МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ

МАЛА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
"ПОЛТАВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА
ІМЕНІ ЮРІЯ КОНДРАТЮКА"

МІНІСТЕРСТВО
ОСВІТИ І НАУКИ
УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ 1918

МУЗЕЙ
інтерактивний простір
НАУКИ

UNESCO
United Nations
Educational, Scientific and
Cultural Organization

М.А.Н.
Мала академія наук
України під егідою
ЮНЕСКО

ЗБІРНИК НАУКОВИХ ПРАЦЬ

XVII МІЖНАРОДНОЇ НАУКОВО-ПРАКТИЧНОЇ КОНФЕРЕНЦІЇ "АКАДЕМІЧНА Й УНІВЕРСИТЕТСЬКА НАУКА: РЕЗУЛЬТАТИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ"

12-13 ГРУДНЯ 2024 РОКУ

УДК 621.01.001, 531.65

ПРО МЕТОДИ АНАЛІТИЧНОЇ МЕХАНІКИ ПРИ СКЛАДАННІ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ РУХУ РОБОЧИХ ОРГАНІВ ВІБРОФОРМУВАЛЬНОГО ОБЛАДНАННЯ

Жигилій С.М.
Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»
Theormech.ZhS@gmail.com
Поліщук Л.К.
Підйомно-транспортна академія наук України (ПТАНУ)
leo.polishchuk@gmail.com

Актуальність. При складанні математичної моделі руху робочого органа віброформувального пристрою останній розглядають як відповідну механічну систему. При цьому найчастіше, оперуючи апаратом аналітичної механіки, вживають рівняння Лагранжа другого роду

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right)-\frac{\partial T}{\partial q_i}=Q_i, \quad (i=1,2,...,s), \tag{1}$$

або рівняння Нільсена [1]

$$\frac{\partial}{\partial \dot{q}_i}\left(\frac{dT}{dt}\right)-2\cdot\frac{\partial T}{\partial q_i}=Q_i, \quad (i=1,2,...,s), \tag{2}$$

де $q_i = f_i(t)$ і $\dot{q}_i = \frac{dq_i}{dt} = \varphi_i(t)$ – відповідно узагальнені координати й швидкості, кожна з яких перебуває у певній функціональній залежності від часу, а s – кількість ступенів вільності механічної системи.

Рівняння (1) і (2) мають енергетичну основу, можуть бути отримані шляхом перетворення виразу T кінетичної енергії механічної системи, а різниця між ними полягає у математичних діях, пов’язаних із визначенням перших доданків їх лівих частин.

З’ясуємо зазначену різницю, що і є **метою роботи**.

Методика та організація дослідження. Розглянемо віброформувальний пристрій найпростішої традиційної конструкції (рис. 1). Неважко довести, що цей пристрій, як механічна система має $s = 4$ ступені вільності, узагальненими координатами якої є $q_1 = x_C$, $q_2 = y_C$, $q_3 = \varphi$, $q_4 = \theta$, а кінетична енергія

$$T = \frac{M}{2} \cdot \dot{x}_C^2 + \frac{M}{2} \cdot \dot{y}_C^2 + \frac{I_1}{2} \cdot \dot{\varphi}^2 - I_2 \cdot \dot{\varphi} \cdot \dot{\theta} + \frac{I_2}{2} \cdot \dot{\theta}^2 +$$

$$+ m \cdot e \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\varphi} \cdot cos(\varphi - \theta) - m \cdot e \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\varphi} \cdot cos\,\varphi + m \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\varphi} \cdot sin(\varphi - \theta) -$$

$$- m \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\varphi} \cdot sin\,\varphi - m \cdot e \cdot \dot{x}_C \cdot \dot{\theta} \cdot cos(\varphi - \theta) - m \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\theta} \cdot sin(\varphi - \theta), \quad (3)$$

де M, m, I_1, I_2, e – сталі фізичні величини.

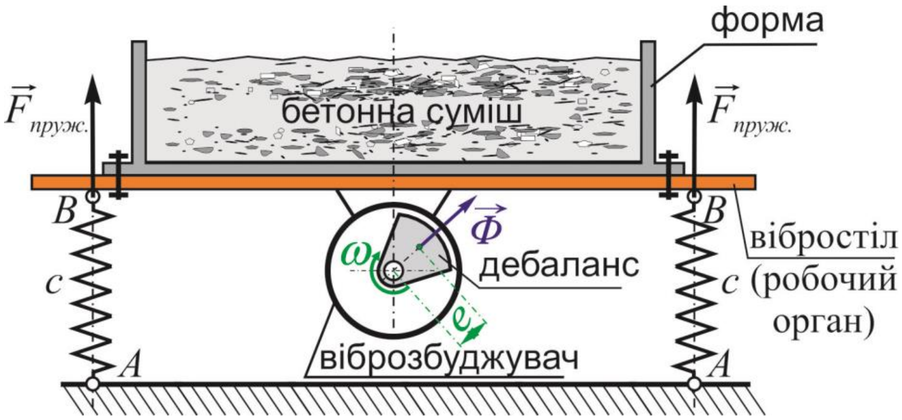

Рис. 1. Віброформувальний пристрій

За алгоритмом Лагранжа спочатку треба знайти частинні похідні $\dfrac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}$ (вважаючи при цьому, що усі інші узагальнені швидкості є незмінними величинами, через що відповідні доданки в рівнянні (3) дорівнюють нулю), а потім – загальні похідні за часом $\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right)$ $(i = 1, 2, \ldots, 4)$:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_1} = \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_C} = M \cdot \dot{x}_C + m \cdot e \cdot \left[1 \cdot \dot{\varphi} \cdot cos(\varphi - \theta) - 1 \cdot \dot{\varphi} \cdot cos\,\varphi - 1 \cdot \dot{\theta} \cdot cos(\varphi - \theta) \right],$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_4} = \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} = I_2 \cdot \dot{\varphi} \cdot 1 - I_2 \cdot \dot{\theta} - m \cdot e \cdot \left[\dot{x}_C \cdot 1 \cdot cos(\varphi - \theta) + \dot{y}_C \cdot 1 \cdot sin(\varphi - \theta) \right];$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_1} \right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_C} \right) = M \cdot \ddot{x}_C + m \cdot e \cdot \left[\ddot{\varphi} \cdot cos(\varphi - \theta) - \dot{\varphi} \cdot sin(\varphi - \theta) \cdot \left(\dot{\varphi} - \dot{\theta} \right) - \right.$$

$$\left. - \ddot{\varphi} \cdot cos\,\varphi + \dot{\varphi}^2 \cdot sin\,\varphi - \ddot{\theta} \cdot cos(\varphi - \theta) + \dot{\theta} \cdot sin(\varphi - \theta) \cdot \left(\dot{\varphi} - \dot{\theta} \right) \right],$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_4} \right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} \right) = I_2 \cdot \ddot{\varphi} - I_2 \cdot \ddot{\theta} - m \cdot e \cdot \left[\ddot{x}_C \cdot cos(\varphi - \theta) - \right.$$

$$\left. - \dot{x}_C \cdot sin(\varphi - \theta) \cdot \left(\dot{\varphi} - \dot{\theta} \right) + \ddot{y}_C \cdot sin(\varphi - \theta) + \dot{y}_C \cdot cos(\varphi - \theta) \cdot \left(\dot{\varphi} - \dot{\theta} \right) \right].$$

У результаті виявляється, що для встановлення першого доданка рівняння (1) необхідно здійснити 62 операцій диференціювання.

За алгоритмом Нільсена спочатку треба знайти загальну похідну за часом $\dot{T} = \frac{dT}{dt}$ (враховуючи функціональну залежність від часу кожної узагальненої координати та кожної узагальненої швидкості, що суттєво впливає на процес взяття похідної, який стає досить складним і надзвичайно громіздким), а потім відповідні частинні похідні $\frac{\partial}{\partial \dot{q}_j}\left(\frac{dT}{dt} \right)$ $(i = 1, 2, \ldots, 4)$:

$$\frac{dT}{dt} = M \cdot \dot{x}_C \cdot \ddot{x}_C + M \cdot \dot{y}_C \cdot \ddot{y}_C + I_1 \cdot \dot{\varphi} \cdot \ddot{\varphi} - I_2 \cdot \left(\ddot{\varphi} \cdot \dot{\theta} + \dot{\varphi} \cdot \ddot{\theta} \right) + I_2 \cdot \dot{\theta} \cdot \ddot{\theta} +$$

$$+ m \cdot e \cdot \left[\ddot{x}_C \cdot \dot{\varphi} \cdot cos(\varphi - \theta) + \dot{x}_C \cdot \ddot{\varphi} \cdot cos(\varphi - \theta) - \dot{x}_C \cdot \dot{\varphi} \cdot sin(\varphi - \theta) \cdot \left(\dot{\varphi} - \dot{\theta} \right) \right] -$$

$$- m \cdot e \cdot \left(\ddot{x}_C \cdot \dot{\varphi} \cdot cos\,\varphi + \dot{x}_C \cdot \ddot{\varphi} \cdot cos\,\varphi - \dot{x}_C \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot sin\,\varphi \right) +$$

$$+ m \cdot e \cdot \left[\ddot{y}_C \cdot \dot{\varphi} \cdot sin(\varphi - \theta) + \dot{y}_C \cdot \ddot{\varphi} \cdot sin(\varphi - \theta) + \dot{y}_C \cdot \dot{\varphi} \cdot cos(\varphi - \theta) \cdot \left(\dot{\varphi} - \dot{\theta} \right) \right] -$$

$$-m\cdot e\cdot\left(\ddot{y}_C\cdot\dot{\varphi}\cdot sin\,\varphi+\dot{y}_C\cdot\ddot{\varphi}\cdot sin\,\varphi+\dot{y}_C\cdot\dot{\varphi}^2\cdot cos\,\varphi\right)-$$

$$-m\cdot e\cdot\left[\ddot{x}_C\cdot\dot{\theta}\cdot cos(\varphi-\theta)+\dot{x}_C\cdot\ddot{\theta}\cdot cos(\varphi-\theta)-\dot{x}_C\cdot\dot{\theta}\cdot sin(\varphi-\theta)\cdot\left(\dot{\varphi}-\dot{\theta}\right)\right]-$$

$$-m\cdot e\cdot\left[\ddot{y}_C\cdot\dot{\theta}\cdot sin(\varphi-\theta)+\dot{y}_C\cdot\ddot{\theta}\cdot sin(\varphi-\theta)+\dot{y}_C\cdot\dot{\theta}\cdot cos(\varphi-\theta)\cdot\left(\dot{\varphi}-\dot{\theta}\right)\right];$$

$$\frac{\partial\dot{T}}{\partial\dot{q}_1}=\frac{\partial\dot{T}}{\partial\dot{x}_C}=M\cdot 1\cdot\ddot{x}_C+m\cdot e\cdot\left[1\cdot\ddot{\varphi}\cdot cos(\varphi-\theta)-1\cdot\dot{\varphi}\cdot sin(\varphi-\theta)\cdot\left(\dot{\varphi}-\dot{\theta}\right)-\right.$$

$$\left.-1\cdot\ddot{\varphi}\cdot cos\,\varphi+1\cdot\dot{\varphi}^2\cdot sin\,\varphi-1\cdot\ddot{\theta}\cdot cos(\varphi-\theta)+1\cdot\dot{\theta}\cdot sin(\varphi-\theta)\cdot\left(\dot{\varphi}-\dot{\theta}\right)\right],$$

$$\frac{\partial\dot{T}}{\partial\dot{q}_2}=\frac{\partial\dot{T}}{\partial\dot{y}_C}=M\cdot 1\cdot\ddot{y}_C+m\cdot e\cdot\left[1\cdot\ddot{\varphi}\cdot sin(\varphi-\theta)+1\cdot\dot{\varphi}\cdot cos(\varphi-\theta)\cdot\left(\dot{\varphi}-\dot{\theta}\right)-\right.$$

$$\left.-1\cdot\ddot{\varphi}\cdot sin\,\varphi-1\cdot\dot{\varphi}^2\cdot cos\,\varphi-1\cdot\ddot{\theta}\cdot sin(\varphi-\theta)-1\cdot\dot{\theta}\cdot cos(\varphi-\theta)\cdot\left(\dot{\varphi}-\dot{\theta}\right)\right],$$

$$\frac{\partial\dot{T}}{\partial\dot{q}_3}=\frac{\partial\dot{T}}{\partial\dot{\varphi}}=I_1\cdot 1\cdot\ddot{\varphi}-I_2\cdot 1\cdot\ddot{\theta}+m\cdot e\cdot\left[\ddot{x}_C\cdot 1\cdot cos(\varphi-\theta)-2\cdot\dot{x}_C\cdot\dot{\varphi}\cdot sin(\varphi-\theta)+\right.$$

$$+\dot{x}_C\cdot 1\cdot\dot{\theta}\cdot sin(\varphi-\theta)-\ddot{x}_C\cdot 1\cdot cos\,\varphi+2\cdot\dot{x}_C\cdot\dot{\varphi}\cdot sin\,\varphi+\ddot{y}_C\cdot 1\cdot sin(\varphi-\theta)+$$

$$+2\cdot\dot{y}_C\cdot\dot{\varphi}\cdot cos(\varphi-\theta)-\dot{y}_C\cdot 1\cdot\dot{\theta}\cdot cos(\varphi-\theta)-\ddot{y}_C\cdot 1\cdot sin\,\varphi-$$

$$\left.-2\cdot\dot{y}_C\cdot\dot{\varphi}\cdot cos\,\varphi+\dot{x}_C\cdot 1\cdot\dot{\theta}\cdot sin(\varphi-\theta)-\dot{y}_C\cdot 1\cdot\dot{\theta}\cdot cos(\varphi-\theta)\right],$$

$$\frac{\partial\dot{T}}{\partial\dot{q}_4}=\frac{\partial\dot{T}}{\partial\dot{\theta}}=-I_2\cdot\ddot{\varphi}\cdot 1+I_2\cdot 1\cdot\ddot{\theta}+m\cdot e\cdot\left[\dot{x}_C\cdot\dot{\varphi}\cdot 1\cdot sin(\varphi-\theta)-\dot{y}_C\cdot\dot{\varphi}\cdot 1\cdot cos(\varphi-\theta)-\right.$$

$$-\ddot{x}_C\cdot 1\cdot cos(\varphi-\theta)+\dot{x}_C\cdot\dot{\varphi}\cdot 1\cdot sin(\varphi-\theta)-2\cdot\dot{x}_C\cdot\dot{\theta}\cdot sin(\varphi-\theta)-$$

$$\left.-\ddot{y}_C\cdot 1\cdot sin(\varphi-\theta)-\dot{y}_C\cdot\dot{\varphi}\cdot 1\cdot cos(\varphi-\theta)+2\cdot\dot{y}_C\cdot\dot{\theta}\cdot cos(\varphi-\theta)\right].$$

Виявляється, що для встановлення першого доданка рівняння (2) необхідно здійснити 78 операцій диференціювання.

Висновки. З'ясована різниця очевидна й твердження про те, що рівняння Нільсена для механічної системи з s ступенями вільності дозволяють скоротити кількість операцій диференціювання з $3s$ (як при застосуванні алгоритму Лагранжа) до $2s+1$ є безпідставним.

У розглядуваному випадкові $3s = 3 \cdot 4 = 12$, $2s+1 = 2 \cdot 4 + 1 = 9$ й зазначена різниця мала б складати $12 - 9 = 3$ операцій диференціювання, чого й близько немає.

Таким чином, застосування рівнянь Нільсена скорочує тільки кількість повідомлень про наміри про взяття потрібних похідних, але обсяг математичних дій, пов'язаних з безпосереднім диференціюванням, збільшується порівняно з рівнянь Лагранжа II-о роду. Зазначене скорочення може мати місце лише у разі, коли кінетична енергія T механічної системи визначається єдиним доданком, який містить тільки одну змінну величину, чого у реальній дійсності, звісно, не існує.

Література:

1. Nielsen I. Elementare Mechanik. – Berlin, 1935.

УДК 004.032.26:519.21:004.94

ПОЛЬОТИ ЛЕВІ В АТРАКТОРНИХ НЕЙРОННИХ МЕРЕЖАХ

Заїка С.О., Лобурець А.Т.
Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»
zaikasvetlana@gmail.com

Польоти Леві є ключовим поняттям у вивченні складних динамічних систем, включаючи нейронні мережі, завдяки їхній ефективності в задачах пошуку та навігації. Експерименти з активністю мозку (наприклад, за допомогою функціональної МРТ) демонструють, що під час виконання когнітивних завдань