^3) / \sqrt{2\pi} = \\
 &= 0,095 \cdot 1 \cdot 145 \cdot 0,180 \times \\
 &\times \exp\left[-1,73623 - 1,92608 \cdot 2,90 + 1,88519 \cdot 2,90^2 - 0,50588 \cdot 2,90^3\right] / \sqrt{2\pi} = \\
 &= 0,0221.
 \end{aligned}$$

Період повторюваності розрахункового снігового навантаження складає

$$T = \frac{1}{Q(t = 1 \text{ рік})} = \frac{1}{0,0221} = 45,25 \text{ років.}$$

Одержаний період повторюваності близький до заданого в умовах прикладу періоду $T = 50$ років. Зважаючи на деяку завищеність узагальнених параметрів у *табл. 5.1*, таке співпадіння свідчить про ймовірнісну обґрунтованість снігового нормативу ДБН [6].

5.4. Числовий приклад: визначення періоду повторюваності розрахункового вітрового навантаження

Завдання. Визначити період повторюваності розрахункового вітрового навантаження за нормами СНИП [9] і ДБН [6] для м. Полтава.

5.4.1. Вихідні дані: місце будівництва – м. Полтава, згідно із СНИП – II вітровий район, районне нормативне значення вітрового навантаження $w_0 = 0,30$ кПа; згідно з ДБН – 3-й район, характеристичне значення вітрового навантаження $W_0 = 0,50$ кПа.

Числові характеристики вітрового навантаження для II-го вітрового району (*табл. 5.2*): математичне сподівання $\bar{W} = 1,46 \cdot 10^{-2}$ кПа, коефіцієнт варіації $V = 1,78$. Статистичні параметри снігового навантаження II району: ефективна частота $\omega = 5,16$ 1/добу, коефіцієнт тренда $K_{tr} = 0,49$, параметр $\delta = 0,65$; коефіцієнти розподілу Вейбула: $\beta = 0,5943$; $\Gamma(1 + \beta^{-1}) = 1,52435$.

Районний стандарт вітрового навантаження

$$\hat{W} = V\bar{W} = 1,78 \cdot 1,46 \cdot 10^{-2} = 2,60 \cdot 10^{-2} \text{ КПа.}$$

5.4.2. Норми СНиП [9]. Розрахункове значення вітрового навантаження для II вітрового району дорівнює

$$W = 1,4 \cdot 0,30 = 0,42 \text{ КПа.}$$

Нормоване відхилення розрахункового значення від математичного сподівання

$$\gamma = \frac{W - \bar{W}}{\hat{W}} = \frac{0,42 - 1,46 \cdot 10^{-2}}{2,6 \cdot 10^{-2}} = 15,60.$$

За формулою (5.17) імовірність перевищення розрахункового вітрового навантаження за термін $t = 1$ рік дорівнює

$$\begin{aligned} Q(t = 1 \text{ рік}) &= \omega t K_{rr} \exp \left\{ - \left[(\gamma W + 1) \Gamma(1 + \beta^{-1}) \right]^\beta - \delta \right\} = \\ &= 5,16 \cdot 365 \cdot 0,49 \cdot \exp \left\{ - \left[(15,6 \cdot 1,78 + 1) 1,52435 \right]^{0,5941} - 0,65 \right\} = 0,03761. \end{aligned}$$

Період повторюваності розрахункового вітрового навантаження складає (формула (5.5))

$$T = \frac{1}{Q(1 \text{ рік})} = \frac{1}{0,03761} = 26,8 \text{ років.}$$

Розрахунок показує, що розрахункові значення вітрового навантаження згідно зі СНиП [9] є дещо заниженими.

5.4.3. Норми ДБН [6]. Граничне розрахункове значення вітрового навантаження для 3-го вітрового району, враховуючи заданий середній період повторюваності навантаження $T = 50$ років, дорівнює

$$W = \gamma_{fn} W_0 = 1 \cdot 0,50 = 0,50 \text{ КПа.}$$

Нормоване відхилення розрахункового значення від математичного сподівання

$$\gamma = \frac{W - \bar{W}}{\hat{W}} = \frac{0,50 - 1,46 \cdot 10^{-2}}{2,6 \cdot 10^{-2}} = 18,67.$$

Імовірність перевищення розрахункового вітрового навантаження за термін $t = 1$ рік

$$\begin{aligned} Q(t = 1 \text{ рік}) &= \omega t K_r \exp \left\{ - \left[(\gamma V + 1) \Gamma(1 + \beta^{-1}) \right]^\beta - \delta \right\} = \\ &= 5,16 \cdot 365 \cdot 0,49 \cdot \exp \left\{ - \left[(18,67 \cdot 1,78 + 1) 1,52435 \right]^{0,5941} - 0,65 \right\} = 0,0140. \end{aligned}$$

Період повторюваності розрахункового вітрового навантаження складає

$$T = \frac{1}{Q(1 \text{ рік})} = \frac{1}{0,0140} = 71,4 \text{ років.}$$

Розрахунок показує, що розрахункові значення вітрового навантаження згідно з ДБН [6] є достатньо обґрунтованими.

РОЗДІЛ 6 ОЦІНЮВАННЯ НАДІЙНОСТІ СТИСНУТО-ЗІГНУТИХ ЕЛЕМЕНТІВ

6.1. Особливості роботи стиснуто-зігнутих елементів.

На стиск зі згином працюють елементи, завантажені, крім поздовжньої сили, поперечним навантаженням або згинальним моментом (*рис. 6.1, а*). Такими елементами є колони виробничих будівель постійного перерізу і ступінчасті, стійки фахверка, стержні кроквяних ферм з позавузловим навантаженням. Ці елементи є, по суті, найбільш малодослідженими з точки зору надійності будівельних конструкцій.

Таке положення обумовлене тим, що, окрім труднощів з імовірнісним описом реальних навантажень, оцінювання надійності стиснуто-зігнутих елементів, у тому числі і виконаних з такого добре вивченого і чітко працюючого матеріалу, яким є сталь, пов'язано з урахуванням геометричної і фізичної нелінійності. Важливо при цьому підкреслити, що ймовірнісний аналіз таких елементів, особливо в частині обґрунтованого розрахунку сполучення зусиль, може дати помітний ефект, оскільки на практиці саме стиснуто-зігнуті елементи (стійки, колони та ін.) завантажені найбільш широким набором випадкових навантажень.

Проілюструємо на *рис. 6.1, б* (крива *O-C*) роботу сталевого стиснуто-зігнутого стержня. Тут по осі абсцис відкладений прогин стержня, по осі ординат – нормальне напруження $\sigma_N = N/A$ (N – поздовжня сила, A – площа перерізу стержня). Із самого початку завантаження стержень викривляється, у міру зростання навантажень прогин стержня і згинальний момент у ньому зростають.

Точка *A* на графіці відповідає досягненню крайової текучості, коли в найбільш напружених фібрах найнебезпечнішого перерізу стержня нормальне напруження дорівнює межі текучості. Цей момент і напруження $\sigma_{кр}^y$, що відповідає йому, є граничними для пружного розрахунку за деформованою схемою.

Далі діаграма роботи пружного стержня відхиляється вгору (ділянка $A-G$) і у міру необмеженого зростання прогину асимптотично наближається до рівня Ейлерового критичного напруження для центрово-стиснутого стержня:

$$N_e = \frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2}; \quad \sigma_e = \frac{N_e}{A} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}, \quad (6.1)$$

де E – модуль пружності сталі; I – момент інерції стержня; l – геометрична довжина стержня; μ – коефіцієнт розрахункової довжини, що враховує вид закріплення кінців стержня; A – площа перерізу; $\lambda = \mu l / i$ – гнучкість стержня; $i = \sqrt{I/A}$ – радіус інерції перерізу.

Роботу реального сталевго стержня відображає ділянка кривої $A-C$, що має максимум у точці B , який відповідає критичному стану стержня і критичному напруженню $\sigma_{кр}$.

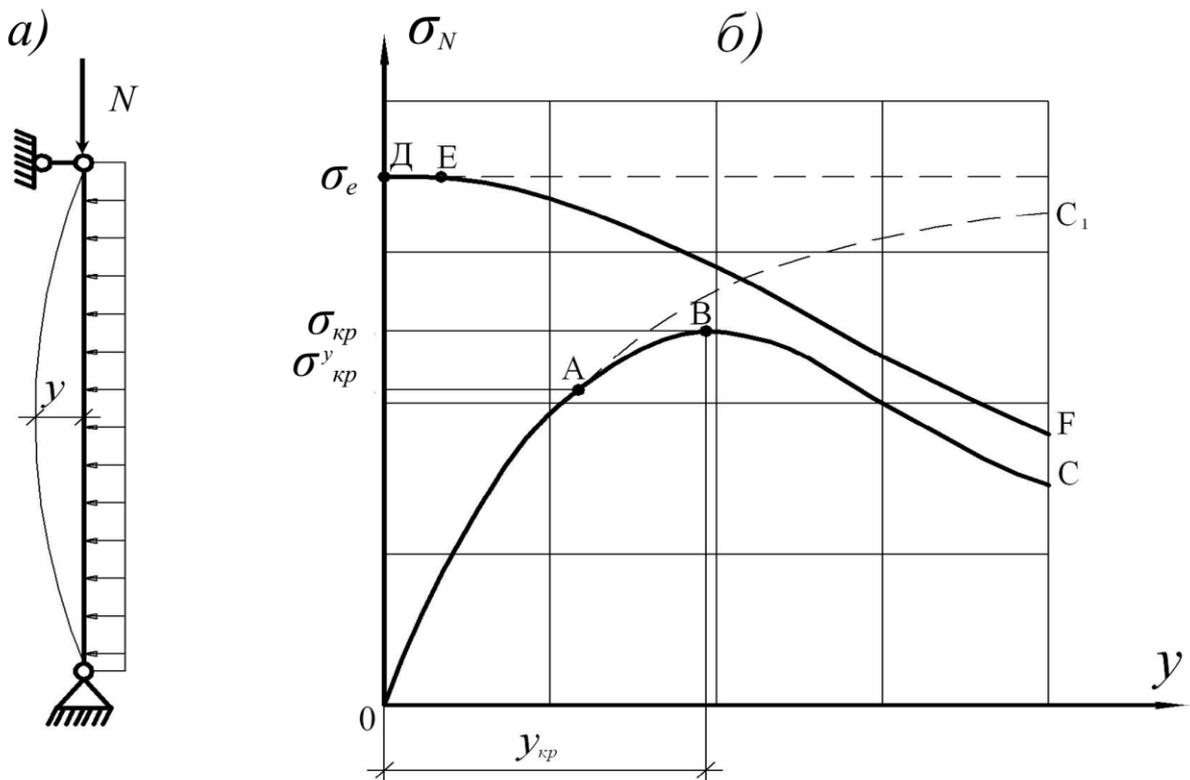


Рис. 6.1. До розрахунку стиснуто-зігнутих елементів:
а – схема елемента; б – стадії роботи стиснуто-зігнутих
і центрово-стиснутих елементів

Для реальних сталевих стиснуто-зігнутих стержнів рівність $\sigma_N = \sigma_{кр}$ відповідає граничному стану і припиненню експлуатації, а умова неруйнівності матиме наступний вигляд:

$$\sigma_{кр} - \sigma_N \geq 0. \quad (6.2)$$

На графіці *рис. 6.1, б*, ілюструються також стадії роботи центрово-стиснутого стержня: стійка прямолінійна (за відсутності початкової недосконалої) – ділянка *O-D* осі ординат до $\sigma_N = \sigma_e$; ділянка *D-E* – роздвоєння форм рівноваги, що відповідає критичному стану, і низхідна ділянка *E-F* нестійкого посткритичного стану.

Пружний розрахунок з урахуванням геометричної нелінійності може бути застосовний для стиснуто-зігнутих стержнів великої гнучкості, для яких точки *A* і *B* на графіці *рис. 6.1, б*, зближуються, для стержнів із сталей підвищеної міцності без вираженого майданчика текучості, а також у методах, що враховують пружно-пластичну роботу сталі введенням відповідних поправок.

Оскільки пружний розрахунок стиснуто-зігнутих елементів має помітну наближеність, розрахунок таких елементів згідно з нормами проектування проводиться з урахуванням розвитку пластичності; аналогічний підхід застосовується для оцінювання їхньої надійності.

6.2. Імовірнісний аналіз стиснуто-зігнутих елементів.

6.2.1. Резерв стійкості стиснуто-зігнутих елементів.

Визначимо стохастичну природу умови неруйнівності (6.2), обидва члени якої є квазістаціонарними функціям часу в просторі нормальних напружень. Унаслідок цього відмова моделюється як перетин квазістаціонарною траєкторією $\tilde{\sigma}_N(t)$ квазістаціонарної межі області допустимих станів.

Зручніше буде змінити параметр якості системи і вид допустимої області. Для цього перетворимо нерівність (6.2):

$$\sigma_y \zeta(t) - \sigma_N(t) \geq 0; \quad \sigma_y - \sigma_N(t)/\zeta(t) \geq 0, \quad (6.3)$$

де ζ – функція, що приводить критичне напруження втрати стійкості стиснуто-зігнутого стержня до межі плинності матеріалу; наприклад, у чинних нормах $\zeta = \varphi_e$ [6].

Тоді для резерву несучої здатності, який для цього стержня назвемо *резервом стійкості*, маємо

$$\tilde{Y}(t) = \tilde{\sigma}_y - \tilde{\sigma}_N(t)/\zeta(t) = \tilde{R} - \tilde{S}(t). \quad (6.4)$$

Межа допустимої області Γ при цьому залишається випадковою, незалежною від часу (оскільки ми не враховуємо зміну міцності елементів), а відмова трактується як вихід квазістаціонарної траєкторії $\tilde{S}(t)$ за випадковий рівень \tilde{R} .

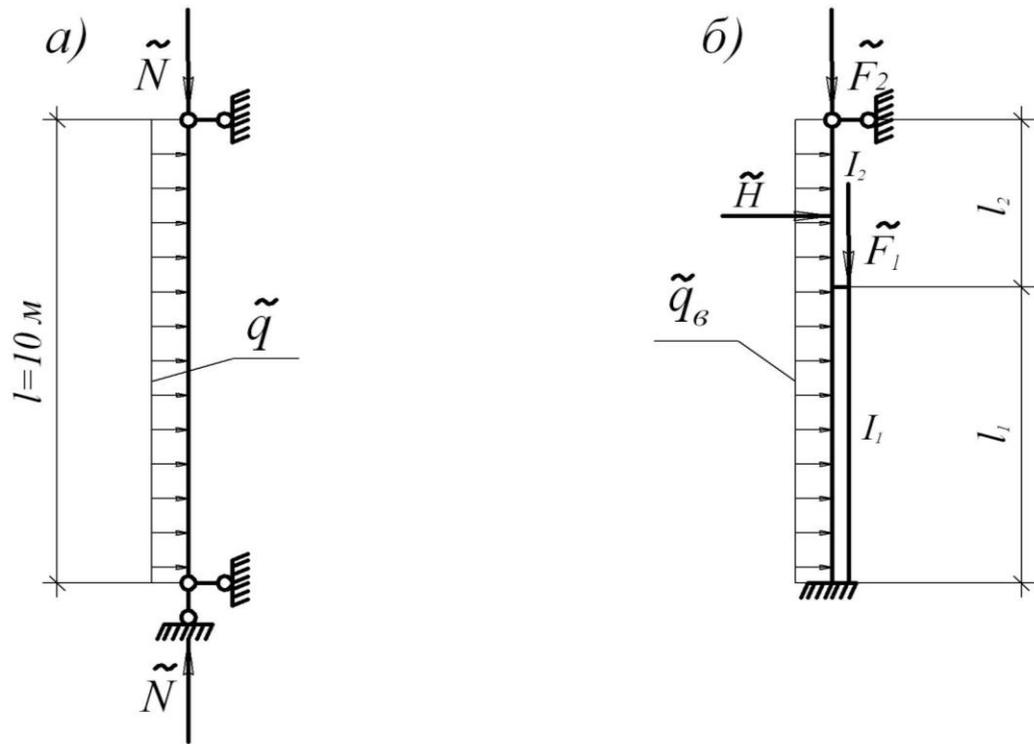
6.2.2. Виведення основних формул. Для суцільностинчастих стержнів, що розглядаються в площині дії моменту, співпадаючої з площиною симетрії, для значень φ_e за *табл. Ж.3* [6] (аналогічній *табл. 74* [9]) підібрана функція виду

$$\varphi_e = b(1 - C \lg m_{ef}); \quad b = K_1 - K_2 \lg \bar{\lambda}; \quad C = K_3 - K_4/b, \quad (6.5)$$

де $K_1 = 0,70$; $K_2 = 0,62$; $K_3 = 0,943$; $K_4 = 0,075$; $m_{ef} = \eta m$ – приведений відносний ексцентриситет; η – коефіцієнт, що враховує форму перерізу й орієнтацію ексцентриситету (*табл. Ж.2* [6]); $\bar{\lambda} = \lambda \sqrt{R_y/E}$ – умовна гнучкість елемента; m – відносний ексцентриситет

$$m = \frac{eA}{W} = \frac{MA}{NW} = \frac{M}{\rho N}, \quad (6.6)$$

де M – згинальний момент у стержні від поперечного навантаження; W – момент опору перерізу; ρ – радіус ядра перерізу.



в)

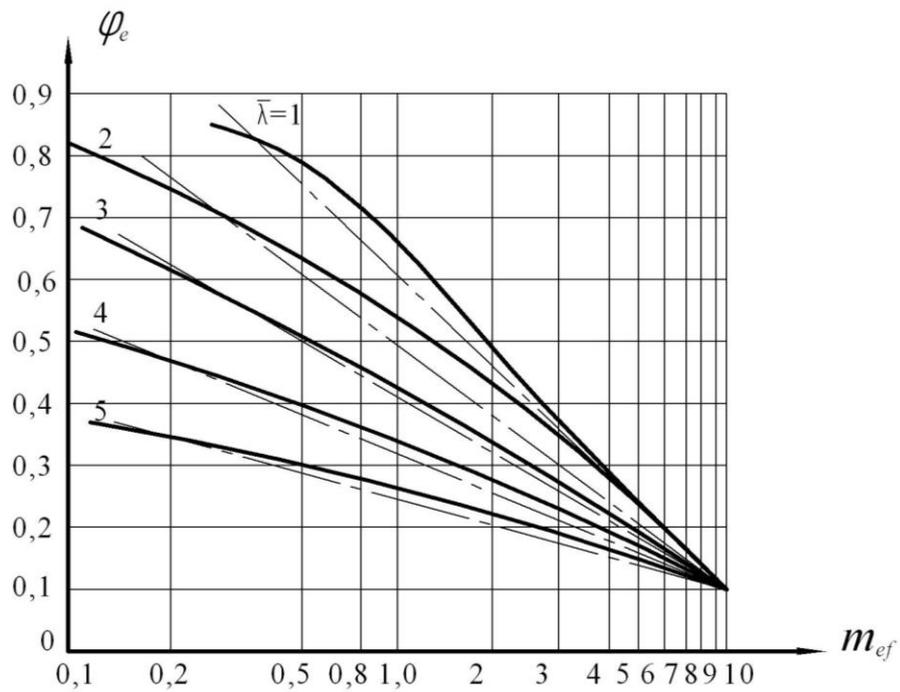


Рис. 6.2. До розрахунку стиснуто-зігнутих стійок:

а – стійка постійного перерізу; б – ступінчаста колона; в – графіки коефіцієнта φ_e : — за табл. Ж.3 ДБН [6]; -.- за формулою (6.5)

На рис. 6.5, в, де показана залежність φ_e від m_{ef} і $\bar{\lambda}$, видно, що функція (6.5) досить точно враховує характер зміни коефіцієнта φ_e , апроксимуючи його знизу, тобто «в запас». Проведений на ПЕОМ розрахунок показав, що в інтервалі значень $\bar{\lambda} = 1 \dots 6$ і $m_{ef} = 0,25 \dots 8,0$ відмінність розрахункових величин за формулою (6.5) від нормативних значень не перевищує $\pm 10\%$.

З використанням формули (6.5) вираз для резерву стійкості матиме наступний вигляд:

$$\tilde{Y} = \tilde{\sigma}_y - \frac{\tilde{N}}{Ab \left[1 - C \lg(\eta \tilde{M} / \rho \tilde{N}) \right]} \quad (6.7)$$

Математичне сподівання резерву стійкості дорівнює

$$\bar{Y} = \bar{\sigma}_y - \frac{\bar{N}}{Ab(1 - \lg \bar{m}_{ef})} \quad (6.8)$$

Частинним диференціюванням визначаємо коефіцієнти для визначення стандарту \hat{Y} :

$$A_1 = 1; A_2 = \frac{C \lg \bar{m}_{ef} + Cd - 1}{Ab(1 - C \lg \bar{m}_{ef})^2}; A_3 = -\frac{Cd\eta}{b\bar{m}_{ef} W(1 - C \lg \bar{m}_{ef})^2}, \quad (6.9)$$

де $d = 0,4343 \dots$ – модуль переходу від натуральних логарифмів до десяткових.

Виведені формули дозволяють одержати оцінку надійності стиснуто-зігнутого елемента.

6.3. Числовий приклад: оцінювання надійності стиснуто-зігнутого елемента

Завдання. Визначити ймовірність відмови сталевій стійки постійного перерізу, завантаженої випадковою поздовжньою

силою \tilde{N} і рівномірно розподіленим поперечним навантаженням \tilde{q} (рис. 6.2, а).

6.3.1. Вихідні дані. Довжина стійки 10 м. Статистичні характеристики поздовжньої сили (у кН): $\bar{N} = 700$, $\hat{N} = 150$; поперечного навантаження (у кН/м): $\bar{q} = 5,5$, $\hat{q} = 1,5$; межі текучості сталі (у МПа): $\bar{\sigma}_y = 300$, $\hat{\sigma}_y = 30$. Переріз стійки підібрано на детерміновані навантаження $N = 1000$ кН і $q = 10$ кН/м і отримано у вигляді прокатного двотавра №50 при $\sigma = 192$ МПа $< R_y = 230$ МПа для сталі С235 [6]. Геометричні характеристики перерізу: площа $A = 100$ см², момент опору $W_x = 1598$ см³, радіус інерції $i_x = 19,9$ см.

6.3.2. Визначення імовірності відмови стійки. Визначимо числові характеристики згинального моменту:

$$\bar{M} = \frac{\bar{q}l^2}{8} = \frac{5,5 \cdot 10^2}{8} = 68,7 \text{ кНм}; \quad \hat{M} = \frac{\hat{q}l^2}{8} = \frac{1,5 \cdot 10^2}{8} = 18,8 \text{ кНм}.$$

За наведеними вище залежностями виконаємо обчислення, використовуючи параметри підібраної сталеві стійки:

$$\bar{m} = \frac{\bar{M}A}{\bar{N}W} = \frac{68,7 \cdot 100}{700 \cdot 1598} = 0,61; \quad \bar{m}_{ef} = 1,531 \cdot 0,61 = 0,934;$$

$$\lg \bar{m}_{ef} = -0,03$$

$$\lambda = \frac{1000}{19,9} = 50,3; \quad \bar{\lambda} = 50,3 \sqrt{\frac{300}{2,06 \cdot 10^5}} = 1,673;$$

$$b = 0,7 - 0,62 \cdot 0,223 = 0,561; \quad C = 0,943 - \frac{0,075}{0,561} = 0,809.$$

Визначимо числові характеристики резерву стійкості стійки. Математичне сподівання за формулою (6.8)

$$\bar{Y} = 300 - \frac{700 \cdot 10}{100 \cdot 0,561(1 + 0,809 \cdot 0,03)} = 178,2 \text{ МПа.}$$

Коефіцієнти за формулами (10.15) дорівнюють:

$$A_2 = \frac{0,809 \cdot (-0,03) + 0,809 \cdot 0,4343 - 1}{100 \cdot 0,561(1 + 0,809 \cdot 0,03)^2} = -1,11 \cdot 10^{-2} \text{ 1/см}^2;$$

$$A_3 = -\frac{0,809 \cdot 0,4343 \cdot 1,531}{0,561 \cdot 0,934 \cdot 1598(1 + 0,809 \cdot 0,03)^2} = -0,587 \cdot 10^{-3} \text{ 1/см}^3.$$

Стандарт резерву стійкості за формулою (6.9)

$$\hat{Y} = 10 \sqrt{1^2 \cdot 3^2 + (-1,11 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 150^2 + (-0,587 \cdot 10^{-3}) \cdot 1880^2} = 36 \text{ МПа.}$$

Характеристика безпеки виявилася рівною $\beta = 178,2/36,0 = 4,95$, що при нормальному розподілі резерву стійкості дає ймовірність відмови стійки $Q = 3,83 \cdot 10^{-7}$ (додаток, табл. Д.3).

РОЗДІЛ 7. ОЦІНЮВАННЯ НАДІЙНОСТІ СТАТИЧНО НЕВИЗНАЧЕНИХ СИСТЕМ (СНС)

7.1. Загальне рішення для пружно-пластичної СНС

Для таких систем застосовується ймовірнісна версія методу граничної рівноваги. Інваріантність граничного навантаження для вибраного механізму руйнування пружно-пластичної СНС дозволяє обмежитися розглядом тільки останньої системи, параметри якої можна визначати безпосередньо, минаючи розгляд проміжних систем.

Для n разів статично невизначної системи складається система $n + 1$ лінійних рівнянь виду

$$\sum_{j=1}^n M_{ij} \cdot X_j + F_0 \cdot M_{io} = M_i^T, \quad (7.1)$$

де M_{ij} і M_{io} – моменти в i -му перерізі основної системи СНС від зайвого невідомого $X_j = 1$ і зовнішніх навантажень, параметр яких приймається рівним $F_0 = 1$; M_i^T – граничний момент в i -ому перерізі; $i = 1, 2, \dots, m$.

Рівняння (7.1) є перетвореними у рівність обмеженнями за міцністю в небезпечних перерізах СНС, що використовуються в кінематичному методі граничної рівноваги, вони геометрично описуються гіперплощинами в $n + 1$ - мірному гіперпросторі. Перетин цих гіперплощин визначає вершину многогранника умов і параметр q_0 граничного навантаження, яке може витримати СНС при реалізації вибраного механізму руйнування.

Математичне сподівання міцності СНС у цілому в просторі параметра навантаження F визначиться на основі об'єднаної теореми методу граничної рівноваги шляхом рішення системи рівнянь (7.1) з урахуванням місць розташування шарнірів пластичності, що входять у механізм:

$$\bar{F}_0 = \sum_{v=1}^{n+1} \frac{A_{v,n+1}}{D} \cdot \bar{M}_v^T = \sum_{v=1}^{n+1} \frac{A_{v,n+1}}{D} \cdot \mu_v \cdot \bar{M}_0^T = \rho_1 \cdot \bar{M}_0^T, \quad (7.2)$$

де \bar{M}_v^T – середній граничний момент у v -му шарнірі пластичності; \bar{M}_0^T – середнє значення параметра граничного моменту СНС; μ_v – складові вектора співвідношень граничних моментів елементів СНС; D – визначник системи рівнянь (7.1); $A_{v,n+1}$ – алгебраїчне доповнення елементів M_{v0} визначника D .

Стандарт міцності СНС, що обчислюється в припущенні незалежності міцностей у різних перерізах, визначається як

$$\hat{F}_0 = \sqrt{\sum_{v=1}^{n+1} \left(\frac{A_{v,n+1}}{D} \hat{M}_v^T \right)^2}, \quad (7.3)$$

де \hat{M}_v^T – стандарт граничного моменту в v -му шарнірі пластичності.

При постійній варіації параметра M_0^T можна записати

$$\hat{F}_0 = \sqrt{\sum_{v=1}^{n+1} \left(\frac{A_{v,n+1}}{D} \mu_v \right)^2} \cdot \hat{M}_0^T = \rho_2 \cdot \hat{M}_0^T. \quad (7.4)$$

Формули (7.2 – 7.4) пов’язують числові характеристики випадкової міцності рами в цілому з характеристиками випадкових міцностей окремих елементів, причому розглядається істинний механізм руйнування пружно-пластичної n разів статично невизначеної системи

Для визначення ймовірності відмови СНС, відповідно до загальної процедури (3.2), у просторі параметра навантаження обчислюються параметри резерву несучої здатності:

$$\bar{Y} = \bar{F}_0 - \bar{q}; \quad \hat{Y} = \sqrt{\hat{F}_0^2 + \hat{q}^2}, \quad (7.5)$$

де \bar{q} і \hat{q} – математичне сподівання і стандарт параметра зовнішнього навантаження.

Методом граничної рівноваги знаходиться так званий *істинний*, або *дійсний механізм руйнування СНС*, що відповідає

максимуму параметра граничного навантаження, якщо перерізи системи задані, або максимуму параметра граничного моменту, якщо задані зовнішні навантаження. Насправді для реальних СНС з випадковими параметрами міцності і завантаження стають можливими різні механізми. Проте істинний механізм є особливо цікавим, оскільки, будучи найбільш вірогідним, він дає нижню оцінку ймовірності відмови системи, у ряді реальних випадків практично співпадаючи з повною оцінкою ймовірності відмови СНС

7.2. Числовий приклад: оцінювання надійності простої СНС

Завдання. Визначити ймовірність відмови двічі статично невизначеної пружно-пластичної балки, завантаженої зосередженою силою (див. схему нижче), з використанням методу граничної рівноваги.

7.2.1. Вихідні дані. Сталева балка має переріз – прокатний двотавр №27 з моментом опору $W_x = 371,9 \text{ см}^3$, сталь класу С245 з розрахунковим опором $R_y = 220 \text{ МПа}$ і числовими характеристиками межі текучості $\sigma_y = 300 \text{ МПа}$, $\sigma_y = 30 \text{ МПа}$, коефіцієнт $c_x = 1,10$.

7.2.2. Параметри навантаження і граничного моменту. Розрахункове навантаження $q = 100 \text{ кН}$, переріз балки підібраний за несучою здатністю без запасу:

$$\sigma = \frac{8}{9} \cdot \frac{100 \cdot 10^3}{1,1 \cdot 371,9} = 217,2 \text{ МПа} \approx R_y.$$

Числові характеристики навантаження при $\gamma_q = 3$ і $V_q = 0,2$:

$$\bar{q} = \frac{100}{1 + 3 \cdot 0,2} = 62,5 \text{ кН}; \quad \hat{q} = 62,5 \cdot 0,2 = 12,5 \text{ кН}.$$

Характеристики граничного моменту

$$\bar{M}_0^T = 30 \cdot 371,9 \cdot 1,1 = 120 \text{ кНм}, \quad \hat{M}_T = 12 \text{ кНм.}$$

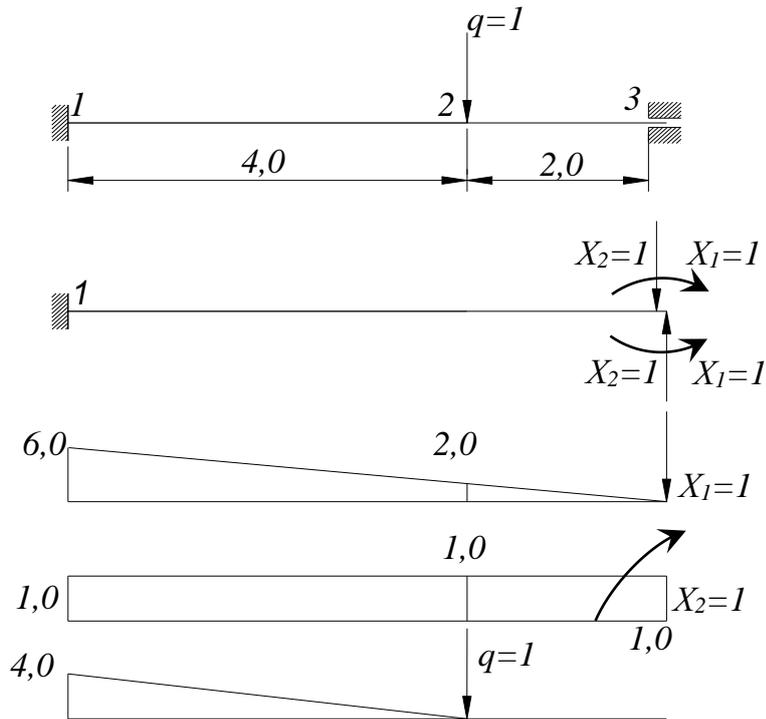


Рис. 7.1. Епюри моментів в основній системі

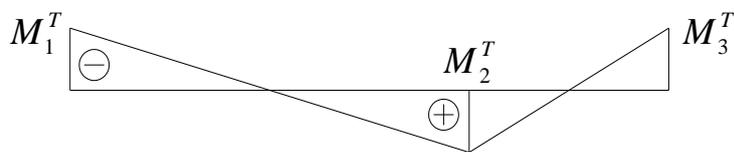


Рис. 7.2. Заключна епюра (єдиний механізм руйнування)

7.2.3. Обчислення параметрів формул 7.2 і 7.3.

Коефіцієнти системи (7.1):

$$M_{11} = -6, \quad M_{21} = -2, \quad M_{31} = 0, \quad M_{12} = M_{22} = M_{32} = -1, \quad M_{10} = -4$$

$$M_{20} = M_{30} = 0, \quad M_1^T = M_3^T = -1, \quad M_2^T = 1.$$

Система (7.1)

$$\left. \begin{aligned} -6X_1 - X_2 - 4 &= -1 \\ -2X_1 - X_2 &= 1 \\ -X_2 &= -1 \end{aligned} \right\}$$

Визначник системи з урахуванням черговості відмов перерізів

$$D = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -2 & -1 & 0 \\ -6 & -1 & -4 \end{vmatrix} = 8.$$

Алгебраїчні доповнення елементів останнього стовпчика з урахуванням знаків у розкладенні визначника

$$A_1 = (-1) \begin{vmatrix} -2 & -1 \\ -6 & -1 \end{vmatrix} = 4, \quad A_2 = \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ -6 & -1 \end{vmatrix} = 6, \quad A_3 = (-1) \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} = -2.$$

Параметри формул (7.2) і (7.3) з урахуванням знаків граничних моментів у перерізах M_v^T :

$$\rho_1 = \frac{1}{8} [(-1)(-4) + 1 \cdot 6 + (-1)(-2)] = \frac{12}{8} = 1,5;$$

$$\rho_2 = \frac{1}{8} \sqrt{4^2 + 6^2 + 2^2} = \frac{1}{8} \sqrt{56} = 0,935.$$

7.2.4. Оцінювання надійності СНС. Статистичні параметри несучої здатності балки у просторі навантаження за формулами (7.2) и (7.4):

$$\bar{F}_0 = 1,5 \cdot 120 = 180 \text{ кН}; \quad \hat{F}_0 = 0,935 \cdot 12 = 11,22 \text{ кН}.$$

Параметри резерву несучої здатності системи за формулою (7.5):

$$\bar{Y} = 180 - 62,5 = 117,5 \text{ кН}; \quad \hat{Y} = \sqrt{11,22^2 + 12,5^2} = 16,8 \text{ кН}.$$

Оцінка надійності балки:

$$\beta = \frac{117,5}{16,8} = 7,0; \quad Q = 1,28 \cdot 10^{-12}.$$

Література

1. Пічугін С.Ф. Розрахунок надійності будівельних конструкцій / С.Ф. Пічугін. – Полтава: ТОВ «АСМІ», 2016. – 529 с.
2. Пичугин С.Ф. Надежность стальных конструкций производственных зданий / С.Ф. Пичугин. – Полтава: ООО «АСМИ», 2009. – 452 с.
3. Пичугин С.Ф. Надежность стальных конструкций производственных зданий / С.Ф. Пичугин. – М.: Изд-во АСВ, 2011. – 456 с.
4. Пічугін С.Ф. Надійність технічних систем: Навч. посібник / С.Ф. Пічугін. – Полтава: ПДТУ, 2000. – 157 с.
5. Пічугін С.Ф. Надійність технічних систем: Конспект лекцій / С.Ф. Пічугін. – Полтава: ПДТУ, 1998 – 1999. – Ч. I – 51 Ч. II – 62 с.; Ч. III – 27 с.
6. ДБН В.1.2-2:2006. Навантаження і впливи. – К.: Мінбуд України, 2006. – 51 с.
7. ДБН В.1.2-14-2009. Загальні принципи забезпечення надійності та конструктивної безпеки будівель, споруд, будівельних конструкцій та основ. – К.: Мінрегіонбуд, 2009. – 30 с.
8. ДБН В.2.6-198:2014. Сталеві конструкції. Норми проектування. – К.: Мінрегіон України, 2014. – 205 с.
9. СНиП 2.01.07-85. Нагрузки и воздействия / Госстрой СССР. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1988. – 36 с.

ДОДАТОК

Таблица Д.2

Таблица значений функции Лапласа $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz$

<i>x</i>	$\Phi(x)$	<i>x</i>	$\Phi(x)$	<i>x</i>	$\Phi(x)$	<i>x</i>	$\Phi(x)$
0.00	0.0000	0.32	0.1255	0.64	0.2389	0.96	0.3315
0.01	0.0040	0.33	0.1293	0.65	0.2422	0.97	0.3340
0.02	0.0080	0.34	0.1331	0.66	0.2454	0.98	0.3365
0.03	0.0120	0.25	0.1368	0.667	0.2486	0.99	0.3389
0.04	0.0160	0.36	0.1406	0.68	0.2517	1.00	0.3413
0.05	0.0199	0.37	0.1443	0.69	0.2549	1.01	0.3438
0.06	0.0239	0.38	0.1480	0.70	0.2580	1.02	0.3461
0.07	0.0279	0.39	0.1517	0.71	0.2611	1.03	0.3485
0.08	0.0319	0.40	0.1554	0.72	0.2642	1.04	0.3508
0.09	0.0359	0.41	0.191	0.73	0.2673	1.05	0.3531
0.10	0.0398	0.42	0.1628	0.74	0.2703	1.06	0.3554
0.11	0.0438	0.43	0.1664	0.75	0.2734	1.07	0.3577
0.12	0.0478	0.44	0.1700	0.76	0.2764	1.08	0.3599
0.13	0.0517	0.45	0.1736	0.77	0.2794	1.09	0.3621
0.14	0.0557	0.46	0.1772	0.78	0.2823	1.10	0.3643
0.15	0.0596	0.47	0.1808	0.79	0.2852	1.11	0.3665
0.16	0.0636	0.48	0.1844	0.80	0.2881	1.12	0.3686
0.17	0.0685	0.49	0.1879	0.81	0.2910	1.13	0.3708
0.18	0.0714	0.50	0.1915	0.82	0.2939	1.14	0.3729
0.19	0.0753	0.51	0.1950	0.83	0.2967	1.15	0.3849
0.20	0.0793	0.52	0.1985	0.84	0.2995	1.16	0.3770
0.21	0.0832	0.53	0.2019	0.85	0.3023	1.17	0.3790
0.22	0.0871	0.54	0.2054	0.86	0.3051	1.18	0.3810
0.23	0.0910	0.55	0.2088	0.87	0.3087	1.19	0.3830
0.24	0.0948	0.56	0.2123	0.88	0.3106	1.20	0.3849
0.25	0.0987	0.57	0.2157	0.89	0.3133	1.21	0.3869
0.26	0.1026	0.58	0.2190	0.90	0.3159	1.22	0.3883
0.27	0.1064	0.59	0.2224	0.91	0.3186	1.23	0.3907
0.28	0.1103	0.60	0.2257	0.92	0.3212	1.24	0.3925
0.29	0.1141	0.61	0.2291	0.93	0.3238	1.25	0.3944
0.30	0.1179	0.62	0.2324	0.94	0.3264		
0.31	0.1217	0.63	0.2357	0.95	0.3289		

Продовження таблиці Д.2

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
1.26	0.3962	1.59	0.4441	1.92	0.4726	2.50	0.4928
1.27	0.3980	1.60	0.4452	1.93	0.4732	2.52	0.4941
1.28	0.3997	1.61	0.4463	1.94	0.4738	2.54	0.4945
1.29	0.4015	1.62	0.4474	1.95	0.4744	2.26	0.4948
1.30	0.4032	1.63	0.4484	1.96	0.4750	2.58	0.4951
1.31	0.4049	1.64	0.4495	1.97	0.4756	2.60	0.4953
1.32	0.4066	1.65	0.4505	1.98	0.4761	2.62	0.4956
1.33	0.4082	1.66	0.4515	1.99	0.4767	1.64	0.4959
1.34	0.4099	1.67	0.4525	2.00	0.4772	2.66	0.4961
1.35	0.4115	1.68	0.4535	2.02	0.4783	2.68	0.4963
1.36	0.4131	1.69	0.4545	2.04	0.4793	2.70	0.4965
1.37	0.4147	1.70	0.4554	2.06	0.4803	2.72	0.4967
1.38	0.4162	1.71	0.4564	2.08	0.4812	2.74	0.4969
1.39	0.4177	1.72	0.4573	2.10	0.4821	2.76	0.4971
1.40	0.4192	1.73	0.4582	2.12	0.4830	2.78	0.4973
1.41	0.4207	1.74	0.4591	2.14	0.4838	2.80	0.4974
1.42	0.4222	1.75	0.4599	2.16	0.4846	2.82	0.4976
1.43	0.4236	1.76	0.4608	2.18	0.4854	2.84	0.4977
1.44	0.4251	1.77	0.4616	2.20	0.4861	2.86	0.4979
1.45	0.4265	1.78	0.4625	2.22	0.4868	2.88	0.4980
1.46	0.4279	1.79	0.4633	2.24	0.4875	2.90	0.4981
1.47	0.4292	1.80	0.4641	2.26	0.4881	2.92	0.4982
1.48	0.4306	1.81	0.4649	2.28	0.4887	2.94	0.4984
1.49	0.4319	1.82	0.4656	2.30	0.4893	2.96	0.4985
1.50	0.4332	1.83	0.4664	2.32	0.4898	2.98	0.4986
1.51	0.4345	1.84	0.4671	2.34	0.4904	3.00	0.49865
1.52	0.4357	1.85	0.4678	2.36	0.4909	3.20	0.49931
1.53	0.4370	1.86	0.4686	2.38	0.4913	3.40	0.49966
1.54	0.4382	1.87	0.4693	2.40	0.4918	3.60	0.499841
1.55	0.4394	1.88	0.4699	2.42	0.4922	3.80	0.499928
1.56	0.4406	1.89	0.4706	2.44	0.4927	4.00	0.499968
1.57	0.4418	1.90	0.4713	2.46	0.4931	4.50	0.499997
1.58	0.4429	1.91	0.4719	2.48	0.4934	5.00	0.499997

Таблиця Д.3

Імовірність великих відхилень $Q(\beta)$ нормального розподілу

β	$Q(\beta)$	β	$Q(\beta)$
3.0	$1.35*10^{-3}$	5.5	$1.90*10^{-8}$
3.1	$9.68*10^{-4}$	5.6	$1.07*10^{-8}$
3.2	$6.87*10^{-4}$	5.7	$5.99*10^{-9}$
3.3	$4.83*10^{-4}$	5.8	$3.32*10^{-9}$
3.4	$3.37*10^{-4}$	5.9	$1.82*10^{-9}$
3.5	$2.33*10^{-4}$	6.0	$9.87*10^{-10}$
3.6	$1.59*10^{-4}$	6.2	$2.82*10^{-10}$
3.7	$1.08*10^{-4}$	6.4	$7.77*10^{-11}$
3.8	$7.23*10^{-5}$	6.6	$2.06*10^{-11}$
3.9	$4.81*10^{-5}$	6.8	$5.23*10^{-12}$
4.0	$3.17*10^{-5}$	7.0	$1.28*10^{-12}$
4.1	$2.07*10^{-5}$	7.2	$3.01*10^{-13}$
4.2	$1.33*10^{-5}$	7.4	$6.81*10^{-14}$
4.3	$8.54*10^{-6}$	7.8	$1.48*10^{-14}$
4.4	$5.41*10^{-6}$	8.0	$3.10*10^{-16}$
4.5	$3.40*10^{-6}$	8.2	$6.22*10^{-16}$
4.6	$2.11*10^{-6}$	8.4	$2.23*10^{-17}$
4.7	$1.30*10^{-6}$	8.8	$3.99*10^{-19}$
4.8	$7.93*10^{-7}$	9.0	$1.13*10^{-19}$
4.9	$4.79*10^{-7}$	5.0	$2.87*10^{-7}$
5.1	$1.70*10^{-7}$	5.2	$9.96*10^{-8}$
5.3	$5.79*10^{-8}$	5.4	$3.33*10^{-8}$

Таблиця Д.4

Критичні точки розподілу χ^2

Число ступенів вільності	Рівень значимості α					
	0.01	0.025	0.05	0.95	0.975	0.89
<i>k</i>						
1	6.6	5.0	3.8	0.0039	0.00098	0.00016
2	9.2	7.4	6.0	0.103	0.051	0.020
3	11.3	9.4	7.8	0.352	0.216	0.115
4	13.3	11.1	9.5	0.711	0.484	0.297
5	15.1	12.8	11.1	1.15	0.831	0.554
6	16.8	14.4	12.6	1.64	1.24	0.872
7	18.5	16.0	14.1	2.17	1.69	1.24
8	20.1	17.5	15.5	2.73	2.18	1.65
9	21.7	19.0	16.9	3.33	2.70	2.09
10	23.2	20.5	18.3	3.94	3.25	2.56
11	24.7	21.9	19.7	4.57	3.82	3.05
12	26.2	23.2	21.0	5.23	4.40	3.57
13	27.7	24.7	22.4	5.89	5.01	4.11
14	29.1	26.1	23.7	6.57	5.63	4.66
15	30.6	27.5	25.0	7.26	6.26	5.23
16	32.0	28.8	26.3	7.96	6.91	5.81
17	33.4	30.2	27.6	8.67	7.56	6.41
18	34.8	31.5	28.9	9.39	8.23	7.01
19	36.2	32.9	30.1	10.1	8.91	7.63
20	37.6	34.2	31.4	10.9	9.59	8.26
21	38.9	35.5	32.7	11.6	10.3	8.90
22	40.3	36.8	33.9	12.3	11.0	9.54
23	41.6	38.1	35.2	13.1	11.7	10.2
24	43.0	39.4	36.4	13.8	12.4	10.9
25	44.3	40.6	37.7	14.6	13.1	11.5
26	45.6	41.9	38.9	15.4	13.8	12.2
27	47.0	43.2	40.1	16.2	14.6	12.9
28	48.3	44.5	41.3	16.9	15.3	13.6
29	49.6	45.7	42.6	17.7	16.0	14.3
30	50.9	47.0	43.8	18.5	16.8	15.0

ПІЧУГІН СЕРГІЙ ФЕДОРОВИЧ
СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ НАДІЙНОСТІ
В БУДІВНИЦТВІ

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

мова: українська

Комп'ютерна верстка	С.Ф. Пічугін
Коректор	І.Л. Петренко

Підп. до друку 12.04.2019 р. Формат 60×84 1/16

Папір офсет. Друк ризограф.

Ум.-друк. арк. – 4,71. Обл.-видав. арк. – 000.

Тираж 100 прим. Зам. № 44.

Видавець і виготовлювач –
поліграфцентр Полтавського національного технічного
університету імені Юрія Кондратюка
36011, м. Полтава, Першотравневий проспект, 24
Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до Державного реєстру видавців, виготівників
і розповсюджувачів видавничої продукції
Серія ДК № 3130 від 06.03.2008 р.
